

**ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКИ
В СИСТЕМІ
ПРОДОВОЛЬСТВО,
ЕНЕРГІЯ ТА ВОДА
ДЛЯ СТАЛОГО
РОЗВИТКУ**

ІНТЕГРОВАНЕ
МОДЕЛЮВАННЯ
ТА НАДІЙНЕ
УПРАВЛІННЯ

**FEW NEXUS
FOR SUSTAINABLE
DEVELOPMENT**

INTEGRATED
MODELING
& ROBUST
MANAGEMENT



NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE

Committee for Systems Analysis at Presidium of National
Academy of Sciences of Ukraine — National Member
Organization of Ukraine in International Institute for Applied
Systems Analysis (IIASA)

State Institution "Center for Evaluation of Activity of Research
Institutions and Scientific Support of Regional Development
of Ukraine NAS of Ukraine"

**FEW
NEXUS
FOR
SUSTAINABLE
DEVELOPMENT**
INTEGRATED
MODELING
& ROBUST
MANAGEMENT

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Комітет із Системного аналізу при Президії НАН України —
Національна членська організація України
в Міжнародному інституті прикладного
системного аналізу (IIASA)

Державна установа "Центр оцінювання діяльності
наукових установ та наукового забезпечення
розвитку регіонів України НАН України"

**ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКИ
В СИСТЕМІ
ПРОДОВОЛЬСТВО,
ЕНЕРГІЯ
ТА ВОДА
ДЛЯ СТАЛОГО
РОЗВИТКУ**
ІНТЕГРОВАНЕ
МОДЕЛЮВАННЯ
ТА НАДІЙНЕ
УПРАВЛІННЯ

УДК 35.077.6.001.57:35.073.53.004.14:330.366

Взаємоз'язки в системі продовольство, енергія та вода для сталого розвитку: інтегроване моделювання та надійне управління / за ред. Загороднього А.Г., Ермольєва Ю.М., Богданова В.Л., Ермольєвої Т.Ю. та ін. – Київ, 2020. – 446 с.

Ця збірка статей узагальнює поточні результати досліджень, виконаних у рамках спільного проекту Національної академії наук України та Міжнародного інституту прикладного системного аналізу, м. Лаксенбург, Австрія. Основною метою даної збірки є аналіз складних проблем інтегрованого надійного управління взаємозалежними системами забезпечення продуктами харчування, енергетикою, водою, в умовах сталого розвитку довкілля та соціуму, які неможливо розв'язати за допомогою наявних традиційних підходів. Проект спрямований на розробку багатомодельної стратегічно-адаптивної системи підтримки прийняття рішень, яка інтегрує не лише національні моделі, а й ті, що діють у глобальному масштабі, тим самим даючи розробникам змогу знайти компроміси та синергію різних політик, що дозволяє діалог між національними та міжнародними зацікавленими сторонами. Ця система включає в себе базу даних та панель інструментів негладких алгоритмів стохастичної оптимізації для зв'язування розподілених моделей з асиметричною інформацією, масштабні проблеми машинного навчання та штучного інтелекту, зокрема, глибокої штучної нейронної мережі.

Книга призначена для науковців і фахівців у галузі моделювання та управління безпечним використанням продовольчих, водних і енергетичних ресурсів, а також осіб, що приймають рішення в галузі безпеки та сталого розвитку.

Редакційна колегія: *Богданов В.Л.*, акад. НАН України, *Гець В.М.*, акад. НАН України, *Ермольєв Ю.М.*, акад. НАН України, *Загородній А.Г.*, акад. НАН України, *Зеуровський М.З.*, акад. НАН України, *Кнопов П.С.*, чл.-кор. НАН України, *Кореняко Г.І.*, канд. хім. наук, *Костюченко Ю.В.*, д-р техн. наук, *Кулик М.М.*, акад. НАН України, *Пирожков С.І.*, акад. НАН України, *Лялько В.І.*, акад. НАН України, *Сергієнко І.В.*, акад. НАН України, *Шестопалов В.М.*, акад. НАН України

Затверджено до друку рішенням Комітету із системного аналізу при Президії НАН України – Національній членській організації України в Міжнародному інституті прикладного системного аналізу (IIASA)

UDC 35.077.6.001.57:35.073.53.004.14:330.366

FEW Nexus for Sustainable Development: Integrated Modeling & Robust Management / Eds by Zagorodny A.G., Ermoliev Yu.M., Bogdanov V.L., Ermolieva T.Yu. et al. – Kyiv, 2020. – 446 p.

This book comprises research papers, summarizing the results of the joint research Project between the National Academy of Sciences of Ukraine and International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria. The main goal of the book is to present challenging problems of integrated robust management of interdependent food, energy, water, environment, social, demographic systems for sustainable developments, which cannot be solved by the existing traditional approaches. The project develops a multimodel strategic-adaptive Decision Support System (DSS), which integrates not only national models, but also those operating at the global scale, thus enabling to show the policymakers the trade-offs and synergies of different policies, allowing for a dialogue between national and international stakeholders. The DSS includes a Data Base and a Toolbox of non-smooth stochastic optimization algorithms for distributed models linkage under asymmetric information, large-scale Machine Learning (ML) and Artificial Intelligence (AI) problems, in particular, deep artificial neural network (DANN) learning.

The book is prepared for scholars and practitioners interested in integrated food, energy and water modeling and security management for sustainable development.

Editorial Board: *Bogdanov V.L.*, Full Member of the NAS of Ukraine, *Heyets V.M.*, Full Member of the NAS of Ukraine, *Кнопов P.S.*, NAS of Ukraine corresponding member, *Dr. Korenyaka G.I.*, *Dr. Kostyuchenko Yu.V.*, *Kulyk M.M.*, Full Member of the NAS of Ukraine, *Lyalko V.I.*, Full Member of the NAS of Ukraine, *Pirozhkov S.I.*, Full Member of the NAS of Ukraine, *Sergienko I.V.*, Full Member of the NAS of Ukraine, *Shestopalov V.M.*, Full Member of the NAS of Ukraine, *Ermoliev Yu.M.*, Full Member of the NAS of Ukraine, *Zagorodny A.G.*, Full Member of the NAS of Ukraine, *Zgurovsky M.Z.*, Full Member of the NAS of Ukraine

Printed under decision of Committee for Systems Analysis at Presidium of National Academy of Sciences of Ukraine – National Member Organization of Ukraine in International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA)

- © Державна установа "Центр оцінювання діяльності наукових установ та наукового забезпечення розвитку регіонів України НАН України", 2020
- © State Institution "Center for evaluation of activity of research institutions and scientific support of regional development of Ukraine NAS of Ukraine", 2020

ISBN 978-966-02-9344-1

ЗМІСТ

Вступ. Комплексне робастне управління системними взаємозв'язками (nexus) при використанні продовольчих, енергетичних, водних і земельних ресурсів для забезпечення сталого розвитку. Загородній А.Г., Єрмольєв Ю.М., Богданов В.Л., Костюченко Ю.В., Єрмольєва Т.Ю.	9
Розділ 1. Взаємозв'язки між продовольчими, енергетичними та водними ресурсами: методологія моделювання та управління стабільним розвитком. Атоєв К.Л., Голодніков О.М., Горбачук В.М., Єрмольєва Т.Ю., Єрмольєв Ю.М., Кирилук В.С., Кнопов П.С., Пепеляєва Т.В.	24
Розділ 2. Щодо зв'язування розподілених галузевих та регіональних оптимізаційних моделей під асиметричною інформацією: робастне моделювання взаємозв'язків в системі продовольство-вода-енергія-навколишнє середовище. Єрмольєв Ю.М., Загородній А.Г., Богданов В.Л., Єрмольєва Т.Ю., Хавлік П., Оберштайнер М., Ровенская Є.	80
Розділ 3. Динамічне об'єднання глобальних і локальних моделей землекористування на основі алгоритму робастного розукрупнення даних в умовах невизначеностей. Єрмольєва Т., Хавлік П., Моньє А., Валін Х., Оберштайнер М., Кирилук С., Бородіна О.	102
Розділ 4. Методологія і ієрархічна система математичних моделей прогнозування довгострокового розвитку національної енергетики в умовах невизначеності. Кулик М.М., Шулъженко С.В., Нечаєва Т.П., Каплін М.І., Лещенко І.Ч.	119
Розділ 5. Вивчення динаміки середньорічних показників валової первинної продуктивності території України впродовж 2000-2010 рр. Лялько В.І., Сахацький О.І., Жолобак Г.М., Апостолов О.А., Єлістратова Л.О.	158
Розділ 6. Інтегрована оцінка ризику забруднення води з використанням супутникових даних в рамках мультимодельного підходу. Лялько В.І., Костюченко Ю.В., Ющенко М.В., Артеменко І.Г., Копачевський І.М.	171
Розділ 7. Підхід до аналізу соціальної вразливості по відношенню до катастроф різного походження з використанням даних з різних джерел. Костюченко Ю.В., Лялько В.І., Ющенко М.В., Мовчан Д.М., Копачевський І.М.	210

CONTENT

Introduction. Integrated robust management of food-energy-water-land use nexus for sustainable development. Zagorodny A.G., Ermoliev Yu.M., Bogdanov V.L., Kostyuchenko Yu.V., Ermolieva T.Yu.	237
Chapter 1. Food, energy and water nexus: methodology of modeling and risk management. Atoyev K.L., Golodnikov A.N., Gorbachuk V.M., Ermolieva T.Yu., Ermoliev Yu.M., Kiriljuk V.S., Knopov P.S., Pepeljaeva T.V.	250

Chapter 2. Linking distributed sectorial and regional optimization models under asymmetric information: towards robust food-water-energy-environmental nexus. <i>Ermoliev Yu.M., Zagorodny A.G., Bogdanov V.L., Ermolieva T.Yu., Havlik P., Obersteiner M., Rovenskaya E.</i>	303
Chapter 3. Dynamic linkage of global and local land use models using robust cross-entropy-based downscaling procedure under uncertainties in priors. <i>Ermolieva T.Yu., Havlik P., Mosnier A., Valin H., Obersteiner M., Kyryzyuk S., Borodina O.</i>	323
Chapter 4. Methodology and hierarchic system of mathematical models for forecasting long-term national energy development under uncertainty. <i>Kulyk M.M., Shulzhenko S.V., Nechaeva T.P., Kaplin M.I., Leshchenko I.Ch.</i>	337
Chapter 5. The research of the dynamics of the annual gross primary productivity in Ukraine during 2000-2010 years. <i>Lyalko V.I., Sakhatsky A.I., Zholobak G.M., Apostolov A.A., Elistratova L.O.</i>	373
Chapter 6. Integrated water pollution risk assessment using satellite data in framework of multi-model approach. <i>Lyalko V., Kostyuchenko Yu., Yuschenko M., Artemenko I., Kopachevsky I.</i>	385
Chapter 7. Multi-disaster vulnerability analysis using multisource data. <i>Kostyuchenko Yu., Lyalko V., Yuschenko M., Movchan D., Kopachevsky I.</i>	422

**ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКИ
В СИСТЕМІ
ПРОДОВОЛЬСТВО,
ЕНЕРГІЯ
ТА ВОДА
ДЛЯ СТАЛОГО
РОЗВИТКУ**

ІНТЕГРОВАНЕ
МОДЕЛЮВАННЯ
ТА НАДІЙНЕ
УПРАВЛІННЯ

**КОМПЛЕКСНЕ РОБАСТНЕ УПРАВЛІННЯ
СИСТЕМНИМИ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКАМИ (NEXUS) ПРИ
ВИКОРИСТАННІ ПРОДОВОЛЬЧИХ,
ЕНЕРГЕТИЧНИХ, ВОДНИХ І ЗЕМЕЛЬНИХ РЕСУРСІВ
ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СТАЛОГО РОЗВИТКУ**

А.Г. Загородній¹, Ю.М. Єрмольєв^{1,2}, В.Л. Богданов¹,
Ю.В. Костюченко¹, Т.Ю. Єрмольєва²

¹Національна академія наук України; ²Міжнародний інститут
прикладного системного аналізу

У книзі узагальнено поточні результати досліджень, що виконуються в рамках спільного проекту між Національною академією наук України (НАНУ) та Міжнародним інститутом прикладного системного аналізу (IIASA, Австрія), який спрямований на вирішення складних проблем інтегрованого робастного управління взаємозалежностями в системі, яка включає продовольство, енергію, воду, довкілля і суспільство для забезпечення сталого розвитку (Zagorodny, Ermoliev, 2013; Zagorodny et al., 2012; 2013; 2014). Проект базований на партнерстві IIASA та семи провідних інститутів НАНУ, які також співпрацюють з мережами національних та міжнародних організацій, радників та політиків. Проект спрямований на наукову підтримку політик, що забезпечують узгоджену стратегічну координацію та регулювання між продовольчим, енергетичним, водним секторами, облік складних зв'язків та відмінностей у просторовому та часовому масштабах між сільським господарством, енергетикою та водним господарством, можливими системними ризиками та новою можливою політикою на рівні країни з урахуванням міжрегіональної та міжнародної торгівлі, глобально-локального забруднення, пов'язаних із цим ризиків, прямого та непрямого обміну ресурсами тощо. Основна методологічна мета проекту - розвивати та впроваджувати нові підходи до системного аналізу для вирішення загальних проблем в інтересах України, IIASA та всього глобального суспільства, що полягає у розробці рішень для робастного управління виробництвом та споживанням продовольства,

енергії, води та екологічними ресурсами (FEWE), які неможливо запропонувати за допомогою існуючих традиційних підходів.

Часто детальні галузеві та регіональні моделі використовуються для самостійного планування діяльності відповідних секторів та регіонів. Однак рішення, оптимальні для окремої підсистеми, можуть виявитися неприпустимими для всієї системи. Проект розробляє нові підходи, засновані на взаємозв'язку детально розподілених моделей підсистем (наприклад, галузевих та регіональних моделей) в рамках спільних обмежень ресурсів, що дозволяє повноцінну інтегровану систему підтримки прийняття оптимальних та надійних рішень у секторах та регіонах. Спираючись на нові ідеї взаємозв'язку систем з асиметричною інформацією та іншими невизначеностями, вкладені стратегічно-операційні та локально-глобальні моделі використовуються в поєднанні з загалом небезпечними імовірнісними процедурами зниження масштабу для аналізу та управління глобальними системними взаємозалежностями та ризиками, що мають локальні наслідки і навіпаки. Показники, розраховані на основі кількісних даних, використовуються для впорядкування нового типу ризиків та екстремальних подій, породжених рішеннями різних зацікавлених сторін. Для довгострокового сталого функціонування систем FEWE надійна політика включає як взаємозалежні стратегічні довгострокові (очікувані, попередні) рішення, так і короткотермінові (адаптаційні, ex-post) рішення (корективи).

Таким чином, проект розробляє багатомодельну стратегічно-адаптивну систему підтримки прийняття рішень (DSS), яка інтегрує не лише національні моделі FEWE, а й ті, що діють у глобальному масштабі, в деяких випадках «знижуючи» результати останніх до національних рівнів. Це дозволяє інтегрувати моделі, розроблені за різними рішеннями для окремих питань, демонструючи розробникам політичних рішень, де саме можуть бути знайдені компроміси, синергії чи розбіжності різних політик, що забезпечує діалог між зацікавленими національними та міжнародними сторонами. DSS включає в себе базу даних, які є вхідними даними для моделей. Процедури гармонізації даних використовують негладку стохастичну оптимізацію та стохастичні квазіградієнти (SQG) для пошуку робастних рішень в режимі он-лайн, включаючи широке коло застосувань машинного навчання та штучного інтелекту (AI), зокрема глибокого навчання (DL) та глибоких штучних нейронних мереж (ANN).

Збільшення глобально-локальних між- та внутрішньорегіональних, а також галузевих взаємозалежностей може суттєво впливати на системні нестабільності навіть при на перший погляд незначних периферійних змінах, що відбуваються, наприклад, внаслідок впровадження нових технологій, політик або зміни погодних умов та виникнення стихійних лих. Детальні галузеві моделі традиційно використовуються для передбачення та планування бажаного розвитку відповідних секторів. Однак незалежний аналіз та політики, що підтримуються цими моделями, ігнорують спільні цілі та обмеження, що може призвести до небажаних наслідків. Відсутність спільного моніторингу наявних ресурсів при зростаючій взаємозалежності між країнами та їхніми секторами може спричинити «неочікувані» дефіцити, системні нестабільності та незахищеність. Наприклад, у серпні 2007 року під час значної посухи та пов'язаного з нею підвищеного попиту на воду у сільському господарстві, довелося відключити кілька енергетичних реакторів у США.

Зростаючі взаємозалежності між секторами FEWE вимагають скоординованої політики безпеки. Під безпекою тут розуміють здатність задовольняти потреби суспільства в продуктах харчування, енергії, воді, стабільному збереженні та відновленні навколишнього середовища тощо, відповідно до стандартних вимог щодо їх якості, кількості та наявних ризиків. Водночас, на регіональному та місцевому рівнях, особливо в енергетиці та сільському господарстві, ми можемо спостерігати непослідовні процеси децентралізації та дерегуляції, створення неоднорідно розподілених незалежних виробників та дистриб'юторів, які визначають свої виробничі плани та іншу діяльність відповідно до ризикованих поточних ринкових умов. У цьому випадку відсутність належної узгодженої довгострокової політики може спричинити глобальні системні ризики та збої, перешкоджаючи сталому розвитку. Для уникнення цього потрібні нові системні норми, які можна розробити шляхом впровадження методів управління зв'язками, що дозволять аналізувати узгоджені рішення без точної галузевої інформації.

Зокрема, у книзі представлені відповідні розробки з таких питань:

- Методологічні виклики, пов'язані з моделюванням та робастним управлінням взаємозв'язками FEWE при системних ризиках, невизначеностях, асиметричною інформацією. Безпечне узгоджене робастне керування зв'язками FEWE вимагає належного управління, забезпеченого адекватними системами підтримки та

прийняття рішень для узгодження розподілених галузевих та регіональних моделей. Надійна політика може бути досягнута за допомогою відповідних негладких системних індикаторів ризику, що дозволяють належним чином представляти ситуацію із рішенням типу "потрапляння чи пропуску" щодо цілей, що стосуються сталості. Використання стандартних середніх значень, найменших квадратів та дисперсійно-коваріаційних підходів не є надійним при асиметричній мінливості та невизначеності при ненормальних розподілах;

- Вдосконалені підходи до моделювання та аналізу системних ризиків FEWE через екзогенні та ендегенні шоки у взаємозалежних соціально-економічних та екологічних системах, коли невелике порушення в одній системі може спричинити суттєві розбіжності та розбіжні траєкторії розвитку систем, непередбачувані за своїми наслідками, що веде до збільшення майбутньої невизначеності. Сільське господарство, енергетика та водні системи вразливі до зміни клімату та надзвичайних подій, пов'язаних з погодою. Послідовна інтегрована нова політика використання земель, сільського господарства, управління водною та енергетичною безпекою може відігравати центральну роль у пом'якшенні та адаптації до змін клімату та збільшення стійкості щодо мінливості погоди;
- Зв'язок розподілених галузевих та регіональних моделей з асиметричною інформацією. Розподілена галузева та регіональна моделі визначають рішення, оптимальні для розглянутих секторів та регіонів. Коли конкуренція за ресурси стає неминучою, незалежний аналіз секторів та регіонів, які не враховують їхній взаємозв'язок, може стати дуже оманливим. Підхід для зв'язування розподілених моделей базується на ітеративному процесі «навчання», використовуючи принципи методу SQG негладкої стохастичної оптимізації, що переходить до соціально оптимального рішення. Тут не потрібно обмінюватися повною інформацією про технічні характеристики моделей. Таким чином, ми уникаємо “жорсткого зв'язку” моделей в одному кодї, що економить час програмування та дозволяє паралельно розподіляти обчислення галузевих/регіональних моделей замість широкомасштабної інтегрованої моделі;

- Динамічна надійна модель крос-ентропії на основі зменшення масштабу дозволяє гармонізувати дані за просторово-часовими масштабами та полегшує злиття глобальних та локальних моделей. Зокрема, це дозволяє проектувати майбутні сукупні зміни землекористування в Україні від глобальної моделі землекористування (GLOBIOM) до більш чітких рішень. Цей підхід дає послідовні результати між масштабними змінами землекористування, процесами розвитку сільського господарства та місцевою динамікою. Запропонований підхід використовувався в Інституті економіки та прогнозування НАН України для прогнозування зменшення масштабів, отриманих GLOBIOM для різних соціально-економічних, технологічних, демографічних та кліматичних сценаріїв;
- Планування довгострокового розвитку енергетичного сектору в Україні забезпечує узгоджений внутрішній прогноз розвитку національних соціально-економічних, технологічних та екологічних тенденцій, а також враховує складні відносини із зовнішнім світом, що виникає внаслідок глобалізаційних процесів. Методології розробки довгострокових прогнозів для великих систем, які, зокрема, включають взаємозалежні енергетичні та водні системи, орієнтовані на оптимальне та надійне управління обмеженими природними ресурсами при виконанні цілей управління енергетичними, водними та екологічними ресурсами;
- Ландшафтний екологічний аналіз та моделювання динаміки стану рослинності на основі показників валової первинної продуктивності (GPP) та чистої первинної продуктивності (NPP) рослинного покриву з урахуванням мінливих умов навколишнього середовища. Динаміку та загальну кількість поглинання CO₂ в різних класах рослинності, включаючи основні культури в деяких регіонах України, вивчали за допомогою супутникових даних. Зважаючи на щорічні оцінки GPP та NPP, важливо вивчити, як спостережуваний ефект різноманітних екологічних умов впливає на загальну продуктивність рослинності;
- Аналіз якості води та ризиків її забруднення на основі використання даних супутникового спостереження за

водними об'єктами поверхні, ґрунтовим покривом та передачею забруднювачів повітря в широкому контексті сталого управління ресурсами. Комплексне управління безпекою вимагає комплексного підходу до оцінки соціально-екологічних ризиків, включаючи моделювання водного, сухопутного та повітряного середовища. В умовах обмеженого доступу до даних непряма оцінка та моделювання процесів стають особливо корисними: не так багато параметрів безпосередньо вимірюються з необхідними показниками просторового, часового, спектрального та радіометричного розрізнення, водночас, багато параметрів можна спостерігати неповно і з істотною невизначеністю. Однією з головних проблем є аналіз невизначеностей, пов'язаних із супутниковими даними, пов'язаними з класифікацією земних покривів, а також розробка проблемно орієнтованих моделей;

- Аналіз ризиків надзвичайних ситуацій за допомогою даних з різних джерел (Kostyuchenko et al, 2020) вирішує проблеми сприйняття ризиків та загроз, використовуючи підходи, пов'язані з людським виміром вразливості. Соціальні питання є одними з основних компонентів сучасної концепції безпеки. Сучасне розуміння складної безпеки та комплексного управління ризиками вимагає аналізу всіх природних та антропогенних факторів, залучення всіх наявних даних, побудови сучасних аналітичних інструментів, орієнтованих на аналіз ризику, та трансформації нашого розуміння щодо вразливості, сприйняття ризику та безпеки. Проблеми безпеки та управління ризиками зараз вимагають розробки не лише інженерних, але й значною мірою також соціально-економічних та екологічних концепцій;
- Комплексні довгострокові підходи до управління ризиками та економічного розвитку в умовах ендегенних та екзогенних невизначеностей та ризиків демонструють, що зміцнення зв'язків між попередніми довгостроковими рішеннями (такими як повені та посухи, зменшення ризику, будівництво сховищ та водосховищ, зрошувальних систем) з іншими короткостроковими рішеннями з адаптацією багатьох зацікавлених сторін значно покращуються надійність, ефективність та безпеку довкілля для рішень стосовно властивої невизначеності та екстремальних подій.

Інтенсифікація попередніх заходів - у поєднанні з більш обґрунтованим методом виділення ресурсів для нарощування адаптивних можливостей для наступних компенсацій, умовних кредитів, катастрофічних облігацій, моніторингу, торгівлі та регулювання - може значно знизити загальне навантаження на національну економіку та забезпечити баланс між економічним зростанням та безпекою. Комплексні довгострокові підходи до управління ризиками та економічного розвитку, з чітким акцентом на можливості рідкісних катастроф із значними наслідками, дозволяють розробити ефективні рішення в цьому контексті.

В Україні відсутність узгодженої інтегрованої урядової політики спричинила дуалізацію сільського господарства (Zagorodny et al., 2014; Keyzer et al., 2013, 2017; Acs et al., 2013) між малими внутрішніми домашніми господарствами, що відіграють центральну роль у внутрішньому продовольчому забезпеченні та національній продовольчій безпеці, і великими ринково орієнтованими сільськогосподарськими підприємствами, що мають важливий пріоритет для виробництва високозатребуваних на міжнародних ринках культур, таких як "біоенергетичні" культури. Це створило сильний вплив на (міжнародний) ринковий ризик і призвело до неконтрольованої інтенсифікації сільськогосподарського виробництва, незбалансованого використання земель, ґрунтів, води, забруднення важкими металами та іншими компонентами відходів, залишками добрив та пестицидів. Концентрація землі з орієнтацією на прибуток призводить великі підприємства до скорочення інвестицій в людський капітал, що веде до міграції, руйнування сільських поселень, поляризації доходів, втрати добробуту, депопуляції, збільшення рівня безробіття та бідності.

Важливість узгоджених підходів інтегрованого моделювання для аналізу безпечного доступу до продуктів харчування, енергії та води стала особливо очевидною для дослідників НАН України після Чорнобильської катастрофи. Інститути НАН України накопичили значний досвід у цій галузі. Боннська конференція з питань водного, енергетичного та продовольчого забезпечення підкреслює, що «взаємозалежність між водою, енергією та продовольчою безпекою чітко визначається при прийнятті рішень у широких межах та на всіх рівнях, щоб усвідомити потенціал взаємовигідних дій та уникнути конфліктних цілей політики та її ненавмисні наслідки» (Bonn Conference, 2011; OECD, 2012).

Новий методологічний виклик сучасних досліджень стосується належного системного аналізу суперечностей, який характеризується не тільки зростаючою взаємозалежністю між країнами та їхніми регіонами, але одночасно - посиленням децентралізації та дерегуляції секторів, що генерують потенційні глобальні ризики у формі навмисних чи ненавмисних дії різних агентів, у тому числі сільськогосподарських, водних, енергетичних та екологічних, зацікавлених сторін. Ці ендогенні ризики можуть завдати шкоди сталому розвитку, наприклад, спричиняючи каскадні відключення та дефіцит електроенергії в Каліфорнії, зростання цін у Норвегії, повені від урагану Катріна, події в Японії та світові фінансові та економічні кризи.

Тому в цьому дослідженні система підтримки прийняття рішень для інтегрованого надійного управління FEWE базується на розробці небасівських моделей стохастичного моделювання та оптимізації за допомогою «штучного навчання» (навчання на основі моделювання) стратегічних довготермінових очікуваних рішень, пов'язаних з адаптивними відповідями. Окрім взаємозв'язку у часі із стратегічними та адаптаційними рішеннями, спрямованими на прийняття оптимальних надійних короткотермінових рішень з довгостроковою перспективою, проект розробляє та впроваджує методи зв'язків розподілених галузевих та регіональних глобально-локальних моделей. Це дозволяє правильно представити взаємозалежні колективні системні ризики та сталу робастну політику. Прості підходи із застосуванням комплексного зменшення ризиків призводять до небажаних наслідків для політики, наприклад, середня сезонна температура або середня кількість опадів у сільському господарстві не можуть виявити потенційну критичну мінливість врожайності для виробництва сільськогосподарських культур. Управління за допомогою осереднених показників негативно впливає на склад технологічних портфелів; недооцінюється роль сховищ зерна, водозабірних приміщень або водойм, передових технологій зрошення для буферизації виробництва харчових продуктів та зростання цін; завищується роль ринків для зменшення та розподілу ризиків; надається перевищена вага механізмам страхування та ціноутворення на ризики. Ці фактори негативно впливають на сталий розвиток.

Основна методологічна мета дослідження "Комплексне робастне управління системними взаємозв'язками (NEXUS) при використанні продовольчих, енергетичних, водних, земельних і екологічних ресурсів для забезпечення сталого розвитку" – це розробка та впровадження інтегрованих підходів до моделювання, що дозволяють впроваджувати

спільне планування секторів FEWE під асиметричною інформацією про галузеві моделі, наприклад, коли окремих сектор не має інформації про моделі інших секторів. Стандартний підхід до інтегрованого моделювання шляхом з'єднання підмоделей в одному місці вимагає повного доступу до галузевих моделей для їх перекодування, масштабування та репараметризації. Часто це є нездійсненним завданням, якщо галузеві моделі не мають дуже простої структури. Проект розробляє нові методи, що дозволяють зв'язувати розподілені секторні моделі під асиметричною інформацією та системними ризиками у взаємозалежних системах FEWE.

Довгострокова концепція сталого розвитку вимагає належного просторово вираженого поведіння з невизначеностями, оскільки зв'язок у поєднанні з процесами дерегуляції, що тривають, може створювати взаємозалежні колективні системні ризики зі значними наслідками. Наприклад, збільшення попиту на біопаливо збільшує ризики, пов'язані з погодою, що впливають на енергетичний сектор. Водночас, велике виробництво біопалива впливає на продовольчу безпеку, посилює дисбаланс в землекористуванні, спричиняє забруднення ґрунтів та води, збільшує ризики для здоров'я. Таким чином, проект розробляє моделі та методи, що дозволяють залучити системний аналіз FEWE-зв'язків, що були порушені (навмисно та ненавмисно) через рішення різних агентів.

Стандартні підходи до управління ризиками базуються на оцінці розподілу ймовірностей з використанням повторюваних спостережень тієї самої системи та вирішенні проблем прийняття рішень із знайденими ймовірностями (див. дискусію в Ermoliev, von Winterfeldt, 2012). У центрі уваги цього проекту є розробка нових, більш безпечних та ефективних систем, які ніколи не спостерігаються в реальності, отже, реальні спостереження недоступні або/та неповні, оскільки вони можуть бути занадто дорогими або просто неможливими. Тому точні прогнози практично неможливі. Отже, цей проект використовує концепцію робастних рішень, які в певному сенсі є оптимальними для будь-якого сценарію потенційних невизначеностей. Наступний простий приклад ілюструє цю концепцію.

Приклад. Припустимо, що наступний сільськогосподарський сезон може бути посушливим (сценарій 1) або вологим (сценарій 2). Сільськогосподарська культура А - найкраще рішення (для сталого розвитку) у сценарії 1, тоді як культура В - найкраще рішення у сценарії 2. Оскільки точний прогноз погодних умов є неможливим, найкращим надійним рішенням буде вибір культури С, що буде добрим

рішенням для обох сценаріїв хоча це не так добре, як культура А в сценарії 1 та культура В у сценарії 2. Робастне рішення може також бути сумішшю культур та зернових сховищ, а також доступу до ринків.

Цей приклад ілюструє принципові відмінності між аналізом систем FEWE, якими керується людина, та природними системами, що регулюються зовнішніми законами. Традиційні підходи, що застосовуються для природних систем, використовують багаті набори спостережень однієї і тієї ж системи, визначають діючий закон і будують модель прогнозування стану системи. Системи FEWE, на які впливають невідомі заздалегідь рішення та загрози, є побудованими такими рішеннями. Тому замість прогнозування головна роль системного аналізу переноситься на розробку робастної політики, яка є кращою для всіх потенційних невизначеностей. Концепція робастних рішень, однаково оптимальних (в певному сенсі) для всіх потенційних сценаріїв, включає ідеї вкладених негладких стохастичних моделей оптимізації максимального типу (як, наприклад, в Ermoliev, Norkin, 2013; Ermolieva, et al, 2013; Ermoliev, Ermolieva, 2013; Ermoliev et al., 2013). Проектування шляхів сталого розвитку з урахуванням ризиків та техніко-економічних обмежень досягається розв'язанням стохастичної моделі динамічної оптимізації, що має неадитивну та негладку структуру, яка обмежує використання стандартних оптимальних методів управління, наприклад, рівняння Беллмана і принцип максиміну Понтрягіна.

Виробництво продуктів харчування по-суті залежить від балансу водних ресурсів та ймовірності надзвичайних подій, спричинених не лише стихійними лихами, а й хибними політиками та правилами. Належних результатів інтегрованого моделювання буде досягнуто шляхом розробки нових адекватних теоретико-методичних підходів у головному агенті (РА) - (див. дискусії в Ermoliev, von Winterfeldt, 2012) або "державно-приватному" типі партнерських стосунків в умовах властивої невизначеності та "розумних" ризиків, породжених різними агентами. Ці рамки дозволяють досягти надійних короткотермінових рішень з довгострокової перспективи з використанням особливостей розподілу з чітким трактуванням мінливості та невизначеності, а не через сукупні (середні) показники ефективності.

Підтримка рішень для інтегрованого робастного управління системами FEWE демонструє важливість надійних індикаторів на основі квантильних рівнів, негладкої стохастичної оптимізації та стохастичних квазіградієнтів (SQG) для надійних рішень в режимі он-

лайн, включаючи широке коло застосувань машинного навчання та штучного інтелекту (AI), зокрема глибокого навчання (DL) та глибоких штучних нейронних мереж (ANN) (Ermolieva et al., 2016; Ermoliev et al., 2018; Gorbachuk et al., 2019; Ermolieva et al., 2019; Ermoliev et al., 2019). Ці моделі та методи дозволяють застосовувати ймовірнісні та неймовірнісні (явно задані чи змодельовані) розподіли, що поєднують в собі симуляції, спостереження, виміри шансів, переконання експертів та оцінки подібності (наприклад, стисла форма оцінювачів ядра). Залучення експертних думок та непрямих вимірювань є критично важливими для інтегрованого моделювання сталого розвитку та підтримки прийняття рішень, коли потрібні дані є дефіцитними або відсутніми та коли на історичні дані впливають минулі політики та події. Для висококонвекційних моделей, таких як глибока мережа ANN, SQG ці підходи дозволяють уникати локальності рішень. У випадках нестационарних даних, SQG дозволяють проводити послідовний перегляд та адаптацію параметрів до середовища, що змінюється, можливо, виходячи з адаптивних моделювань. Негладкі підходи та процедури STO, засновані на SQG, використовувались для надійного імовірнісного ітеративного зниження масштабу сукупних значень до більш чітких розрізень, заснованих на історичній та недавно отриманій місцевій інформації з різних джерел, з можливими помилками та невизначеностями (наприклад, різні карти використання земель, різні кліматичні умови або модельні сценарії), у системі підтримки стратегічних рішень для сталого розвитку, та в системах управління продовольчими, водними, енергетичними та екологічними ресурсами.

У фокусі проекту були наступні методичні проблеми:

1. Розробка методів зв'язування розподілених моделей під асиметричною інформацією та з техніко-економічними обмеженнями, тобто коли сектор не розкриває інформацію про свою модель. Особлива увага приділяється просторово-часовим моделям з ендегенно генерованими системними ризиками, стратегічним довгостроковим рішенням у поєднанні з адаптаційними виправленнями (оперативними рішеннями) після отримання нової інформації, яка використовується як стандартні пасивні методи навчання, так і як активні методи навчання. Такий підхід вимагає розробки нових методів стохастичної оптимізації, оскільки традиційна теорія оптимального управління не завжди може бути застосована (див., наприклад, дискусії в Ermoliev, von

- Winterfeldt, 2012) через неадитивний та негладкий тип прийняття рішень.
2. Розробка процедур надійної гармонізації даних та масштабування із застосуванням нового типу негладкої стохастичної оптимізації та стохастичних квазіградієнтних методів для пошуку надійних рішень в режимі он-лайн, включаючи широке коло застосувань машинного навчання та штучного інтелекту (AI), зокрема глибокого навчання (DL) та глибоких штучних нейронних мереж (ANN).
 3. Розробка оптимальних надійних траєкторій інтегрованих систем, що включають випадкові моменти часу зупинки, що дозволяють коригувати рішення на основі нової інформації та врахування шоківих впливів через діалог зацікавлених сторін з моделями.
 4. Аналіз рушійних сил загроз (відсутність необхідної якості та кількості продуктів харчування, зниження якості води та ґрунтів, зниження стабільності енергопостачання, зниження ефективності використання енергії, конфліктна політика тощо) та надійні показники на основі кількісних параметрів безпеки FEWE, що характеризують послідовну робастну політику.
 5. Збір та належне представлення відповідних просторово-часових даних про сільськогосподарську діяльність, природні ресурси, демографічні, соціально-економічні та екологічні показники на національному рівні та рівні районів та регіонів України з реальних спостережень та думок експертів, з використанням відповідних гармонізованих даних та методів, наприклад, ймовірнісних методів зменшення та збільшення масштабу, непараметричної оцінки, невизначених розподілів тощо.
 6. Створення інтегрованих вкладених моделей для оцінювання робастних рішень, що забезпечують надійний та стійкий зв'язок FEWE за різних невизначених загроз та відповідних моментів зупинки.

Оскільки робастність не може бути досягнута лише в одному секторі чи країні через посилення взаємозалежності між секторами та країнами, проект має на меті розробити підходи, що дозволять розробляти надійні та безпечні рішення з точки зору всіх секторів та країн. Центральні методичні питання, пов'язані з розробкою нових методів багатомодельних зв'язків та подальшою розробкою

стохастичної версії глобальної моделі GLOBIOM та ймовірнісних методів зниження масштабу. Важливо, щоб методи зв'язування могли застосовуватися у випадках з асиметричною інформацією про підмоделі, застосовною в різних поточних та майбутніх дослідженнях та наскрізних заходах таких програм ІАСА, як Методологія системного аналізу (ASA); Моделювання та управління екосистемами (ESM), Ризик та вразливість (RAV), Енергетична, Водна та інші програми та ініціативи ІАСА. Методологія, що розробляється в рамках спільного проекту НАН України та ІАСА, має загальний характер і застосовується для інших тематичних досліджень, що мають глобальні, регіональні, локальні масштаби, наприклад, зниження розмірності SSP-сценаріїв GLOBIOM (Fricko et al., 2016; Ermoliev, et al, 2012), нові підходи до GLOBIOM, BeWhere, MESSAGE, дослідження сталого розвитку в Китаї (Xu et al., 2015; Ren et al., 2018). Завдяки цьому проект сприяє науковим пріоритетам ІАСА щодо розробки сучасних системних методів аналізу, моделей, інструментів та застосувань. Методика вивчення взаємозв'язків дає змогу об'єднати регіони, сектори та суб'єкти, часові, соціальні та просторові масштаби від глобального до регіонального, національного та субнаціонального, а також полегшує завдання керівникам для вирішення глобальних, регіональних та національних проблем. Розширені процедури оцінки та гармонізації даних використовують нові показники ефективності на основі кількісних показників, методи негладкої стохастичної оптимізації та методи SQG для пошуку робастних рішень в режимі онлайн, включаючи широке коло застосувань машинного навчання та штучного інтелекту (AI), зокрема глибокого навчання (DL) та глибоких штучних нейронних мереж (ANN).

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

Acs, S., Borodina, O., Gomez-y-Paloma, S., Kharchenko, A. (2013). Ukraine's agriculture: potential for expanding grain supply. Economic and institutional challenges. IPTS/JRC Report JRC84652. Luxembourg: Publications Office of the European Union.

Bonn 2011 Conference. The Water, Energy and Food Security Nexus – Solutions for a Green Economy. Pre-Conference draft, www.water-energy-food.org/en/conference/policy_recommendations/ch3.html.

Ermoliev Y & Ermolieva T (2013). Economic growth under catastrophes. In: Integrated Catastrophe Risk Modeling: Supporting Policy Processes. Eds. Amendola, A, Ermolieva, T, Linnerooth-Bayer, J & Mechler, R, Dordrecht: Springer. DOI:10.1007/978-94-007-2226-2_7.

- Ermoliev Y, Ermolieva T, & Galambos I (2013). Optimizing public private risk transfer systems for flood risk management in the Upper Tisza Region. In: *Integrated Catastrophe Risk Modeling: Supporting Policy Processes*. Eds. Amendola, A, Ermolieva, T, Linnerooth-Bayer, J & Mechler, R, Dordrecht: Springer. DOI:10.1007/978-94-007-2226-2_15.
- Ermoliev Y, Ermolieva T, Rovenskaya E, Obersteiner M, Knopov PS, & Gorbachuk VM (2019). Robustness, iterative stochastic quasigradient procedures, and adaptive artificial intelligence learning for cat risk management. In: *Proceedings of the 5th International scientific conference on Computational Intelligence*, 15-20 April, 2019. pp. 61-62 Uzgorod, Ukraine: Ministry of Education and Science of Ukraine.
- Ermoliev YM & Norkin V (2013). Sample average approximation method for compound stochastic optimization problems. *SIAM Journal on Optimization* 23 (4): 2231-2263. DOI:10.1137/120863277.
- Ermoliev YM, Robinson SM, Rovenskaya E, & Ermolieva T (2018). Integrated Catastrophic Risk Management: Robust Balance between Ex-ante and Ex-post Measures. *SIAM News* 51 (6): p. 4
- Ermoliev, Y., Makowski, M., Marti, K. (Eds.) (2012). *Managing safety of heterogenous systems: Decisions under uncertainties and risks*. Springer-Verlag, Heidelberg, Germany.
- Ermoliev, Y., von Winterfeldt D (2012). Risk, security and robust solutions. In: Ermoliev, Y, Makowski, M & Marti, K (Eds.) *Managing Safety of Heterogeneous Systems*. Heidelberg: Springer. DOI:10.1007/978-3-642-22884-1_2.
- Ermolieva T, Filatova T, Ermoliev Y, Obersteiner M, de Bruijn K M, & Jeuken A (2016). Flood Catastrophe Model for Designing Optimal Flood Insurance Program: Estimating Location-Specific Premiums in the Netherlands. *Risk Analysis*: 1-17. DOI:10.1111/risa.12589.
- Ermolieva T., Havlik P., Boere E., Balkovic J., Skalský R., Folberth C., Khabarov N., Fritz S., Obersteiner M., Ermoliev Y., (2019). A strategic decision-support system for strategic robust adaptation to climate change and systemic risks in land use systems: Stochastic integrated assessment GLOBIOM model. In: *Proceedings of the EU Conference on modeling for policy support*. Centre albert Borschette, Brussels, Belgium, 26-27 November, 2019.
- Fricko O, Havlik P, Rogelj J, Klimont Z, Gusti M, Johnson N, Kolp P, Strubegger M, Valin, Amann, Ermolieva, Forsell, Herrero, Heyes, Kindermann, Krey, McCollum, Obersteiner, Pachauri, Rao, Schmid, Schoepp, Riahi (2016). The marker quantification of the Shared Socioeconomic Pathway 2: A middle-of-the-road scenario for the 21st century. *Global Environmental Change* DOI:10.1016/j.gloenvcha.2016.06.004.
- Gorbachuk VM, Ermoliev Y, Ermolieva T, & Dunajevskij MS (2019). Quantile-based regression for the assessment of economic and ecological risks. In: *Proceedings of the 5th International scientific conference on Computational*

Intelligence, 15-20 April, 2019. pp. 188-190 Uzgorod, Ukraine: Ministry of Education and Science of Ukraine.

Keyzer M.A, Merbis M. D., Halsema A.M., Heyets V.M., Borodina O.N., Prokopa I. (2017). Unlocking Ukraine's Production Potential. In: Paloma et al. (Eds.) The Eurasian wheat belt and food security: Global and regional aspects. Springer. pp. 141:155.

Keyzer, M. A., Merbis, M. D., Witt, R., Heyets, V., Borodina, O., Prokopa, I. (2013). Farming and rural development in Ukraine: making dualization work. IPTS/JRC Report JRC80164. Luxembourg: Publications Office of the European Union.

Kostyuchenko, Y. V., Yuschenko, M., Elistratova, L., & Artemenko, I. (2020). Multi-Model Approach in the Risk Assessment Tasks with Satellite Data Utilization. In *Recent Advances in Mathematics for Engineering* (pp. 55-81). CRC Press.

OECD (2012), Meeting the Water Reform Challenge, OECD Studies on Water, OECD Publishing, <http://dx.doi.org/10.1787/9789264170001-en>.

Ren M, Xu X, Ermolieva T, Cao G-Y, & Yermoliev Y (2018). The Optimal Technological Development Path to Reduce Pollution and Restructure Iron and Steel Industry for Sustainable Transition. *International Journal of Science and Engineering Investigations* 7 (73): 100-105.

Xu X, Gao J, Cao G-Y, Ermoliev Y, Ermolieva T, Kryazhimskiy AV, & Rovenskaya E (2015). Modeling water-energy-food nexus for planning energy and agriculture developments: case study of coal mining industry in Shanxi province, China. IIASA Interim Report. IIASA, Laxenburg, Austria: IR-15-020

Zagorodny A, Bogdanov V, & Ermoliev Y (2013). On integrated management of food, water, energy and environmental security. In: *Integrated Modeling of Food, Energy and Water Security Management for Sustainable Social, Economic and Environmental Developments*. In: Zagorodny, A & Ermoliev (Eds.), Y, Kiev pp.187-197: NASU, ISBN 978-966-02-6824-1

Zagorodny A, Ermoliev Y, Kostyuchenko Y, Ermolieva T, & Borodina O (2012). Integrated modeling of food, energy and water security management for sustainable social, economic and environmental developments. Poster presentation, IIASA 40th Anniversary Conference, 24-26 October 2012, Laxenburg and Vienna, Austria

Zagorodny AG & Ermoliev Y (Eds.) (2013). *Integrated Modeling of Food, Energy and Water Security Management for Sustainable Social, Economic and Environmental Developments*. NASU, ISBN 978-966-02-6824-1

Zagorodny AG, Ermoliev YM, & Bogdanov VL (Eds.) (2014). *Integrated Management, Security and Robustness*. NASU, ISBN 978-966-02-7376-4

ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКИ МІЖ ПРОДОВОЛЬЧИМИ, ЕНЕРГЕТИЧНИМИ ТА ВОДНИМИ РЕСУРСАМИ: МЕТОДОЛОГІЯ МОДЕЛЮВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ СТАБІЛЬНИМ РОЗВИТКОМ

К.Л. Атоєв¹, О.М. Голодніков¹, В.М. Горбачук¹,
Т.Ю. Єрмольєва², Ю.М. Єрмольєв², В.С. Кирилюк¹,
П.С. Кнопов¹, Т.В. Пепеляєва¹

¹Інститут кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, ²Міжнародний інститут прикладного системного аналізу (IIASA, Австрія)

ВСТУП

Синергізм кліматичних змін та Четвертої промислової революції (ЧПР) стає вагомим викликом для глобального суспільства. Досягнення у розвитку новітніх технологій (біо- та нано-технології, робототехніка, Інтернет речей, автономні транспортні засоби, 3D-друк, нове природокористування, нові високі гуманітарні технології та інші) та швидке впровадження цифрової інфраструктури створюють нові можливості для стабільного розвитку суспільства [1]. У той же час, зростання соціальної нерівності, та вразливості критичної інфраструктури, розповсюдження небезпечних технологій, постійно зростаюче навантаження на економіку внаслідок старіння населення, забруднення довкілля створюють своєрідний синергетичний ефект, привносять додаткові системні ризики.

Підвищення кількості екстремальних погодних явищ (повені, шторми, та інші), зниження ефективності заходів щодо пом'якшення наслідків зміни клімату та адаптації до них, значні втрати природного різноманіття та екологічний колапс (земля, океан), підвищена потужність природних катастроф (землетруси, цунамі, виверження вулканів, геомагнітні бурі), зростання техногенних надзвичайних ситуацій (розлив нафти, радіоактивне забруднення та інші) – все ці події є головними наслідками кліматичних змін.

Вони провокують такі загрози для стабільного розвитку: 1) продовольчу кризу (кліматичні зміни сповільнюють зростання глобального врожаю, оскільки підвищення середніх температур скорочує сезон росту рослин та знижує врожай); 2) водну кризу

(водний дефіцит може дестабілізувати простір безпеки, тому ринок води у майбутньому може бути схожим з сучасним ринком енергоносіїв з його гострою конкуренцією та боротьбою у «гарячих» точках глобального світу); 3) енергетичну кризу[2].

Енергетична криза пов'язана не тільки с дефіцитом палива, але також зі змінами балансу попиту та пропозиції енергоресурсів внаслідок досягнень в розвитку технологій добування сланцевої нафти і сланцевого газу. Нестабільність цін на енергетичному ринку є одним з проявлень такого дисбалансу. Крім того з розвитком ЧПР, економіка у майбутньому буде ставати менш енергетично залежною, завдяки новітнім технологіям та мірам щодо енергозбереження. Ось чому у центрі уваги опиняються дослідження взаємозв'язку продовольчих, енергетичних та водних ресурсів (ПЕВР).

Створення складної мережі глобальної економіки значно підсилює поля техногенних, природних, економічних і соціальних ризиків. Це обумовлено такими особливостями сучасного суспільства, як підвищена щільність зв'язків між вузлами мережі та різке зростання швидкостей, з якими матеріальні цінності й інформація циркулюють по її структурі. Вузли цієї мережі перетворюються на своєрідні акупунктурні точки вразливості суспільства, в яких слабкі впливи можуть викликати сильні розбіжності траєкторій розвитку систем, непередбачувані за своїми масштабами наслідки, зростання невизначеності майбутнього (Рис.1). Сильні зв'язки між вузлами глобальної сіті призводять до того, що вразливість кожного вузла матиме вирішальне значення для вразливості інших.

Кумулятивний ефект різних джерел ризиків стає важливим генератором невизначеності і нестабільності в сучасному суспільстві. У разі кумулятивних стресорів, відбувається нелінійне підвищення уразливості системи і зниження можливостей її адаптації. Нелінійності призводять до виникнення областей значень системних параметрів, які часто характеризуються непередбачуваною поведінкою, коли малі впливи викликають істотну трансформацію безпеки системи

Отже, кліматичні зміни та ЧПР створюють сукупність взаємопов'язаних криз – продовольчої, водної та енергетичної. Ці кризи посилюють одна іншу. Тому потрібна інтегрована політика для мінімізації їх наслідків. Усе це потребує створення нових методів для комплексного моделювання та управління ризиком, які дозволяють дослідження синергетичної взаємодії між ризиками різного походження. Посилення можливостей модельних досліджень у такої

сфері як вплив глобальних змін на взаємозв'язок ПЕВР в умовах підвищеної невизначеності є головною метою даної статті.

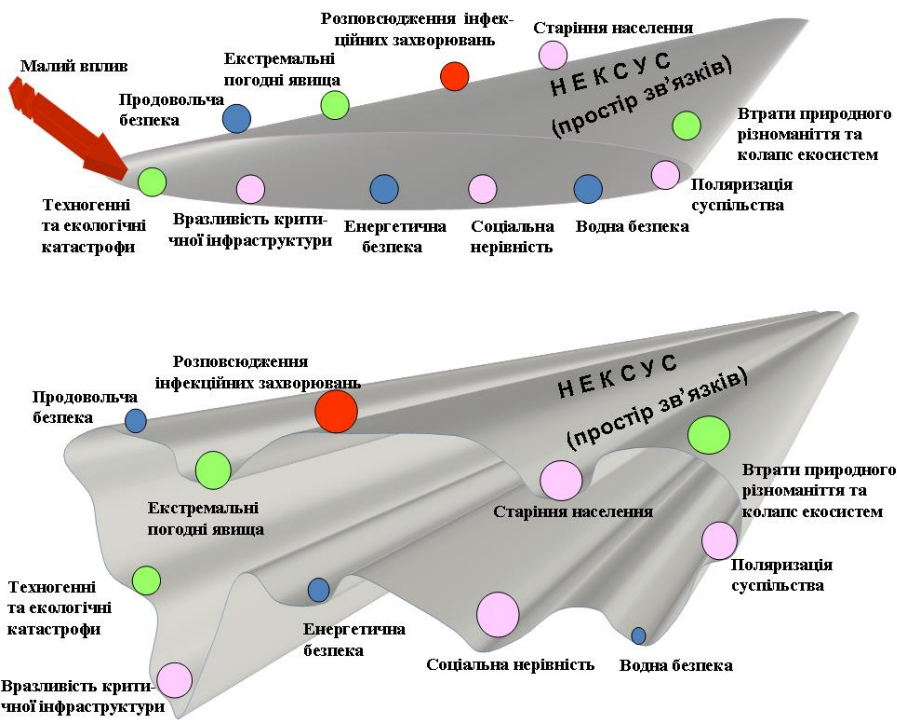


Рис. 1. Трансформація простору взаємозв'язків глобальних загроз при малих впливах.

Будуть розглянуті наступні задачі: 1) розробка математичних моделей для прогнозування динаміки взаємозв'язку ПЕВР та можливих механізмів виникнення нестабільності; 2) розробка математичної моделі для аналізу ризику в рослинництві; 3) розробка методології прийняття рішень в умовах ризику та часткової невизначеності; 4) розробка двоетапної та дворівневої моделі еколого-економічних рішень.

1. МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКУ ПЕВР

Аналіз, що був проведений в [3,4] дозволив встановити основні вимоги до математичної моделі для дослідження взаємозв'язку ПЕВР. Ефективність моделювання багато в чому залежить від знаходження збалансованості між прагненням до деталізації та необхідністю спрощення моделі. Чим більш деталізованою стає модель, тим більш зростає її розмірність, ускладнюється завдання ідентифікації параметрів моделі і збору вхідних даних, зростає похибка розрахунків та звужується горизонт прогнозування. Крім того, складна система не є простою сумою її підсистем. В той же час без побудови достатньо

детальних моделей, неможливо зрозуміти, як порушення на одному підривні передаються на інші, як дія адаптаційних процесів на рівні однієї підсистеми впливає на діяльність механізмів самоорганізації і функціонування складної соціально-економічної системи в цілому. Неможливим стає і визначення реальних сценаріїв розвитку і оцінка ефективності конкретних управлінських рішень.

Задачі великої розмірності можна вирішувати, використовуючи той факт, що фазовий простір динамічних систем є у більшості випадків неоднорідний. В одній області параметрів стан системи може бути з прийнятною точністю охарактеризований за допомогою невеликої кількості змінних, які складають проекцію малої розмірності. Інші змінні можуть бути підпорядковані змінним проекції (параметрам порядку). Вони є несуттєвими з точки зору опису системи в межах даної області параметрів. У загальному випадку проекції малої розмірності можуть використовуватися в обмежених областях фазового простору, причому в різних областях проекції необов'язково однакові. В області параметрів, в яких побудова проекції малої розмірності з подальшим використанням методів нелінійної динаміки не є можливою, поведінка системи, відрізняється складністю, непередбачуваністю і різноманітністю, внаслідок чого доводиться використовувати імовірнісні методи [5]. Таким чином, при дослідженні складних систем використовується комбінація детерміністських [6,7] і стохастичних моделей [8,9]. У тих випадках, коли внаслідок унікальності явища, імовірнісні методи стають неефективними, поведінка системи досліджується за допомогою методів теорії гладких відображень [6,7].

Дослідження взаємозв'язку ПЕВР потребує використання інтегрованих моделей, які об'єднують різні контури регулювання еколого-економічної системи. Така модель була запропонована Форестером для вивчення глобальної динаміки [10]. Деякі модифікації цієї моделі використовувались для рішення різноманітних задач, пов'язаних з оптимальним управлінням глобальним розвитком [7,11,12]. Однак, більшість моделей економічного розвитку були розроблені ще до ери глобалізації і не дозволяють описати режими поведінки соціально-економічної системи в околиці точок біфуркації, коли системні закони, що керують поведінкою економічних систем, можуть різко змінюватися. Система у таких випадках стає сильно залежною від малих змін параметрів управління і початкових умов. Таким режимам, властивий стрибкоподібний характер, коли малі плавні зміни параметрів системи, приводять до різкої зміни траєкторії розвитку.

У ряді робіт було запропоновано використовувати для дослідження подібних систем теорію режимів із загостренням, яка до цього успішно використовувалася для вирішення завдань газової динаміки, фізики плазми, хімічної кінетики, лазерного термоядерного синтезу. Особливістю режимів із загостренням є те, що в них функція може необмежено зростати за обмежений час. Ці режими, можуть приводити до виникнення просторово локалізованих дисипативних структур. У таких структурах існує можливість появи детермінованого хаосу – дивних аттракторів [13,14].

Глобальна економіка може бути розглянута як відкрита, нелінійна, дисипативна, потенціальна система, така що самоорганізується, самовідтворюється, має сітьові елементи та близька до стану нестійкої рівноваги [15]. Дійсно, в таких областях, як фондові і фінансові ринки, грошове звернення і кредит, економічні системи можуть залишатися нерівноважними досить довгий час. Було відзначено, що коливальна динаміка ряду ключових показників світової економіки (індекс Доу-Джонса, ціна на золото, ціна на нафту і так далі) в певні періоди нагадує хаотичну динаміку коливань, характерних для дивних аттракторів [16].

Як свідчать дані The World Bank, показники приросту ПЕВР в Україні на протязі 1993-2013 рр. (продовольчий індекс, споживання енергії, кількість води забраної з природних водних об'єктів) суттєво коливались (Рис. 2).

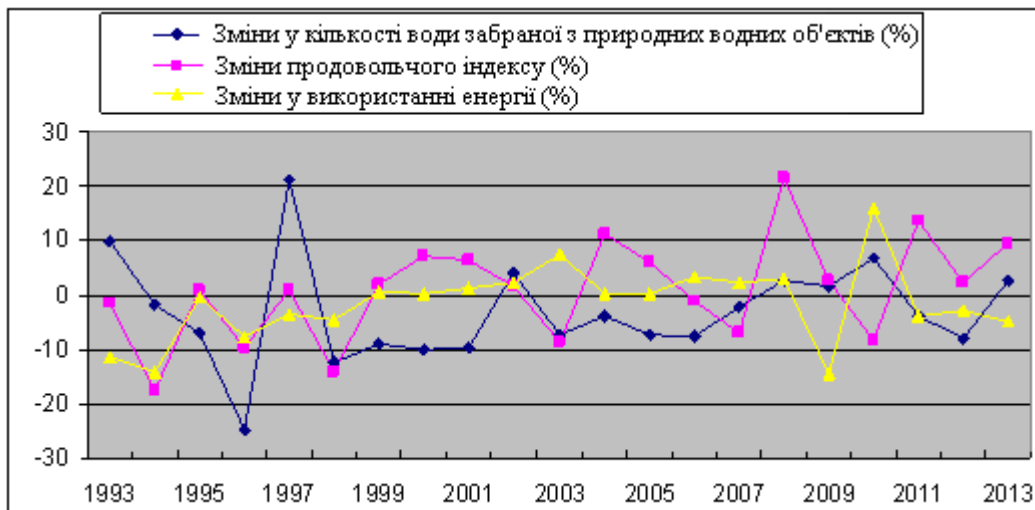


Рис.2. Динаміка змін ПЕВР в Україні (<http://wdi.worldbank.org/table/>).

На рис.3 представлені фазові криві, що характеризують різні проекції коливань цих параметрів для України, Білорусі та Польщі.

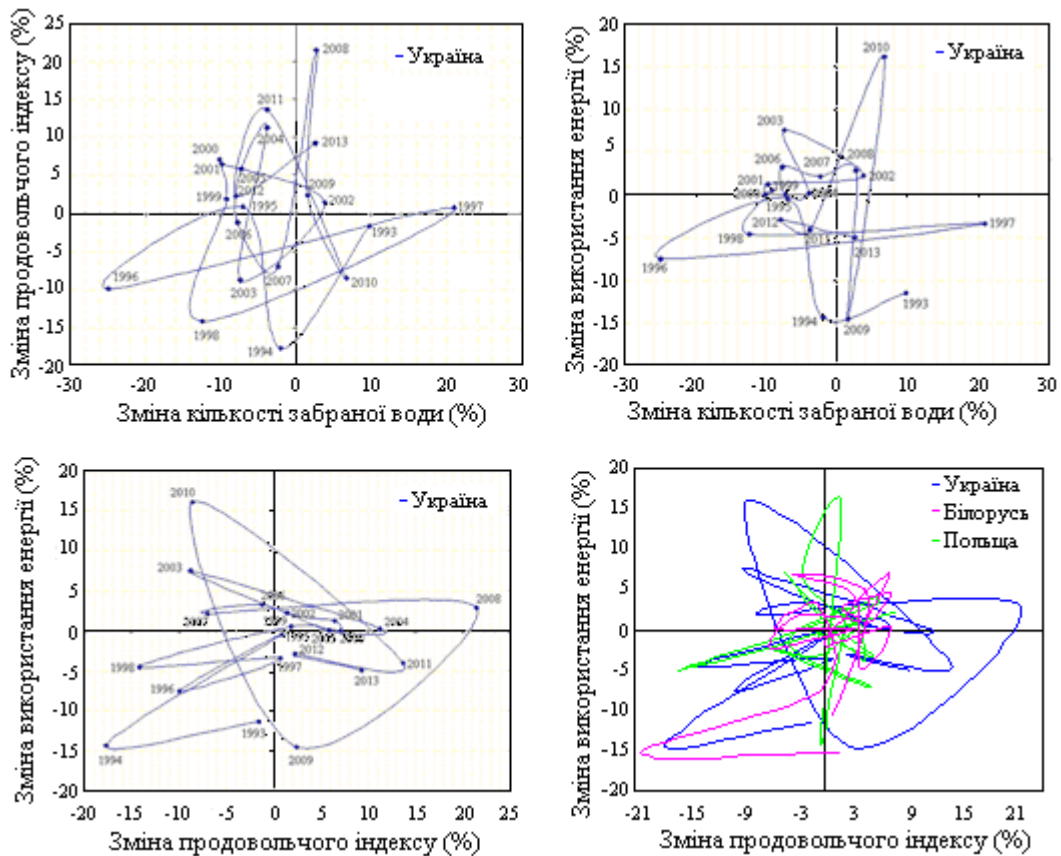


Рис.3. Проекції фазових кривих ПЕВР на протязі 1993-2013 рр. (The World Bank <http://wdi.worldbank.org/table/>)

Траєкторії фазових кривих в окремі періоди можуть трактуватися як рух до граничного циклу, що свідчить про можливість існування стійких циклічних аттракторів. Тому є вагомі причини залучення математичних моделей детермінованого хаосу – «дивних аттракторів» для дослідження механізмів нестабільності взаємозв'язку ПЕВР.

У роботі [17] була запропонована розподілена модель ринкової економіки, яка дозволяє отримати хаотичні рішення в просторі змінних, що характеризують фінансово-економічні показники. В якості змінних цієї моделі використовувалися зміна та інтенсивність руху капи талу (K) та попиту (D) під впливом норми прибутку (U). Однією з властивостей цієї системи була наявність в ній послідовності біфуркацій народження стійких періодичних однорідних просторових вирішень довільного періоду, що формують однорідний по простору, але хаотичний за часом аттрактор.

Розглянемо завдання побудови моделі, яка дозволяла б отримати хаотичні режими в просторі соціально-економічних змінних. Базуючись на дослідженнях глобальної економіки будемо використовувати наступні припущення [18].

Глобальна економіка створює певний попит на діяльність різних виробничих систем, відповідальних за стійкий розвиток суспільства в різних вимірах його функціонування (енергетичному, інформаційному, матеріальному, екологічному, медико-біологічному та інші).

Частина ресурсів, вироблюваних цими системами, витрачається на підтримку їх внутрішньої структури, інакше кажучи, на здійснення внутрішньої функції, інша частина – на зовнішні функції, визначувані попитом глобальної економіки. Ці попити залежать від різних чинників: поточного стану виробничих систем, навантаження, дії зовнішнього середовища, ефективності регуляторних механізмів і так далі

Нехай b_{1i} – поточний попит на діяльність i -ої виробничої системи, нормований на одиницю системи матеріального виробництва, як яка розглядатимемо робоче місце у відповідній галузі виробництва (Y_i). Поточний стан i -ої виробничої системи характеризується рівнем її зовнішньої функції, що визначає її пропозицію на попит глобальної економіки. Пропозиція або відповідає попиту, чи ні.

Нехай b_{2i} – рівень пропозиції, що нормується на одиницю виміру функції i -ої виробничої системи (виробництво матеріальних цінностей, послуг, інформаційного контенту і так далі) X_i . Відповідно до прийнятих позначень $b_{1i}Y_i$ та $b_{2i}X_i$ характеризують відповідно загальний попит на діяльність i -ої системи і загальна пропозиція на підтримку зовнішньої функції, визначувану можливостями існуючих робочих місць.

Нехай швидкість змін пропозиції зовнішній функції пропорційна надлишку попиту глобальної економіки над пропозицією. Тоді маємо наступне рівняння для динаміки пропозиції i -ої системи:

$$dX_i / dt = a_{1i}[b_{1i}Y_i - b_{2i}X_i], \quad (1.1)$$

де a_{1i} – параметр, що характеризує адаптаційні можливості.

Існують регуляторні механізми, які в разі надлишкового попиту приводять до змін у виробничих системах, що залучають до виробництва нові робочі місця. Вважатимемо, що чим більше X_i тим більша кількість робочих місць Y_i залучена в процес. Нехай $c_{1i}(t)$ – попит на збільшення числа робочих місць, нормований на одиницю X_i , а $c_{2i}(t)$ - доля робочих місць Y_i залучених в забезпечення X_i . Тоді $c_{1i}X_i$ та

$c_{2i}Y_i$ відповідно характеризують загальний попит і пропозицію для створення робочих місць. Нехай швидкість зміни числа робочих місць буде пропорційна надлишку їх попиту над пропозицією. Тоді маємо наступне рівняння, що описує динаміку числа робочих місць, залучених у виробництво:

$$dY_i / dt = a_{2i}[c_{1i}X_i - c_{2i}Y_i], \quad (1.2)$$

де a_{2i} має той же сенс, що a_{1i} .

Рівняння (1.2) не враховує, що число Y_i не може зростати необмежено, оскільки існують певні економічні, матеріальні і інформаційні обмежувачі, гальмівні це зростання. Крім того, необхідно врахувати, що частина ресурсів витрачається на підтримку внутрішньої структури виробничих систем, тому відбувається постійне залучення частини Y_i до цього процесу. Відтік робочих місць пропорційний, з одного боку, рівню зовнішньої функції X_i , що створює надлишкове навантаження на структури i -ої системи, а, з іншого боку, рівню структурних порушень (Z_i). Ці порушення виникають у виробничих системах і вимагають додаткових ресурсних витрат на своє усунення.

Зневажливо малий рівень структурних порушень може привести до катастрофічних наслідків, якщо рівні зовнішньої функції X_i , обумовлені економічною інтеграцією, технологічною розвиненістю і політичними зобов'язаннями (глобалізація), – досить високі. Тому рівняння, що описує темп зміни числа робочих місць трансформується до вигляду (1.3)

$$dY_i / dt = a_{2i}[c_{1i}X_i - c_{2i}Y_i - c_{3i}X_iZ_i], \quad (1.3)$$

де c_{3i} – попит на Y_i обумовлений забезпеченням внутрішніх функцій виробничої системи і нормований на одиниці зовнішньої функції і виникаючих порушень.

Вважатимемо, що зростання числа порушень пропорційне рівню навантаження на структури, що забезпечують зовнішню функцію X_i . Це навантаження залежить від величини X_i та числа робочих місць Y_i , залучених в процес виробництва. Також передбачимо, що існують регуляторні (адаптаційні) механізми, які в певних межах здатні усувати виникаючі порушення, активуючись при їх виникненні і накопиченні.

Нехай d_{1i} та d_{2i} - відповідно коефіцієнти пропорційності, тоді швидкість росту порушень описуватиметься наступним рівнянням:

$$dZ_i / dt = [d_{1i}X_iY_i - d_{2i}Z_i], \quad (1.4)$$

Розглянемо одну ізольовану систему, яка має одну зовнішню

функцію. Хай всі модельні коефіцієнти не залежать від часу. Введемо наступні позначення:

$$t = t^* / (a_2 c_2), \quad \sigma = (a_1 b_2) / (a_2 c_2), \quad r = (b_1 c_1) / (b_2 c_2), \quad b = d_2 / (a_2 c_2), \\ x = d_1 X(c_3/d_1)^{1/2} / (a_2 c_2), \quad y = d_1 b_1 Y(c_3/d_1)^{1/2} / (b_2 a_2 c_2), \quad z = (b_1 c_3 Z) / (b_2 a_2 c_2)$$

В цьому випадку рівняння (1.1), (1.3) та (1.4) трансформуються до вигляду (1.5)

$$dx/dt^* = \sigma(y - x), \quad dy/dt^* = rx - y - xz, \quad dz/dt^* = xy - bz, \\ (1.5)$$

Згідно з роботою Лоренца [19], в даній системі виникають підтримувані хаотичні режими. Таким чином, взаємозв'язку між зовнішньою функцією виробничої системи, кількістю робочих місць і структурними порушеннями можуть описуватися моделлю метастабільного хаосу Лоренца. Перехід від стабільності системи (низький рівень вразливості) до її нестабільності (високий рівень вразливості) може бути аналогічний переходу від ламінарного потоку до турбулентного.

Зростання попиту веде до зростання параметру r . Зростання пропозиції до зменшення цього параметру. Існують інтервали відношення попит/ пропозиція, які відповідають різним режимам метастабільного хаосу. Мали флуктуації параметра r можуть визвати суттєву трансформацію динаміки системи. У верхній границі цього інтервалу такі флуктуації можуть визвати катастрофічні наслідки, пов'язані з переходом от стабільності до нестабільності, від стану з низьким рівнем вразливості до стану з її високим рівнем.

Дослідження детермінованого хаосу у фізиці, біології, економіці привело до істотного переосмислення його ролі в самоорганізації складних динамічних систем [20]. Виявилось, що завдяки хаотичним режимам з їх підвищеною чутливістю до малих обурень параметрів, стає можливим переведення систему з околиці одного нестійкого граничного циклу в околицю іншого. Іншими словами стає можливим якісна зміна поведінки соціально-економічної системи, за рахунок малих змін параметрів управління, а значить при значній економії ресурсів. Виходячи з цього розуміння, трансформувалося завдання управління хаосом. Від вибору дій, що управляють, сприяючих припиненню хаосу, до вибору управлінь, що дозволяють стабілізацію певних нестійких періодичних траєкторій [17].

Скорочення ресурсної бази внаслідок кліматичних змін звужує можливості стабільного розвитку. У випадку України, існуючі ресурси, дозволяють лише трохи змінювати параметри управління економікою, тому виникає завдання пошуку таких траєкторій розвитку, які б дозволяли за рахунок малих змін параметрів, здійснювати «перескок» з однієї траєкторії розвитку на іншу. Моделі дивних аттракторів як раз можуть бути використані для дослідження умов, при яких можливий такий своєрідний фазовий перехід з одного граничного циклу до іншого.

За допомогою даних Світового Банку був проведений аналіз динаміки змін показників, що характеризують споживання свіжої води та енергії на протязі 1993 – 2013 років. Як видно з рис.4 у період 1995-1998 років траєкторія фазової кривої змін вказаних показників залишалася в зоні тяжіння граничного циклу 1. Трансформації в економіці України в 1999 та 2000 роках призвели до переходу траєкторії цієї фазової кривої в зону тяжіння іншого аттрактора – граничного циклу 2 (період 2000 – 2004 років). Траєкторія фазової кривої у період 2005 – 2013 років може трактуватися як рух до нового граничного циклу 3.

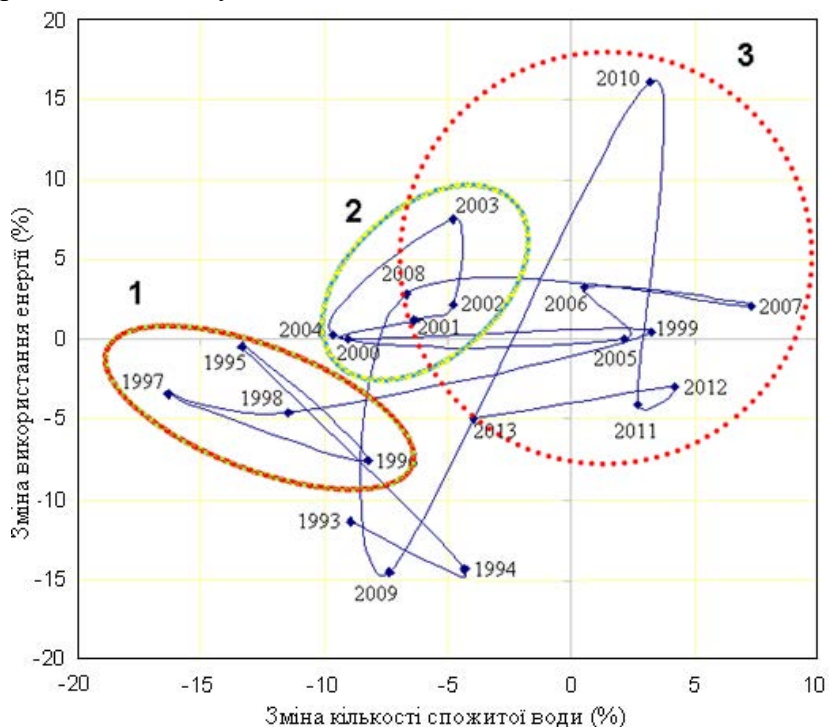


Рис 4. Фазова траєкторія змін споживання свіжої води та енергії в Україні у 1993-2013 роках за даними The World Bank (<http://wdi.worldbank.org/table/>)

Система (1.5) може бути записана в комплексній формі відносно двох комплексних змінних x та y однієї речової змінної z , що має речові параметри σ та b і комплексні параметри $r = r_1 + ir_2$, $a = 1 - ei$. Як показано в [17] в комплексній системі рівнянь Лоренца реалізується сценарій переходу до хаосу через субгармонійний каскад біфуркацій двомірних торів. У системі народжується граничний цикл частоти $\omega = r_2\sigma/(\sigma+1)$.

Повернемося тепер до системи рівнянь (1.1-1.4). В цьому випадку маємо n осциляторів, що генерують коливання з частотами ω_i відповідно. Якщо задати набір функцій зв'язку між осциляторами, то отримаємо систему зв'язаних осциляторів. Колективна синхронізація даних осциляторів може бути досліджена за допомогою моделі Курамото [21], яка має наступний вигляд:

$$\partial\theta_i / \partial dt = \omega_i + K / N \sum_{j=1}^N \sin(\theta_k - \theta_j), \quad i = 1 \dots N$$

де $\theta_i \in [0, 2\pi]$ - фазові змінні, ω_i -власні частоти, $K > 0$ – параметр зв'язку.

Таким чином, завдання управління соціально-економічним розвитком в умовах виникнення хаотичних режимів зводиться до управління частотою ненульового середнього поля, що продукується зв'язаними осциляторами.

2. АНАЛІЗ РИЗИКУ В РОСЛИННИЦТВІ

На сучасному етапі розвитку аграрного сектора України сільськогосподарські товаровиробники самостійно визначають структуру посівних площ, орієнтуючись переважно тільки на поточну кон'юнктуру продовольчого ринку. Погодний ризик, якщо і враховується, то тільки на інтуїтивному рівні. Недостатня увага до цього аспекту на практиці призводить до великих втрат урожаю при несприятливих погодних умовах. Тому набуває особливої актуальності розробка математичних методів оцінки ризику втрат врожаю і його врахування при плануванні структури посівних площ на рівні країни. Для вирішення цієї проблеми в цій статті розроблена математична модель для оптимізації структури посівних площ сільськогосподарських культур на рівні країни з урахуванням ризику втрат врожаю. В її основі лежить підхід, прийнятий в теорії портфельної оптимізації, початок якої було покладено в статті Марковіца [22]. Відповідно до цього підходу обмежені фінансові ресурси розподіляються між фінансовими інструментами таким чином, щоб максимізувати середню прибуток при обмеженнях на ризик втрат.

В роботах [23-27] цей підхід було модифіковано та застосовано для розв'язання прикладних задач не тільки в ризик-менеджменті і фінансової інженерії, а й в таких областях, як сучасна статистика, стохастичне програмування, логістика, медицина, механіка і сільське господарство. У термінах оптимізації структури посівних площ задача полягає в пошуку розподілу загальної посівної площі між областями України, який максимізує середньорічну врожайність при обмеженні на ризик недобору врожаю.

2.1 Постановка задачі

Задача ризик-аналізу в рослинництві полягає в оцінюванні рівня можливих втрат врожаю, спричинених різними причинами, і їх імовірнісних характеристик.

Розглядаються K областей України. Нехай ξ_k – середня по k -й області врожайність деякої сільськогосподарської культури, $k=1, \dots, K$, і ξ – її середня по країні врожайність. Оскільки ці величини з року в рік змінюються випадковим чином, то будемо розглядати їх як випадкові величини. Як еталон, по відношенню до якого визначаються втрати врожаю (недобір врожаю) в k -й області, можна було б вибрати середній багаторічний рівень врожайності по цій області $\bar{\xi}_k = E[\xi_k]$. Але в такому разі не було б єдиного зразка для всіх областей, і порівняння оцінок ризику втрат врожаю між областями було б ускладнено. Тому недобір врожаю в k -й області оцінюватимемо відносно середнього багаторічного рівня врожайності даної культури по всій країні, $\bar{\xi} = E[\xi]$, за формулою

$$\omega_k = \bar{\xi} - \xi_k, \quad k=1,2,\dots,K. \quad (2.1)$$

Позитивні значення випадкової величини ω_k відповідають небажаним наслідкам (недобір врожаю по відношенню до еталонного рівня), а негативні - сприятливим (урожай, який перевищує середній рівень). У зв'язку з цим виникає проблема вибору підходящої міри ризику реалізації небажаних наслідків. З появою статті [22], протягом декількох десятиліть в теорії портфельної оптимізації у якості міри ризику використовувалося стандартне відхилення, що характеризує ширину імовірнісного розподілу. При цьому великі відхилення від середнього як в бік позитивних значень, так і в бік негативних розглядаються як ризиковані. У той же час на практиці мінімізації підлягають тільки односторонні відхилення в позитивний бік, які відповідають втратам врожаю. Тому в останній час широкого

поширення набула міра ризику VaR (Value at Risk), яка враховує відхилення тільки в один (несприятливий) бік.

Розглянемо розподіл ймовірностей випадкової величини ω втрат врожаю

$$F(z) = P\{\omega \leq z\}. \quad (2.2)$$

Тоді VaR при рівні значимості α ($0 < \alpha < 1$) функції розподілу ω визначається за формулою [23–25]:

$$VaR_\alpha(\omega) = \min\{z \mid F(z) \geq \alpha\} \quad (2.3)$$

При $\alpha = 0.95$ це визначення означає, що зі ста випадків тільки в п'яти недобір врожаю буде перевищувати $VaR_{0.95}(\omega)$. Якщо функція розподілу $F(z)$ неперервна і строго монотонна, то $VaR_\alpha(\omega)$ - квантиль рівня α для цієї функції. Дана міра ризику має простий інтуїтивно зрозумілий сенс. Проте вона не відображає можливість реалізації великих втрат за межами $VaR_\alpha(\omega)$ з малими ймовірностями.

Для урахування важких хвостів в функції розподілу втрат, в якості міри ризику використовують $CVaR$ (conditional VaR). Ця міра ризику визначає середні втрати, що перевищують відповідне значення VaR . Якщо функція розподілу $F(z)$ неперервна в точці $VaR_\alpha(\omega)$, то $CVaR$ визначається за формулою [25]

$$CVaR_\alpha(\omega) = E\{\omega \mid \omega \geq VaR_\alpha\}, \quad (4)$$

де E – математичного очікування.

Розглянемо дискретний випадок, коли випадкова величина ω приймає кінцеве число значень, які упорядковані наступним чином: $z_1 < z_2 < \dots < z_N$, і ймовірність реалізації значення z_n дорівнює $p_n > 0$, $n = 1, \dots, N$. Нехай при цьому індекс n_α задовольняє умові

$$\sum_{n=1}^{n_\alpha} p_n \geq \alpha > \sum_{n=1}^{n_\alpha-1} p_n.$$

Тоді $CVaR_\alpha(\omega)$ обчислюється за формулою [25]

$$CVaR_\alpha(\omega) = \frac{1}{1-\alpha} \left[\left(\sum_{n=1}^{n_\alpha} p_n - \alpha \right) z_{n_\alpha} + \sum_{n=n_\alpha+1}^N p_n z_n \right]. \quad (2.5)$$

Оскільки на практиці розподіл випадкової величини ω невідомий, то для обчислення $CVaR_\alpha(\omega)$ використовується сценарний підхід, заснований на історичних даних.

В рамках цього підходу будемо вважати, що випадкова величина ξ_k приймає з рівними ймовірностями значення (сценарії) u_{1k}, \dots, u_{jk} , де u_{jk} – історична (статистична) врожайність сільськогосподарської культури в j -му році (при j -му сценарії) в k -й області, $k = 1, \dots, K$, $j = 1, \dots, J$; J – період (кількість сценаріїв), в межах якого використовуються статистична інформація про врожайність даної культури за минулі роки.

У наступному розділі представлені результати оцінки ризику недобору врожаю озимої пшениці по всіх областях України з використанням в якості міри ризику $CVaR_\alpha(\omega)$, що обчислюється за формулою (2.5). За допомогою співвідношень ризик недобору врожаю – середньорічна врожайність будуть виявлені як області, найбільш сприятливі для виробництва даної сільськогосподарської культури, так і несприятливі. Область, в якій середньорічна врожайність висока при низькому рівні ризику, вважається сприятливою для вирощування даної культури. Це співвідношення використовується в статті в якості базису для оптимального розподілу посівних площ сільськогосподарської культури по областях. Використовуючи великий розкид по областях значень середньорічний врожайності і ризику недобору врожаю, можна вибрати такий розподіл посівних площ по областях, при якому досягається максимальне значення середньорічної врожайності даної культури по країні і при цьому ризик недобору врожаю не перевищує заданого критичного рівня.

Для формулювання задачі оптимального розподілу посівних площ однієї культури по областях з урахуванням ризику втрат врожаю введемо такі позначення. Нехай S – загальна посівна площа, яку планується відвести під цю сільськогосподарську культуру; x_k – частка загальної площі, яка припадає на k -у область, $k = 1, \dots, K$; u_{jk} – врожайність даної культури в k -й області при j -му сценарії, $k = 1, \dots, K$, $j = 1, \dots, J$; s_k – вільна посівна площа, яка може бути відведена під дану культуру в k -й області.

При фіксованому розподілі посівних площ $x = (x_1, \dots, x_K)$ середня по країні врожайність культури при j -му сценарії дорівнює

$$u_j(x) = \sum_{k=1}^K u_{jk} x_k. \quad (2.6)$$

Середньорічна врожайність по країні дорівнює

$$\bar{u}(x) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J u_j(x) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K u_{jk} x_k . \quad (2.7)$$

Недобір урожаю в країні при j -м сценарії в порівнянні з еталонним рівнем $\bar{\xi}$ дорівнює

$$\omega(x, j) = \bar{\xi} - u_j(x) = \bar{\xi} - \sum_{k=1}^K u_{jk} x_k . \quad (2.8)$$

Ризик недобору врожаю в порівнянні з еталонним рівнем вимірюється показником $CVaR_\alpha(\omega(x))$ і обчислюється за формулою (2.5), де

$$p_j = \frac{1}{J}, j = 1, \dots, J .$$

Задача оптимізації розподілу посівних площ під одну культуру по областям з урахуванням ризику полягає у визначенні такого розподілу посівних площ, $x^* = (x_1^*, \dots, x_K^*)$, при якому максимізується її середньорічна врожайність по країні

$$\bar{u}(x^*) = \max_x \left[\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K u_{jk} x_k \right] \quad (2.9)$$

і при цьому виконуються обмеження:

- на ризик недобору врожаю

$$CVaR_\alpha(\omega(x)) \leq R, \quad (2.10)$$

- на суму посівних площ, відведених під культуру в усіх областях

$$\sum_{k=1}^K x_k = 1, \quad (2.11)$$

- на посівні площі, які можна виділити в окремих областях,

$$0 \leq x_k \leq \frac{S_k}{S}, k = 1, \dots, K . \quad (2.12)$$

Величина R в обмеженні (2.10) відображає прийнятний з точки зору забезпечення продовольчої безпеки країни рівень недобору врожаю в розрахунку на 1 га. При цьому мається на увазі, що компенсувати втрати врожаю можна за рахунок інших джерел, наприклад наявних запасів або скорочення експорту відповідної сільськогосподарської продукції. Оцінка ризику в лівій частині обмеження (2.10) повинна використовуватися як основа для вироблення стратегії формування необхідних обсягів запасів.

Помноживши обидві частини обмеження (2.11) на величину S , отримаємо балансове обмеження, яке гарантує, що сума посівних площ, відведених під цю культуру в усіх областях, дорівнює її загальної посівної площі S на рівні країни.

2.2 Результати розрахунків

В даному розділі математичні методи і модель, що були запропоновані в попередньому розділі, використовуються для проведення ризик-аналізу ефективності виробництва озимої пшениці в кожній області України, а також для рішення задачі оптимального розподілу посівних площ по областям з урахуванням ризику.

З урахуванням того, що період, за який використовуються статистичні дані про врожайність, $J = 13$, при виборі рівня значимості $\alpha = 0.77$, значення $CVaR_{0.77}(\omega)$ приблизно дорівнює середньому значенню недобору врожаю за три найбільш неурожайні роки.

Згідно з методикою, яка застосовується в Україні та в деяких інших країнах СНД, врожайність сільськогосподарських культур визначається в розрахунку на 1 га площі, з якої забирається урожай. Для проведення ризик-аналізу були отримані значення врожайності озимої пшениці в розрахунку на 1 га посівної площі як по областям, так і по країні, і визначено середній за 13 років рівень її врожайності по країні $\bar{\xi}$. Отримане значення $\bar{\xi} = 27.28$ ц з одного гектара засіяної площі в подальшому використовувалося як еталон, щодо якого за формулою (2.1) визначалися втрати врожаю. По кожній області були визначені середньорічні значення врожайності озимої пшениці і розраховані за формулою (2.5) значення ризику недобору її врожаю.

Випадкова мінливість врожайності сільськогосподарської культури у фіксованій області характеризується двома показниками: середньорічний врожайністю і ризиком недобору врожаю по відношенню до еталонного значення. Ці показники характеризують ефективність її виробництва в даній області. Порівняння областей за цими двома показниками зручно проводити з допомогою графіка, на якому по осі X відкладаються значення ризику, $CVaR_{0.77}$, а по осі Y - середньорічна врожайність, ц на 1 га посівної площі (див. Рис. 5). Точці з координатами (x, y) на цьому графіку відповідає область, середньорічна врожайність в якій дорівнює y , а ризик недобору врожаю – x .

У лівому верхньому кутку розташовані точки, які відповідають областям з найбільш сприятливими умовами для виробництва озимої

пшениці, оскільки вони характеризуються порівняно високими рівнями середньорічної врожайності і низькими значеннями ризику недобору врожаю. У цю групу входять Черкаська, Київська, Вінницька та Волинська області.



Рис. 5. Діапазон співвідношень "ризик недобору врожаю - середньорічна врожайність" по областям України для озимої пшениці.

Найменшим ризиком недобору врожаю озимої пшениці характеризується Волинська область, у якій значення ризику $CVaR_{0.77} = 4.45$ ц / га. Таким чином, в середньому за три найбільш неврожайних в цій області роки із 13 недобір врожаю озимої пшениці по відношенню до еталону (27.28 ц / га) становить 4.45 ц / га. Проте середньорічна врожайність цієї культури в Волинській області (28.05 ц / га) набагато нижче відповідного показника в Черкаській області (33.87 ц / га).

Досить хороше співвідношення "ризик недобору врожаю - середньорічна врожайність" демонструє Київська область, в якій середньорічна врожайність озимої пшениці на 4.76 ц / га вище, ніж у Волинській, а ризик вище тільки на 0.41 ц / га.

Найгірше співвідношення "ризик недобору врожаю - середньорічна врожайність" демонструють області, яким відповідають точки в правому нижньому кутку на графіку, оскільки у них низькі рівні середньорічної врожайності і високі значення ризику недобору врожаю. У цю групу входять Миколаївська та Херсонська області. Миколаївська область характеризується найбільшим значенням ризику $CVaR_{0.77} = 16.93$ ц / га на фоні досить низького значення середньорічної врожайності озимої пшениці, 23.76 ц на 1 га посівної площі. Найменший рівень середньорічної врожайності озимої пшениці, 21.98 ц / га, при досить високому рівні ризику, $CVaR_{0.77} = 11.44$ ц / га, демонструє Автономна Республіка Крим.

Розглянемо, як впливає розмір загальної посівної площі S і її розподіл між областями на ефективність виробництва озимої пшениці на рівні країни. Проведено чотири серії розрахунків при значеннях S , рівних 2356.5, 5089.2, 5533.8, 6499.4 тис. га, які відповідають загальним посівним площам, відведеним в Україні під озиму пшеницю в 2003 р, 2006, 2012 і 2011 рр. відповідно.

Для параметру s_k , який використовується в правій частині обмеження (2.12), ми вибрали максимальну за 13 років посівну площу, яку було відведено під озиму пшеницю в k -й області, $k = 1, \dots, K$.

У кожній серії розрахунків розв'язувалась задача (2.9) - (2.12) при різних значеннях правої частини в обмеженні (2.10), R_1, \dots, R_N , яким відповідають оптимальні рішення $x_{R_1}^*, \dots, x_{R_N}^*$. Оптимальне рішення $x_{R_n}^*$ задачі (2.9) - (2.12) при фіксованому значенні правої частини R_n в обмеженні (2.10) характеризується співвідношенням "ризик недобору врожаю - середньорічна врожайність": $(CVaR_{0.77}(\omega(x_{R_n}^*)), \bar{u}(x_{R_n}^*))$, $n = 1, \dots, N$.

Якщо відобразити точки з такими координатами на графіку, на якому по осі X відкладаються значення ризику, $CVaR_{0.77}$, а по осі Y - середньорічна врожайність на рівні країни, то отримаємо криву, аналогічну межі ефективності Марковіца, яка широко використовується в теорії портфельної оптимізації.

На рис. 6 відображені чотири таких кривих, помічені номерами 1 - 4.

Крім того, показані також і точки з номерами 5 - 11, що характеризують фактичні значення показників ефективності розподілу посівних площ озимої пшениці по областям України в різні роки.

Крива 1 на графіку є межею ефективності розподілу загальної посівної площі озимої пшениці розміром $S = 2356.5$ тис. га між областями при фіксованих значеннях s_k , $k = 1, \dots, K$. Саме на такій площі була посіяна озима пшениця в Україні в 2003 р. Це значення - мінімальне за 2000 - 2012 рр. Кривій 2 відповідає площа розміром $S = 5089.2$ тис. га, кривій 3 - $S = 5533.8$, кривій 4 - $S = 6499.4$ тис. га.

Для кожної точки кривої 1 її Y - координата дорівнює максимально можливому значенню середньорічний врожайності озимої пшениці по країні за умови, що ризик недобору врожаю $CVaR_{0.77}$ не перевищує значення, що відповідає її X - координаті.

Крайня зліва точка на кривій 1 відповідає мінімальному значенню ризику, яке можна досягти при оптимальному розподілі між областями посівної площі розміром $S = 2356.5$ тис. га.

При будь-якому значенні величини R в правій частині обмеження (2.10) меншому, ніж цей мінімальний ризик, задача (2.9) - (2.12) не має допустимого рішення. Крайня праворуч точка на цій кривій відповідає оптимальному рішенню задачі (2.9) - (2.12) з максимально можливим ризиком. При значеннях R , що перевершують цей максимальний ризик, обмеження (2.10) буде неактивним, тобто задача (2.9) - (2.12) буде еквівалентна задачі максимізації функції (2.9) при обмеженнях (2.11) і (2.12).

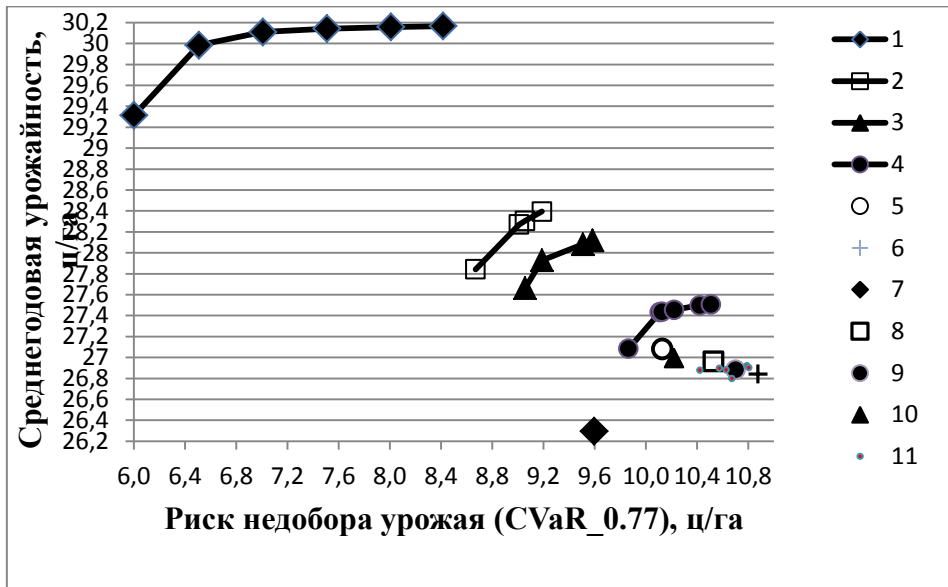


Рис. 6. Співвідношення фактичних показників ефективності розподілу посівних площ озимої пшениці по областям України в різні роки і межами ефективності.

Слід зазначити, що значення максимального ризику для неоптимального розподілу посівної площі по областям може істотно перевищувати максимальний ризик, отриманий при вирішенні задачі (2.9) - (2.12). Таким чином, при заданому значенні ризику значення середньої врожайності можна збільшити тільки до рівня, що визначається відповідною точкою, розташованої на межі ефективності. Подальше підвищення рівня середньої врожайності можна досягти тільки за рахунок збільшення значення допустимого ризику та пошуку оптимального рішення задачі (2.9) - (2.12), якому буде відповідати точка на межі ефективності, що лежить правіше і вище вихідної точки.

Цю ітеративну процедуру можна продовжувати до тих пір, поки обмеження (2.10) залишається активним. Крайній правій точці, розташованій на межі ефективності, відповідає максимальний рівень середньої врожайності, який не можна перевершити при фіксованих значеннях розмірів загальної посівної площі S і вільної посівної площі s_k в k -й області, $k=1, \dots, K$, яка може бути відведена під дану культуру.

Зміна значення S призводить до зміни форми і розташування межі ефективності. На рис. 6 видно, що зі збільшенням розміру загальної посівної площі S , яку необхідно розподілити між областями, відповідна межа ефективності зміщується в бік правого нижнього кута. В тому ж напрямку зміщуються їх крайні ліві і крайні праві точки. Така закономірність в розташуванні меж ефективності свідчить про те, що зі збільшенням значення S оптимальні рішення задачі (2.9) - (2.12) характеризуються все гіршими співвідношеннями "ризик недобору врожаю - середньорічна врожайність".

У правому нижньому кутку зображені точки 5 - 11, що характеризують показники ефективності фактичного розподілу посівних площ озимої пшениці різних розмірів S за 2000 - 2012 рр. Для того щоб підкреслити, наскільки рішення задачі (2.9) - (2.12) покращує показники ефективності розподілу посівних площ озимої пшениці в порівнянні з фактичними значеннями, деякі точки позначені тими ж маркерами, що і відповідні їм межі ефективності. Наприклад, нижня точка, позначена ромбиком, відображає співвідношення "ризик недобору врожаю - середньорічна врожайність", що характеризує фактичний розподіл в 2003 р загальної посівної площі озимої пшениці розміром $S = 2356.5$ тис. га між областями. Таким же маркером позначена межа ефективності 1, побудована в результаті вирішення декількох задач при різних значеннях R в правій частині обмеження (2.10) і фіксованому значенні площі $S = 2356.5$ тис. га. Аналогічно, точці 8 і межі ефективності 2, позначеними порожнім квадратом, відповідає одне значення $S = 5089.2$ тис. Га; точці 10 і межі ефективності 3 - значення $S = 5533.8$ тис. га; точці 9 і межі ефективності 4 - значення $S = 6499.4$ тис. га.

Відстань між кожною парою таких графічних об'єктів характеризує ступінь ефективності оптимізації розподілу загальної посівної площі між областями. Рис. 6 демонструє, що найбільша ефективність досягається при мінімальному значенні S . З ростом розміру загальної посівної площі, яку треба розподілити між областями, ефективність оптимізації падає.

Для точок, позначених порожнім кружечком і символом +, відповідні межі ефективності не наведено на графіку. Перша з них відповідає найбільш ефективному фактичному розподілу загальної посівної площі (2000 р), а друга - найбільш неефективному розподілу (2002 р).

У таблиці 2.1 наведені оптимальні варіанти розподілу загальної посівної площі озимої пшениці між областями, які характеризуються мінімальним ризиком недобору врожаю ($CVaR_{0.77}$). Ці варіанти розподілу, отримані при розв'язанні задачі (9) - (12) для $S = 2356.5$ тис. га, 5089.2 тис. га і 5533.8 тис. га, порівнюються в таблиці з розподілами таких же загальних площ, реалізованими в 2003, 2006 і 2012 рр. на практиці.

Області розташовані в таблиці 2.1 в порядку зростання ризику недобору врожаю озимої пшениці. Аналіз показує, що при розподілі загальної посівної площі порівняно малого розміру ($S = 2356.5$ тис. га і $S = 5089.2$ тис. га) с мінімальним значенням ризику недобору врожаю ($CVaR_{0.77}$), під озиму пшеницю в основному виділяються вільні посівні площі в областях з сприятливими умовами для її виробництва (верхні рядки таблиці 2.1).

У зв'язку з обмеженим розміром вільної посівної площі в цих областях s_k , зі збільшенням значення S доводиться задіяти вільні посівні площі в областях з менш сприятливими умовами, що погіршує співвідношення "ризик недобору врожаю - середньорічна врожайність" на рівні країни. Згідно з порядком розташування областей в таблиці, в нижній частині знаходяться області, які характеризуються великим ризиком недобору врожаю. До них відносяться південні і східні області України.

Таблиця демонструє значне зменшення їх частки в загальній посівній площі озимої пшениці в оптимальних варіантах розподілу в порівнянні з варіантами розподілу, реалізованими в різні роки на практиці. При цьому в оптимальних варіантах частка Миколаївської обл., яка характеризується максимальним ризиком, дорівнює нулю.

Порівняння фактичного розподілу з оптимальним свідчить, що саме істотним збільшенням частки областей, несприятливих для вирощування озимої пшениці, в загальній посівній площі, яке практикувалося в різні роки, пояснюється великий ризик недобору врожаю на рівні країни.

Таблиця 2.1.

Порівняння фактичного розподілу загальної посівної площі озимої пшениці по областях з оптимальним для $S = 2356.5, 5089.2$ і 5533.8 тис. га.

Область	Розподіл посівної площі озимої пшениці по областях (%)					
	$S = 2356.5$ тис. га		$S = 5089.2$ тис. га		$S = 5533.8$ тис. га	
	Оптимальний	Фактичний (2003 г)	Оптимальний	Фактичний (2006 г)	Оптимальний	Фактичний (2012 г)
Волинська	5.42	3.90	2.51	2.37	2.31	2.19
Київська	11.43	0.98	5.29	4.13	4.87	3.23
Закарпатська	1.46	1.09	0.67	0.57	0.62	0.62
Львівська	5.92	4.43	2.74	2.36	2.52	2.48
Черкаська	11.25	1.56	5.21	3.83	4.79	3.90
Рівненська	5.17	2.40	2.40	1.78	2.20	1.75
Вінницька	15.90	5.08	7.36	4.38	6.77	6.28
Івано-Франківська	2.62	1.08	1.21	0.81	1.12	0.91
Тернопільська	8.78	3.90	4.07	3.09	3.74	3.74
Хмельницька	12.50	5.20	5.79	3.30	5.32	3.90
Житомирська	0.65	2.18	3.15	1.75	2.90	1.73
Чернівецька	0.00	1.36	1.21	0.64	1.11	0.79
Сумська	0.00	2.84	4.47	1.85	4.11	3.38
АР Крим	7.94	10.93	7.78	5.99	7.16	5.72
Чернігівська	0.00	2.91	3.16	2.40	2.90	2.58
Полтавська	0.00	1.59	7.10	4.98	6.53	3.58
Донецька	0.00	6.42	4.69	6.66	7.54	7.21
Кіровоградська	10.97	2.60	7.54	5.51	6.93	3.91
Запорізька	0.00	6.72	10.07	5.84	9.26	7.52
Харківська	0.00	7.40	9.33	7.06	8.58	6.35
Одеська	0.00	7.30	1.80	8.09	5.18	8.03
Луганська	0.00	7.87	0.00	4.40	3.51	5.34
Херсонська	0.00	7.89	2.45	5.35	0.00	4.39
Дніпропетровська	0.00	0.86	0.00	6.86	0.03	5.99
Миколаївська	0.00	1.54	0.00	5.99	0.00	4.47

Поліпшити співвідношення "ризик недобору врожаю - середньорічна врожайність" на рівні країни можна шляхом збільшення посівних площ озимої пшениці в областях, розташованих у верхніх рядках таблиці, за рахунок культур, другорядних з точки зору продовольчої безпеки.

Згідно зі статистичними даними [28], за 1990 - 2011 рр. площа, з якої зібрано врожай соняшнику, збільшилася в Київській обл. в 17.9 рази (з 4.8 тис. га в 1990 р до 86,0 тис. га в 2011), в Черкаській обл. - в 4.2 рази (з 37.9 тис. га в 1990 р до 157.8 тис. га в 2011), у Вінницькій обл. - в 4.3 рази (з 34.3 тис. га в 1990 р до 148.0 тис. га в 2011); площа, з якої зібрано врожай ріпаку, збільшилася в Київській обл. в 3.8 рази (з 9.2 тис. га в 1990 р до 35,4 тис. га в 2011), в Черкаській обл. - в 46.8 рази (з 1.5 тис. га в 1990 р до 70,2 тис. га в 2011), у Вінницькій обл. - в 12.3 рази (з 11.6 тис. Га в 1990 р до 143,0 тис. Га в 2011).

Якби в 2011 р в під соняшник і рапс були відведені такі ж площі, як і в 1990 р, то у всіх областях утворилися б надлишки вільних посівних площ, про масштаби яких красномовно свідчать такі цифри: в Кіровоградській обл. ці надлишки склали б 124% від посівної площі, виділеної в цій області в 2011 р під озиму пшеницю; в Черкаській - 62%; в Житомирській - 56%; в Полтавській - 55%; у Вінницькій - 49%; в Київській - 48%.

Збільшивши в кожній області розмір посівних площ, відведених в 2011 р під озиму пшеницю, на величину надлишків, що утворилися, отримаємо нові значення вільних посівних площ, s_k , $k=1, \dots, K$. Для цих даних була розв'язана серія задач (2.9) - (2.12) щодо розподілу загальної посівної площі розміром $S = 6499.4$ тис. га між областями при різних значеннях правої частини в обмеженні (2.10).

Аналіз отриманих результатів показав, що при нових значеннях s_k , $k=1, \dots, K$, межа ефективності, що відповідає $S = 6499.4$ тис. га (крива 4 на рис. 6) перемістилася вгору і зрушила вліво. При цьому діапазон значень ризику недобору врожаю, що відповідає перерахованій межі ефективності, покращився з $[9.8551, 10.5]$ до $[8.872, 9.492]$, тобто нове значення максимального ризику - 9.492, стало меншим, ніж старе значення мінімального ризику - 9.8551. Покращився також і діапазон середньорічних значень врожайності з $[27.08, 27.51]$ до $[28.11, 28.59]$, тобто нове мінімальне значення середньорічної врожайності озимої пшениці стало більшим, ніж старе максимальне.

3. МЕТОДОЛОГІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Розділ присвячено опису апарату мір ризику, призначеного для оцінки ризиків в задачах прийняття рішень в умовах невизначеності. Під такими умовами будемо розуміти недетермінованість процесів, що вивчаються, наслідки яких суттєво залежить від деяких випадкових (невизначених) параметрів.

Будемо розрізняти два випадки: коли імовірнісні розподіли таких параметрів відомі для особи, що приймає рішення (ОПР), та коли вони не відомі. В [29] такі випадки було названо відповідно умовами ризику та умовами невизначеності. Зрозуміло, що якусь інформацію про подібні параметри ОПР необхідно мати. Як правило, в різноманітних практичних застосуваннях відома лише часткова інформація про розподіли випадкових параметрів. Наявність навіть великого набору статистичних (історичних) даних не гарантує повної інформації про імовірнісні розподіли. Моделювання майбутнього розвитку подій завжди несе в собі невизначеності, оскільки знання минулого не означає знання майбутнього.

Як правило, ризики процесів зумовлені їх невизначеностями з потенційно можливими несприятливими (аж до найгірших) наслідками. По суті, вони відображають оцінки реалізації песимістичних сценаріїв розвитку подій у вигляді відповідних збитків, втрат, тощо. Зрозуміло, що способи побудови таких оцінок можуть бути різними. Наприклад, вони можуть описуватися середніми втратами, максимальними збитками (найгірший випадок), чи деякими іншими величинами [24,30]. Зазвичай такі оцінки будуються за допомогою певної міри (функції) ризику, що відображає уявлення ОПР про те, як оцінювати ризик.

В роботі описується математичний апарат поліедральних когерентних мір ризику (ПКМР), який вводився для відомих імовірнісних розподілів випадкових величин (в.в.) [31] та потім поширювався на випадок неточних сценарних ймовірностей [32]. Він виявився ефективним для пошуку оптимальних портфельних рішень за співвідношенням винагорода – ризик в умовах невизначеності [32–34].

Тут цей апарат розвивається на випадок неточних по сценарних значень випадкових (невизначених) величин, для яких можуть бути відомі лише їх оцінки зверху та знизу. Крім того, на основі використання ПКМР запропоновано єдиний підхід до розв'язання задач стохастичного програмування та робастної оптимізації.

3.1. Елементи апарату ПКМР

Нехай на ймовірнісному просторі (Ω, Σ, P_0) задана в.в. $X(\cdot): \Omega \rightarrow R$. В [30] для оцінки ризику в.в. фінансового потоку X було введено поняття когерентної міри ризику (КМР), яка представляється в наступному вигляді:

$$\rho(X) = \sup\{E_P[-X]: P \in Q\}, \quad (3.1)$$

де $E_P[\cdot]$ – математичне очікування по ймовірнісній мірі P , Q – деяка опукла замкнена множина ймовірнісних мір. Міра інтерпретує потенційні втрати потоку X , які описуються величиною $(-X)$.

У випадку, коли в.в. X описує витрати, збитки, вартості та інше, що характеризується порядком переваги “чим менше, тим краще”, у відповідній КМР використовують конструкцію, аналогічну до (3.1), але без знаку “мінус” при в.в.:

$$\rho(X) = \sup\{E_P[X]: P \in Q\}. \quad (3.2)$$

Міра (3.2) застосовується в задачах прийняття рішень, в яких в якості критеріїв та в обмеженнях зверху використовуються функції мінімумів, оскільки це означає саме такий порядок переваг. В іншому, протилежному випадку в якості міри ризику доцільно використати представлення (3.1).

Розглянемо тепер скінченну дискретно розподілену в.в. X , яка описується набором своїх посценарних значень $x = (x_1, \dots, x_n)$ з відповідними сценарними ймовірностями $p_0 = (p_1^0, \dots, p_n^0)$. Для таких в.в. в [31] вводилося поняття поліедральної КМР (ПКМР), в якому конструкція (3.2) (відповідно (3.1)) доповнювалась умовою поліедральності (багатогранності) множини Q , тобто його описом у вигляді

$$Q = \{p: Bp \leq c, p \geq 0\}, \quad (3.3)$$

де B і c – матриця та вектор відповідних розмірностей.

Слідуючи [33], розподілимо опис множини Q в (3.3) на стандартну та змістовну частини. Представимо матрицю B та вектор c як

$$B = \begin{pmatrix} B_0 \\ B_1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

де B_0 і c_0 з (3.4) є стандартними:

$$B_0 = \begin{pmatrix} 1 \dots 1 \\ -1 \dots -1 \end{pmatrix}, c_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

оскільки описують умову $\sum_{i=1}^n p_i = 1$, а B_1 та c_1 , представляють змістовну частину в (3.4), яка власне і визначає міру ризику у вигляді співвідношень (3.2)–(3.5).

Приклади ПКМР [33]:

П1) середні втрати $E_{p_0}[X]: Q = \{p_0\}$;

П2) максимальні втрати (найгірший випадок): в описі Q (3.2)–(3.5) відсутні B_1 та c_1 .

П3) міра conditional value-at-risk (CVaR) [24]: в описі Q (3.2)–(3.5)

$$B_1 = I, c_1 = \frac{1}{1-\alpha} p_0;$$

П4) спектральна когерентна міра ризику (SCRM) [35]: в описі Q

(3.2)–(3.5) $B_1 = I, c_1 = \left(\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{1-\alpha_i} \right) p_0$, де λ_i і α_i визначаються з відповідних співвідношень [33].

П5) представлення Кусуокі інваріантних за розподілом КМР

(KRRM) [36]: в описі Q (3.2)–(3.5) $B_1 = I, c_1 = \left(\max_{(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \Lambda} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{1-\alpha_i} \right) p_0$ [37].

Випадок неточних сценарних ймовірностей. Іноді вдається моделювати сценарії майбутніх подій з розподілом по них значень в.в., проте важко ідентифікувати вектор сценарних ймовірностей p_0 , який лише оцінюється зверху та знизу. Для подібних ситуацій, що називаються випадками неточних ймовірностей, апарат ПКМР пропонує так звані робастні конструкції мір ризику.

Їх побудова полягає в наступному. У випадку відомих розподілів дискретних в.в. міра ризику визначається конструкцією (3.1), (3.3) (чи відповідно (3.2), (3.3)), в якій права частина співвідношення (3.3) залежить від p_0 . Це означає, що множина Q для міри описується деяким багатозначним відображенням (б.в.) $Q(p_0)$.

У випадку невизначеності щодо p_0 у формі $p_0 \in U_p$ міра повинна враховувати збільшення ризику потенційних втрат за рахунок цієї невизначеності. Тоді по початковій мірі $\rho_0(\cdot)$ будується її робастна конструкція:

$$\rho_{\rho_0; U_p}(X) = \sup \{ E_p[X]: P \in Q(U_p) \}, \quad (3.6)$$

де $Q(\cdot)$ – б.в. $\rho_0(\cdot)$, $Q(U_p) = \overline{\text{co}}\left(\bigcup_{p_0 \in U_p} Q(p_0)\right)$, $\overline{\text{co}}$ – опукла замкнена оболонка.

Побудова ρ_{ρ_0, U_p} у вигляді (3.6) по початковій мірі ρ_0 у формі (3.2) в загальному випадку не є тривіальною задачею [33]. Проте вона значно спрощується при простій структурі множини U_p , зокрема у випадку неточних ймовірностей, коли вектор сценарних ймовірностей p_0 описується своїми нижніми та верхніми оцінками p_l та p_u відповідно. Тоді множина U_p має вигляд:

$$U_p = \left\{ p : p \geq 0, \sum_{i=1}^n p_i = 1, p_l \leq p \leq p_u \right\}. \quad (3.7)$$

В цьому випадку робастні конструкції для прикладів мір П1)–П5) є ПКМР, що описуються співвідношеннями (3.2)–(3.5) з наступними атрибутами [33]:

П1') для середніх втрат: $B_1 = \begin{pmatrix} -I \\ I \end{pmatrix}, c_1 = \begin{pmatrix} -p_l \\ p_u \end{pmatrix};$

П2') для максимальних втрат: відсутні B_1 та c_1 ;

П3') для CVaR: $B_1 = I, c_1 = \frac{p_u}{1-\alpha};$

П4') для SCRM: $B_1 = I, c_1 = \left(\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{1-\alpha_i} \right) p_u$, де λ_i і α_i визначаються з

деяких відповідних співвідношень;

П5') для KRRM: $B_1 = I, c_1 = \left(\max_{(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \Lambda} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{1-\alpha_i} \right) p_u$.

Випадок неточних посценарних значень в.в. Припустимо, що ми не можемо ідентифікувати посценарні значення в.в., а маємо лише їх верхні і нижні оцінки. У таких випадках можна використати вже розвинений апарат ПКМР наступним чином. Нехай значення в.в. X оцінюються її випадковими (посценарними) верхніми і нижніми оцінками X_l, X_u , тобто як $X \in U_X$, де

$$U_X(\omega) = \{X(\omega) : X_l(\omega) \leq X(\omega) \leq X_u(\omega)\}, \omega \in \Omega \text{ e.a.}$$

Тоді можемо ввести відповідно нижній та верхній варіанти ПКМР. У випадку, коли використовується конструкція (3.2), позначимо як нижню та верхню ПКМР в.в. X відповідно:

$$\rho^l(X) = \sup_{P \in Q} \inf_{Y \in U_X} E_P[Y] = \sup\{E_P[X_l] : P \in Q\}, \quad (3.8)$$

$$\rho^u(X) = \sup_{P \in Q} \sup_{Y \in U_X} Y = \sup\{E_P[X_u] : P \in Q\}. \quad (3.9)$$

В разі використання конструкції (3.1), враховуючи зміну знаку при в.в. X , відповідні ПКМР визначаються наступним чином:

$$\rho^l(X) = \sup\{E_P[-X_u] : P \in Q\}, \rho^u(X) = \sup\{E_P[-X_l] : P \in Q\}.$$

Зрозуміло, що обидва варіанти ПКМР співпадають, якщо посценарні значення в.в. відомі. Отже, у випадку неточних посценарних оцінок ми отримаємо верхній та нижній варіанти міри ризику, які в подальшому можуть використовуватися в залежності від постановки задачі.

Комбінація неточних сценарних ймовірностей та неточних посценарних значень. Зрозуміло, що у випадку комбінації попередніх двох невизначеностей ми можемо використати вже розвинутий математичний апарат. Якщо при неточних посценарних значеннях ($X \in U_X$) ми маємо ще неточні сценарні ймовірності ($p_0 \in U_P$), то за співвідношеннями (3.6), (3.8)–(3.9) неважко представити робастні конструкції для $\rho^l(\cdot)$ та $\rho^u(\cdot)$:

$$\rho_{\rho_0; U_P}^l(X) = \sup\{E_P[X^l] : P \in Q(U_P)\},$$

$$\rho_{\rho_0; U_P}^u(X) = \sup\{E_P[X^u] : P \in Q(U_P)\}.$$

3.2. Зведення задач стохастичного програмування та робастної оптимізації до задач з ПКМР

В роботі [37] описувалося зведення широкого класу задач стохастичного програмування (СП) та робастної оптимізації (РО) до детермінованих оптимізаційних задач за допомогою апарату ПКМР. Нагадаємо звідти деякі факти.

Розглянемо задачу оптимізації, в якій присутня невизначеність у вигляді деякого випадкового параметру Y :

$$f_0(x, Y) \rightarrow \text{"min"},$$

$$f_i(x, Y) \leq 0, i = 1, \dots, m$$

$$x \in M \subseteq R^k$$

де множина M має просту структуру, а сенс символу “min” та нерівностей в обмеженнях в зв’язку з невизначеністю параметру Y уточнимо далі по тексту.

Отже, нехай маємо імовірнісний простір (Ω, Σ, P) , на якому задано імовірнісний розподіл параметру Y , тобто $Y(\cdot) : \Omega \rightarrow R^s$, де s – розмірність параметру Y . Тоді для кожної з елементарних подій (сценаріїв) $\omega \in \Omega$ описане значення $f_i(x, Y(\omega)), i = 0, \dots, m$. Отже, при вимірності $f_i(x, Y(\omega)), i = 0, \dots, m$ задано їх розподіл. Оскільки значення $Y = Y(\omega)$ повністю визначається сценарієм ω , для скорочення позначень замість $f_i(x, Y(\omega))$ будемо писати $f_i(x, \omega)$.

У таких позначеннях описана раніше задача оптимізації має вигляд:

$$\begin{aligned} f_0(x, \omega) &\rightarrow \text{"min"}, \\ f_i(x, \omega) &\leq 0, i = 1, \dots, m \\ x &\in M \subseteq R^k \end{aligned} \quad (3.10)$$

Тепер задачу (3.10) можна уточнити в залежності від розуміння ОПР, яка може обирати ті, чи інші стохастичні критерії для врахування значень функцій $f_i(x, \omega), i = 0, 1, \dots, m$. В СП “min” $f_0(x, \omega)$ та $f_i(x, \omega) \leq 0, i = 1, \dots, m$ можуть розумітися в сенсі, наприклад, середніх, найгірших, чи інших значень в.в., чи виконання обмежень гарантується з деякою ймовірністю [37]. В постановках задач РО в якості подібних критеріїв, як правило, використовуються найгірші значення в.в., хоча можливі й інші варіанти.

В [37] показано, що широкий клас задач СП та РО можна звести до наступної задачі детермінованої оптимізації з ПКМР:

$$\begin{aligned} \rho_0(f_0(x, \omega)) &\rightarrow \min, \\ \rho_i(f_i(x, \omega)) &\leq 0, i = 1, \dots, m \\ x &\in M \end{aligned} \quad (3.11)$$

де $\rho_i(\cdot), i = 0, \dots, m$ – ПКМР вигляду (3.2)–(3.5), які будуються по в.в. $f_i(x, \omega), i = 0, \dots, m$.

Відмітимо, що перехід від однієї постановки проблеми до іншої в задачі (3.11) досягається за рахунок використання відповідної ПКМР. Технічно це реалізується вибором матриці B_1 і вектору c_1 з (3.4), див. приклади П1)–П5).

У випадку неточних сценарних ймовірностей для оцінювання ризику можна скористатися робастними варіантами таких мір з прикладів П1')–П5'). Тоді міри $\rho_i(\cdot), i = 0, \dots, m$ в (3.11) розуміються в такому сенсі.

Задача (3.11) не є простою, це деяка мінімаксна постановка, де внутрішній максимум породжується конструкцією мір ризику. Якщо функції $f_i(x, \omega), i = 0, \dots, m$ опуклі по x , вона є проблемою опуклого програмування і може бути розв'язана відповідними чисельними методами, див., наприклад, [39]. Проте пошук рішень значно спрощується, коли ці функції лінійні, тобто для задач лінійної оптимізації.

3.3. Задачі лінійної оптимізації та оптимізації портфелю при невизначеності

Припустимо, що в задачі (3.11) функції $f_i(x, \omega), i = 0, \dots, m$ лінійні по x , тобто $f_i(x, \omega) = \langle l_i(\omega), x \rangle - a_i(\omega), i = 0, \dots, m$, а множина M має просту структуру, наприклад, у вигляді опуклого багатокутника. В цьому випадку задача набуває наступного вигляду:

$$\begin{aligned} \rho_0(\langle l_0(\omega), x \rangle - a_0(\omega)) &\rightarrow \min. \\ \rho_i(\langle l_i(\omega), x \rangle - a_i(\omega)) &\leq 0, i = 1, \dots, m \\ x &\in M \subseteq R^k \end{aligned} \quad (3.12)$$

Якщо простір елементарних подій Ω описує скінченний дискретний розподіл, то вектори $l_i(\omega)$ і величини $a_i(\omega)$ при $i = 0, \dots, m$ розподілені по n сценаріях, і цей розподіл можна представити відповідними матрицями і векторами. Вводячи позначення:

$$L_i = \begin{pmatrix} l_{i1}(\omega_1) & \dots & l_{ik}(\omega_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ l_{i1}(\omega_n) & \dots & l_{ik}(\omega_n) \end{pmatrix}, a_i = \begin{pmatrix} a_i(\omega_1) \\ \dots \\ a_i(\omega_n) \end{pmatrix}, i = 0, \dots, m,$$

де $l_{ij}(\omega_k)$ – j -а компонента l_i -го вектору в сценарії ω_k , та враховуючи конструкцію ПКМР, перепишемо задачу (3.12) як

$$\begin{aligned} \max_p \{ \langle L_0 x - a_0, p \rangle : p \in Q_0 \} &\rightarrow \min_x, \\ \max_p \{ \langle L_i x - a_i, p \rangle : p \in Q_i \} &\leq 0, i = 1, \dots, m \\ x &\in M \subseteq R^k \end{aligned} \quad (3.13)$$

Нехай кожна з поліедральних множин $Q_i, i = 0, \dots, m$ представляється у вигляді

$$Q_i = \{p : B_i p \leq c_i, p \geq 0\}, i = 0, \dots, m,$$

з відповідними стандартними та змістовними частинами для $B_i, c_i, i = 0, \dots, m$ у вигляді B_i^0, c_i^0 і B_i^1, c_i^1 відповідно.

В таких позначеннях задача (3.13) має вигляд

$$\begin{aligned} \max_p \{ < L_0 x - a_0, p > : B_0 p \leq c_0, p \geq 0 \} \rightarrow \min_x, \\ \max_p \{ < L_i x - a_i, p > : B_i p \leq c_i, p \geq 0 \} \leq 0, i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$x \in M \subseteq R^k$$

Як показано в [37], пошук рішення проблеми (3.14) зводиться до розв'язання відповідної задачі лінійного програмування (ЛП).

Теорема 3.1. Якщо задача (3.14) сумісна, то її оптимальним рішенням є компонента x рішення (v_0, \dots, v_m, x) наступної задачі ЛП:

$$\begin{aligned} \min_{(v_0, \dots, v_m, x)} < c_0, v_0 >, \\ - B_0^T v_0 + L_0 x \leq a_0 \\ < c_i, v_i > \leq \delta_i, i = 1, \dots, m \\ - B_i^T v_i + L_i x \leq a_i, i = 1, \dots, m \\ x \in M, v_i \geq 0, i = 0, \dots, m \end{aligned} \quad (3.15)$$

а значення по функціях в рішеннях цих задач співпадають.

Підставляючи в (3.15) різні варіанти змістовних частин матриць та векторів, що представляють відповідні ПКМР, ми можемо технологічно розв'язувати задачі вигляду (3.12) як відповідні проблеми ЛП для всього класу ПКМР.

Оптимізація портфелю за співвідношенням винагорода-ризик. З представленої вище теореми слідує отримані раніше результати відносно оптимізації портфелів за співвідношенням винагорода-ризик. Наведемо деякі з них. Відмітимо, що зі змістовних міркувань для побудови ПКМР тут використовується конструкція (3.1), (3.3)–(3.5).

Нехай маємо k фінансових інструментів, що називаються компонентами портфелю, розподіл прибутковості яких описується матрицею H розмірності $n \times k$, де j -й стовпчик описує розподіл j -ї компоненти. Вектор $u = (u_1, \dots, u_k)$, що описує структуру портфелю, розглядається як змінна, де $\sum_1^k u_i = 1, u_i \geq 0, i = 1, \dots, k$. Необхідно

знайти таку структуру портфелю u , яка оптимізує його сукупний результат за співвідношенням прибутков-ризик.

При відомих розподілах, крім матриці H розподілів прибутковості компонент по сценаріях, ми знаємо ще вектор сценарних ймовірностей p_0 . В таких умовах маємо дві пов'язані постановки задач: мінімізацію ПКМР портфелю при гарантованій середній прибутковості та максимізацію середньої прибутковості портфелю при обмеженнях на ПКМР.

Позначимо допустиме значення середньої прибутковості портфелю $E_{p_0}[Hu]$ як μ_0 , обрану ПКМР – як $\rho(Hu)$, допустиме значення ПКМР портфелю – як ρ_0 . Тоді ці задачі формулюються відповідно у вигляді:

$$\begin{aligned} \min \quad & \rho(Hu). \\ \sum_1^n u_i = 1, u_i \geq 0 \\ E_{p_0}[Hu] \geq \mu_0 \end{aligned} \quad (3.16) \quad \begin{aligned} \max \quad & E_{p_0}[Hu]. \\ \sum_1^n u_i = 1, u_i \geq 0 \\ \rho(Hu) \leq \rho_0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Зведення таких проблем до задач ЛП можна сформулювати у вигляді наступної теореми.

Теорема 3.2 [31]. Якщо проблеми (3.16), (3.1), (3.3)–(3.5) та (3.17), (3.1), (3.3)–(3.5) сумісні, їх оптимальними портфелями є відповідно компоненти u рішень (v, u) наступних задач ЛП:

$$\begin{aligned} \min_{(v,u)} \quad & \langle c, v \rangle, & \max_{(v,u)} \quad & \langle H^T p_0, u \rangle, \\ -B^T v - Hu \leq 0 & & -B^T v - Hu \leq 0 & \\ -p_0^T Hu \leq -\mu & & \langle c, v \rangle \leq \rho_0 & \\ \sum u_i = 1 & & \sum u_i = 1 & \\ v \geq 0, u \geq 0 & & v \geq 0, u \geq 0 & \end{aligned}$$

а значення в рішеннях по функціях цих задач відповідно співпадають.

Відмітимо, що подібний результат може бути сформульований й для задачі максимізації прибутковості портфелю типу (3.17) при обмеженнях на кілька ПКМР.

Випадок неточних сценарних ймовірностей. У цьому випадку по початковій мірі $\rho(\cdot)$ та множині невизначеності U_P у відповідності з (3.6) будуються робастні варіанти мір ризику $\rho_{\rho, U_P}(\cdot)$, а в якості робастного аналогу очікуваній прибутковості використовується наступна функція винагороди

$$r(X) = \min\{E_P[X] : P \in U_P\},$$

де U_P у випадку неточних ймовірностей представляється у формі простої полієдральної множини (3.7). Тоді маємо

$$r(X) = \min\{E_p[X] : P \in Q\},$$

де Q описується у формі (3.3) з наступними атрибутами:

$$B = \begin{pmatrix} -I \\ I \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} -p_l \\ p_u \end{pmatrix}.$$

Введемо позначення для матриць B і векторів c з опису полієдральних множин: B_r і c_r – для функції винагороди $r(\cdot)$; B_ρ і c_ρ – для робастних варіантів мір ризику $\rho_{\rho, U_P}(\cdot)$. В цих позначеннях робастні варіанти задач мінімізації ПКМР портфелю при гарантованому рівні винагороди r_0 і максимізації функції винагороди портфелю при обмеженнях на ПКМР рівнем ρ_0 , мають відповідно вигляд:

$$\begin{array}{ll} \min & \rho_{\rho, U_P}(Hu) \\ \sum_1^n u_i = 1, u_i \geq 0 & (3.18) \\ r(Hu) \geq r_0 & \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \max & r(Hu) \\ \sum_1^n u_i = 1, u_i \geq 0 & \\ \rho_{\rho, U_P}(Hu) \leq \rho_0 & \end{array} \quad (3.19)$$

Теорема 3.3 [33]. Якщо проблеми (3.18) і (3.19) сумісні, їх оптимальними портфелями є відповідно u компоненти рішень (v, u, w) наступних проблем ЛП

$$\begin{array}{ll} \min_{(v, u, w)} & \langle c_\rho, v \rangle, \\ -B_r^T w - Hu \leq 0 & \\ -\langle c_r, w \rangle \leq -r_0 & \\ -B_\rho^T v - Hu \leq 0 & \\ \sum_1^n u_i = 1, u \geq 0 & \\ v \geq 0, w \geq 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \max_{(v, u, w)} & \langle -c_r, w \rangle, \\ -B_r^T w - Hu \leq 0 & \\ -B_\rho^T v - Hu \leq 0 & \\ \langle c_\rho, v \rangle \leq \rho_0 & \\ \sum_1^n u_i = 1, u \geq 0 & \\ v \geq 0, w \geq 0 & \end{array}$$

а значення в рішеннях по функціях цих задач відповідно співпадають.

Подібний результат можна сформулювати також для максимізації функції винагороди портфелю при обмеженнях на кілька ПКМР. При цьому зросте розмірність відповідної задачі ЛП, яка повинна враховувати всі такі обмеження.

3.4. Задачі оптимізації в умовах неточних посценарних оцінок

В умовах неточних посценарних оцінок в.в. ми можемо використовувати конструкції описаних в розділі 1 верхніх та нижніх варіантів ПКМР.

Розглянемо задачу (3.11), де в якості в правих частин обмежень замість 0 стоять деякі параметри δ_i :

$$\begin{aligned} \rho_0(f_0(x, \omega)) &\rightarrow \min, \\ \rho_i(f_i(x, \omega)) &\leq \delta_i, i = 1, \dots, m \\ x &\in M \end{aligned} \quad (3.20)$$

Зрозуміло, що використання в ній в якості $\rho(X)$ верхньої оцінки $\rho''(X)$ дозволить отримувати гарантовані результати для обмежень і значень критеріїв, що оптимізуються. Рішення такої задачі буде робастним відносно неточного посценарного оцінювання в.в., а адекватний вибір варіанту ПКМР в конструкції (3.2)–(3.5) забезпечить робастність рішення відносно невизначеності, зумовленої імовірнісним розподілом в.в.

Проте використання лише верхніх оцінок $\rho''(X)$ в якості ПКМР може приводити до занадто консервативних рішень. Для отримання більш збалансованих рішень необхідне врахування також нижніх оцінок $\rho'(X)$. Проте в цьому випадку ефективність рішень треба порівнювати по двох оцінках ПКМР, отже, в рамках багатокритеріального підходу будувати множину Парето-оптимальних рішень та обирати з них вдалі. Такий процес не є тривіальним.

Розглянемо використання обох оцінок $\rho'(X)$ та $\rho''(X)$ в задачі (3.20). Зрозуміло, що тепер вона має вигляд наступної двохкритеріальної задачі:

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{l} \rho_0''(f_0(x, \omega)) \\ \rho_0'(f_0(x, \omega)) \end{array} \right) &\rightarrow \min, \\ \rho_i''(f_i(x, \omega)) &\leq \delta_i'', i = 1, \dots, m \\ \rho_i'(f_i(x, \omega)) &\leq \delta_i', i = 1, \dots, m \\ x &\in M \end{aligned} \quad (3.21)$$

а рішення треба обирати з її Парето-оптимальної множини. Відмітимо, що в такій постановці для параметрів обмежень очевидні умови: $0 \leq \delta_i' \leq \delta_i'', i = 1, \dots, m$.

Багатокритеріальна оптимізація забезпечує достатній набір прийомів вибору рішень з Парето-оптимальної множини, починаючи зі

згорнання критеріїв. Розглянемо тут лише підхід оптимізації одного з критеріїв при обмеженнях на інші. Тоді, виходячи з (3.21), можемо сформулювати наступні дві задачі:

$$\begin{aligned} \rho_0^u(f_0(x, \omega)) \rightarrow \min, & & \rho_0^l(f_0(x, \omega)) \rightarrow \min. \\ \rho_i^u(f_i(x, \omega)) \leq \delta_i^u, i = 1, \dots, m & & \rho_i^u(f_i(x, \omega)) \leq \delta_i^u, i = 0, \dots, m \\ \rho_i^l(f_i(x, \omega)) \leq \delta_i^l, i = 0, \dots, m & & \rho_i^l(f_i(x, \omega)) \leq \delta_i^l, i = 1, \dots, m \\ x \in M & & x \in M \end{aligned} \quad (3.22)$$

(3.23)

При лінійності по x функцій $f_i(x, \omega), i = 0, \dots, m$ ці проблеми можна звести до задач ЛП у формі, аналогічній теоремі 3.1. Звернемося до задачі (3.12):

$$\begin{aligned} \rho_0(<l_0(\omega), x > -a_0(\omega)) \rightarrow \min. \\ \rho_i(<l_i(\omega), x > -a_i(\omega)) \leq \delta_i, i = 1, \dots, m \\ x \in M \subseteq R^k \end{aligned}$$

У випадку, коли в.в. $l_i(\omega)$ та $a_i(\omega)$ при $i = 0, \dots, m$, розподілені по n сценаріях $(\omega_1, \dots, \omega_n)$, можна лише оцінювати зверху та знизу величинами $l_i^u(\omega)$, $a_i^u(\omega)$ і $l_i^l(\omega)$, $a_i^l(\omega)$ відповідно, це оцінювання можна представити відповідними матрицями і векторами:

$$\begin{aligned} L_i^u = \begin{pmatrix} l_{i1}^u(\omega_1) & \dots & l_{ik}^u(\omega_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ l_{i1}^u(\omega_n) & \dots & l_{ik}^u(\omega_n) \end{pmatrix}, a_i^u = \begin{pmatrix} a_i^u(\omega_1) \\ \dots \\ a_i^u(\omega_n) \end{pmatrix}, i = 0, \dots, m, \\ L_i^l = \begin{pmatrix} l_{i1}^l(\omega_1) & \dots & l_{ik}^l(\omega_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ l_{i1}^l(\omega_n) & \dots & l_{ik}^l(\omega_n) \end{pmatrix}, a_i^l = \begin{pmatrix} a_i^l(\omega_1) \\ \dots \\ a_i^l(\omega_n) \end{pmatrix}, i = 0, \dots, m. \end{aligned}$$

Враховуючи конструкцію ПКМР, перепишемо задачі (3.22), (3.23) відповідно як

$$\begin{aligned}
& \max \{ \langle L_0^u x - a_0^u, p \rangle : p \in Q_0 \} \rightarrow \min, \\
& \max \{ \langle L_i^u x - a_i^u, p \rangle : p \in Q_i \} \leq \delta_i^u, i = 1, \dots, m \\
& \max \{ \langle L_i^l x - a_i^l, p \rangle : p \in Q_i \} \leq \delta_i^l, i = 0, \dots, m \\
& x \in M \subseteq R^k
\end{aligned} \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned}
& \max \{ \langle L_0^l x - a_0^l, p \rangle : p \in Q_0 \} \rightarrow \min, \\
& \max \{ \langle L_i^l x - a_i^l, p \rangle : p \in Q_i \} \leq \delta_i^l, i = 1, \dots, m \\
& \max \{ \langle L_i^u x - a_i^u, p \rangle : p \in Q_i \} \leq \delta_i^u, i = 0, \dots, m \\
& x \in M \subseteq R^k
\end{aligned} \tag{3.25}$$

де $\delta_i^l \geq 0, i = 1, \dots, m, \delta_i^u \geq 0, i = 0, \dots, m$ – деякі фіксовані величини.

Аналогічно попередньому ці проблеми можуть бути зведені до відповідних задач ЛП. Нехай, як і раніше, кожна з поліедральних множин $Q_i, i = 0, \dots, m$ представлена відповідно своїми матрицею B_i і вектором c_i :

$$Q_i = \{ p : B_i p \leq c_i, p \geq 0 \}, i = 0, \dots, m.$$

Теорема 3.4. Якщо задачі (3.24) та (3.25) сумісні, їх оптимальними рішеннями є відповідно компоненти x рішень $(v_0^l, \dots, v_m^l, v_0^u, \dots, v_m^u, x)$ наступних задач ЛП:

$$\begin{aligned}
& \min_{(v_0^l, \dots, v_m^l, v_0^u, \dots, v_m^u, x)} \langle c_0, v_0^u \rangle, \\
& \quad - B_0^T v_0^u + L_0^u x \leq a_0^u \\
& \quad \langle c_i, v_i^u \rangle \leq \delta_i^u, i = 1, \dots, m \\
& \quad - B_i^T v_i^u + L_i^u x \leq a_i^u, i = 1, \dots, m \\
& \quad \langle c_i, v_i^l \rangle \leq \delta_i^l, i = 0, \dots, m \\
& \quad - B_i^T v_i^l + L_i^l x \leq a_i^l, i = 0, \dots, m \\
& \quad x \in M, v_i^l \geq 0, v_i^u \geq 0, i = 0, \dots, m \\
& \min_{(v_0^l, \dots, v_m^l, v_0^u, \dots, v_m^u, x)} \langle c_0, v_0^l \rangle, \\
& \quad - B_0^T v_0^l + L_0^l x \leq a_0^l \\
& \quad \langle c_i, v_i^l \rangle \leq \delta_i^l, i = 1, \dots, m \\
& \quad - B_i^T v_i^l + L_i^l x \leq a_i^l, i = 1, \dots, m \\
& \quad \langle c_i, v_i^u \rangle \leq \delta_i^u, i = 0, \dots, m \\
& \quad - B_i^T v_i^u + L_i^u x \leq a_i^u, i = 0, \dots, m \\
& \quad x \in M, v_i^l \geq 0, v_i^u \geq 0, i = 0, \dots, m
\end{aligned}$$

а значення по функціях в рішеннях цих задач співпадають.

Неважно також сформулювати результати аналогічні теоремі 3.3 щодо оптимізації портфелю за співвідношенням винагорода-ризик, використовуючи для цього відповідно верхні та нижні оцінки матриць розподілів прибутковості компонент, мір ризику та функцій винагороди.

Отже, апарат ПКМР розповсюджено на широкий клас невизначеностей, що дозволяє використовувати його при: 1) відомих ймовірнісних розподілах в.в.; 2) неточних посценарних ймовірностях; 3) неточних посценарних значеннях в.в.; 4) комбінаціях неточних ймовірностей та неточних посценарних значень.

Розвиток апарату мір ризику орієнтований на оцінювання ризику для побудови ефективних (оптимальних) рішень в умовах невизначеності і дає можливість запропонувати єдиний підхід до розв'язання задач СП та РО. У випадку неточних посценарних ймовірностей використовуються так звані робастні варіанти мір ризику та функцій виграшу, за співвідношенням яких шукається оптимальне рішення. У випадку неточних посценарних оцінок використовуються верхні і нижні варіанти мір ризику та функцій винагороди, які потребують пошуку відповідних Парето-оптимальних рішень. У випадку комбінації неточних ймовірностей та неточних оцінок

необхідно шукати подібні Парето-оптимальні рішення, але для робастних варіантів мір ризику та функцій винагороди.

Розвиток апарату ПКМР дозволяє узагальнити попередньо відомі теореми щодо зведення задач лінійної оптимізації при невизначеності та задач оптимізації портфелю за співвідношенням винагорода-ризик до відповідних задач лінійного програмування. Це дає можливість розв'язувати ці проблеми навіть при великих розмірностях застосуванням стандартної техніки ЛП.

4. ДВОЕТАПНА ТА ДВОРІВНЕВА МОДЕЛІ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНИХ РІШЕНЬ

Розробка й обґрунтування програм страхування з урахуванням катастрофічних ризиків залишаються актуальними для прийняття еколого-економічних рішень. Через кліматичні зміни та зростання ризиків повеней у світі стає актуальною добре продумана програма страхування та менеджменту ризику паводків, що залучає різних заінтересованих осіб (сторін, агентів). Основний виклик – це придатність стандартних підходів до розрахунків страхових премій рідких катастрофічних втрат [40, 41]. Мета – спроектувати програму розподілу повеневих втрат, яка включає приватне страхування, основане на географічно специфічних вразливостях [42]. Аналіз ґрунтується на розробленій інтегрованій моделі менеджменту катастрофічних ризиків (integrated catastrophe risk management, ICRM), яка складається з GIS-моделі паводків і стохастичної процедури оптимізації за географічно специфічними вразливостями. Для досягнення стійкості й робастності програми страхування до повеней з різними рецидивами модель ICRM використовує процедуру стохастичної оптимізації, основану на залежних від квантилів функціях ризику системної неспроможності, які враховують надмірність і недостатність платежів заінтересованих осіб. Порівняємо два альтернативні способи розрахунку страхових премій – оснований на моделі ICRM робастний спосіб і традиційний підхід середньорічних втрат (average annual loss, AAL).

Страхування від повеней вважається нагальним елементом політики Flood Risk Management (FRM). Добре продумана програма страхування від повеней має: розповсюджувати ризики поміж учасників, місцевостей і періодів часу, гарантуючи наявність коштів для покриття втрат [43]; підвищувати громадську обізнаність про ризики повеней [44]; часто пропонувати цінові знижки; сприяти заходам пом'якшення збитків [45]; поліпшувати ефективність використання цінної землі [46].

Багаторівнева програма страхування від лих (multi-layer disaster insurance program, MLDIP) у формі державно-приватного партнерства (public-private partnership, PPP) [47, 48] може включати рівень приватного страхування, рівень передачі ризику через перестраховання та/або катастрофічні облигації й кредити, рівень урядових внесків. MLDIP вимагає аналізу взаємозалежних чутливостей до ризику залучених заінтересованих осіб. Наприклад, коли страховик бажає знижувати ймовірність свого банкрутства, то може вводити вищі премії або звужувати покриття, перестраховуватися чи купувати катастрофічні облигації. Тоді тягар втрат зсуватиметься від страховика до інших заінтересованих осіб (індивідуумів, компаній перестраховання, урядових організацій), що при високій нерівності розподілу витрат може вести до нестійкості чи неспроможності цих осіб. Таким чином, успіх програм поділу втрат залежить від взаємної (системної) стійкості залучених неоднорідних заінтересованих осіб. Така стійкість потребує аналізу складних розподілів спільної імовірності втрат, залежних від різних агентів і небезпек, притаманних даному регіону.

Моделі катастроф складаються з кількох модулів – генератора небезпек, модуля вразливості та модуля фінансування. При розробці інструментарію моделей катастрофічних для конкретних регіонів повеней використовуються насичені просторові дані та оцінюються страхові премії, виходячи не лише з історичних спостережень, але й різних соціо-економічних і кліматичних сценаріїв [44]. Однак у багатьох таких моделях ціноутворення катастрофічного ризику базується на AAL без явного врахування цілей та обмежень залучених заінтересованих осіб. Вага ризику часто виражається через стандартне відхилення та навантаження адміністративних витрат чи просто через AAL, що може вводити в оману без урахування скошеності катастрофічних ризиків і просторової залежності витрат від стратегій. Лише стандартне відхилення й середнє не можуть слугувати прийнятними індикаторами ціноутворення катастрофічних ризиків, бо характеризують нормальні ризики і не охоплюють специфіку розподілів катастрофічних втрат з повільно спадаючими хвостами (heavy-tailed). Навпаки, такі залежні від квантилів індикатори, як вартість за ризику (Value-at-Risk, VaR) та умовна вартість за ризику (Conditional Value-at-Risk, CVaR) [24], знаходять застосування у визначенні стратегій страхування від катастроф [49]. Виходячи із загальної моделі ICRM [49–51], яку розробив Міжнародний інститут прикладного системного аналізу (International Institute for Applied Systems Analysis, IIASA), і поєднуючи залежні від квантилів функції

ризиків та процедури стохастичної оптимізації (stochastic optimization, StO) [47, 49, 52], було побудовано географічно насичену модель ICRM, що дозволяє коректно охоплювати просторово-часові профілі катастрофічних ризиків для проектування робастного страхування і брати до уваги цілі заінтересованих осіб (учасників).

Ціль роботи [42] – розробити оснований на ICRM підхід для оцінювання залежних від розміщення робастних стратегій страхування і порівняти знайдені стратегії з традиційним ціноутворенням AAL в районі Рійнмонд-Дрехтстеден (Rijnmond- Drechtsteden, RiD) біля Роттердама (Нідерланди) за межами дамб. Поєднуючи модель HIS-SSM (Highwater Information System – Damage and Casualties Module) і процедуру стохастичної оптимізації, для цього будується модель ICRM конкретного району з місцевостей за межами основної протиповеневої системи (тобто за межами дамбових укріплень), яким загрожують повені, щоб генерувати сценарії повневих втрат і вимірювати робастні страхові премії. До недавніх пір у Нідерландах не існувало страхування від річкових і прибережних повеней, залишаючи програму відновлення після лиха єдиним фінансовим інструментом FRM. Таке страхування одні вважали неможливим, а інші – можливим при різних схемах перестраховування. Наприкінці 2012 р. для захищених дамбами районів з'явилися перші контракти страхування від повеней. Дослідження системи страхування від повеней у Нідерландах, в основному, торкалися ризиків повеней у межах дамб.

На простому прикладі можна показати оманливість наслідків стратегії використання AAL для оцінки колективних збитків. Альтернативна стратегія спирається на квантилі. Остання застосовується у загальній мультиагентній явній просторовій моделі ICRM для даного регіону. Ця модель включає негладкі стохастичні функції ризику, дозволяючи досягати робастної системної спроможності у формі ймовірнісної рівноваги між пропозицією страхування і попитом на страхування. У ситуації єдиного агрегованого страховика (фонду на катастрофи) та єдиного агрегованого страхувальника (даного регіону) ця рівновага зводиться до залежних від квантилів обмежень типу VaR. Авжеж, потрібні докладні дані про даний регіон. На чисельних експериментах видно, як модель ICRM дозволяє проектувати робастну програму поділу повневих втрат у регіоні RiD шляхом оцінювання ризиків у страхуванні від повеней, виходячи із залежних від місцевостей премій, враховуючи також потенційну передачу ризику через умовний кредит на уникнення ризику, і з часткових компенсацій урядом. Порівняно з AAL, робастні залежні від місцевостей компенсації підвищують

стійкість страхування і знижують попит на інші заходи передачі ризику. Долучення уряду й запровадження кредиту збільшує попит на страхування, допомагає задовольняти необхідні зобов'язання й уникати неплатоспроможності.

Катастрофічні втрати піддають сумніву придатність стандартних підходів, що використовують актуарно справедливі премії (очікувані втрати). Якщо катастрофи стаються лавиноподібно у часі й просторі, то їхніми робастними індикаторами колективних незалежних втрат не є середні значення і стандартні відхилення, бо середні втрати не вирізняють випадку катастрофічних колективних втрат.

Аналіз страхової спроможності при взаємозалежних місцевих катастрофічних втратах вимагає розробки моделі ICRM і методів StO, які дозволяють імітувати колективні збитки для проектування робастного портфеля покриттів і премій. Цей портфель створює системну спроможність, яка, в імовірнісному сенсі, запобігає недоборам страховиків і переплатам від місцевих громад.

У стохастичній явній просторовій моделі ICRM [47, 50, 51] досліджуваний регіон Нідерландів поділяється на підрегіони чи місцевості $j = 1, \dots, m$. Місцевості може відповідати захищений дамбами район, набір домогосподарств, муніципалітет, захищена від повеней зона тощо. Нехай у період часу t вартість майна (будинків, земель, фабрик тощо) чи багатства (wealth) місцевості j оцінюється W_j^t .

Припустимо, у програму поділу втрат залучені n агентів (страховиків, урядових установ, фондів), які можуть укласти контракти з місцевими громадами для покриття їхніх потенційних втрат. Кожний агент $i = 1, \dots, n$ має початковий фонд R_i^0 (резерв ризику), який, у загальному випадку, залежить від осяжності катастрофічних подій. Нехай горизонт планування охоплює періоди часу $t = 0, 1, \dots$. Резерв ризику у кожний період часу $(t + 1)$ дорівнює

$$R_i^{t+1} = R_i^t + \sum_{j=1}^m [\pi_{ij}^t - c_{ij}^t(q_{ij}^t)] - \sum_{j=1}^m L_j^t(\omega_t) q_{ij}^t, \quad (4.1)$$

де: q_{ij}^t – (частка) покриття агентом (страховою компанією) i у місцевості j у період часу t ; $\sum_{i=1}^n q_{ij}^t < 1$; π_{ij}^t – премія агента (страхової компанії) i у місцевості j у період часу t ; $c_{ij}^t(q_{ij}^t)$ –

трансакційні, адміністративні, експлуатаційні та інші видатки агента i у місцевості j у період часу t ; $L_j^t(\omega_t)$ – втрати (збитки) у місцевості j , спричинені катастрофою ω_t у період часу t ; $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{t-1})$ – випадкові катастрофічні події, які можуть трапитися у випадковій кількості різних місцевостей. Загалом катастрофічна подія ω_t у період часу t моделюється випадковою підмножиною місцевостей, а також величинами впливу цієї події на кожну таку місцевість. Втрати $L_j^t(\omega_t)$ залежать від події ω_t , заходів пом'якшення (скажімо, протиповеневих дамб) і вразливості цінності майна до такої події у місцевості j .

Змінні рішень q_{ij}^t та π_{ij}^t дозволяють характеризувати відмінності за ризиками у різних місцевостях. Припускається, що всі агенти можуть покривати різні частки катастрофічних втрат у даній місцевості. У випадку катастрофи місцевість j зазнає втрат $L_j^t(\omega_t)$. Індивідууми цієї місцевості отримують компенсацію $L_j^t(\omega_t) \times q_{ij}^t$ від компанії i , коли настають такі втрати, і платять страхові премії π_{ij}^t . Вартість майна місцевості j у період часу $(t+1)$ визначається рекуррентно:

$$W_i^{t+1} = W_i^t + \sum_{j=1}^m [L_{ij}^t(\omega_t) \times q_{ij}^t - \pi_{ij}^t] - L_{ij}^t(\omega_t). \quad (4.2)$$

Значимо, що у формулах (4.1), (4.2) випадкові змінні $R_i^t = R_i^t(x, \omega)$, $W_j^t = W_j^t(x, \omega)$ неявно залежать від передісторії – випадкової події ω_k та змінних рішень $x^k = (q^k, \pi^k)$, де: $q^k = \{q_{ij}^k, i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m\}$; $\pi^k = \{\pi_{ij}^k, i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m\}$; $k = 0, 1, \dots, t-1$.

Робастність програми страхування визначається тим, чи накопичений резерв ризику $R_i^t(x, \omega)$ у випадковий період часу $t = \tau(\omega)$ першої катастрофічної події (звідки $L_j^t(\omega_t) = 0$ при $t < \tau(\omega)$) уникає, в імовірнісному сенсі, неспроможності всіх агентів, тобто визначається подією (event)

$$e_1 = \{\omega : R_i^{\tau(\omega)}(x, \omega) \leq 0, i = 1, \dots, n\}. \quad (4.3)$$

Інтерес кожного індивідуума (місцевості) $j = 1, \dots, m$ полягає у тому, щоб уникати знецінення свого майна, тобто події $e_{2j} = \{\omega : W_j^{\tau(\omega)}(x, \omega) \leq 0\}$. Робастність програми страхування передбачає уникнення об'єднання подій

$$e_2 = e_{21} \cup e_{22} \cup \dots \cup e_{2m} = \{\omega : W_j^{\tau(\omega)}(x, \omega) \leq 0\}, j = 1, \dots, m. \quad (4.4)$$

Від подій (4.3), (4.4) залежить стійкість (здатність до відновлення) програми страхування у сенсі системної спроможності. Мета програми – уникати таких подій настільки, наскільки це можливо. Досягати цієї мети можна, наприклад, мінімізуючи очікувані (expected) непокриті втрати

$$E \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^{\tau(\omega)} \quad (4.5)$$

при обмеженні ймовірності (probability)

$$P(e_1 \vee e_2) \leq \bar{p}, \quad (4.6)$$

де \bar{p} – критичний поріг ймовірності для системної неспроможності (системного провалу чи дефолту) програми страхування, яка може трапитися, скажімо, лише раз у століття. Позначення $P(e_1 \vee e_2)$ використовується для ймовірності спроможності як деякої функції від подій e_1, e_2 .

Загальний підхід можна конкретизувати, щоб охоплювати особливості наявних даних, які імітуються модулями регіональної стохастичної моделі ICRM через сценарії повеней і збитків у регіоні RiD. Основа мета конкретного прикладу – порівняти вплив залежних від місцевостей премій, які визначаються регіональною моделлю ICRM, і премій, які визначаються традиційним підходом AAL. У цьому прикладі припускаємо, що в регіоні діє лише один агрегований страховик (фонд катастрофи), тобто $n = 1$. Також припускаємо, що $c_{ij}^t(q_{ij}^t) \equiv 0$, а накопичені до першої повені премії пропорційні часу $\tau(\omega)$ її настання: $\pi_j^{\tau(\omega)} = \pi_j \times \tau(\omega)$, де π_j – страхова премія, яку платить місцевість j .

Програма страхування від повеней є системно спроможною, якщо дозволяє уникати подій (4.3), (4.4), наскільки це можливо в

імовірнісному сенсі. Беручи до уваги припущення і формулу (4.1), подію (4.3) перепишемо як

$$e_1 = \left\{ \omega : C(\pi, q, \omega) \equiv \sum_{j=1}^m [\pi_j \tau(\omega) - q_j L_j^{\tau(\omega)}] \leq 0 \right\}; \quad (4.7)$$

враховуючи також формулу (4.2), подію (4.4) перепишемо як

$$e_2 = \left\{ \omega : D_j(\pi_j, q_j, \omega) \equiv q_j L_j^{\tau(\omega)} - \pi_j \tau(\omega) \leq 0 \right\}, \quad j = 1, \dots, m; \quad (4.8)$$

тут q_j – страхове покриття для місцевості j , а $L_j^{\tau(\omega)}$ – стохастичні втрати місцевості j , спричинені настанням випадкових повеней, $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_m), q = (q_1, \dots, q_m)$.

Виходячи із загальної структури моделі ICRM, сформулюємо її у варіанті опуклої стохастичної оптимізації функції штрафу – мінімізації функції (4.5) плюс зважені функції ризику порушення обмежень (4.7), (4.8)

$$F(x) = E \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^{\tau(\omega)} + \alpha E \max \{0, -C(\pi, q, \omega)\} + \sum_{j=1}^m \beta_j E \max \{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}, \quad (4.9)$$

де $x = (\pi, q)$ – вектор рішень, $0 \leq \alpha$ – штраф за порушення обмеження (4.7), $0 \leq \beta_j$ – штрафний параметр за порушення обмеження $j = 1, \dots, m$ групи (4.8), $\alpha E \max \{0, -C(\pi, q, \omega)\}$ – зважений очікуваний недобір програми страхування, $\sum_{j=1}^m \beta_j E \max \{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}$ – сума зважених переоплат страхувальників.

Врахування обмежень (4.7), (4.8) у цільовій функції (4.9) через функції ризику створює сили, які зменшують до 0 абсолютні величини розходжень $C(\pi, q, \omega)$, $D_j(\pi_j, q_j, \omega)$, $j = 1, \dots, m$. Отже, мінімізація суми (4.9) дозволяє агрегувати систему страхування чи фонд катастрофи до деякої негладкої цільової функції [53].

Мінімізація по x функції $F(x)$ рівносильна максимізації по x функції

$$-F(x) = E \sum_{j=1}^m (q_j - 1) L_j^{\tau(\omega)} - \alpha E \max \{0, -C(\pi, q, \omega)\} - \\ - \sum_{j=1}^m \beta_j E \max \{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}.$$

Звідси, беручи до уваги незалежність $E \sum_{j=1}^m L_j^{\tau(\omega)}$ від x та

$$E \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^{\tau(\omega)} = E \sum_{j=1}^m q_j L_j^{\tau(\omega)} - E \sum_{j=1}^m L_j^{\tau(\omega)},$$

приходимо до задачі максимізації по x функції

$$G(x) \equiv E \sum_{j=1}^m q_j L_j^{\tau(\omega)} - \alpha E \max \{0, -C(\pi, q, \omega)\} - \\ - \sum_{j=1}^m \beta_j E \max \{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\},$$

де зростання $E \sum_{j=1}^m q_j L_j^{\tau(\omega)}$ означає збільшення прибутку страховиків, а

зростання $-\alpha E \max \{0, -C(\pi, q, \omega)\}$ та

$-\sum_{j=1}^m \beta_j E \max \{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}$ означає зменшення недоборів

страховиків і переplat індивідуумів, що сприяє попиту на страхування, страховим покриттям, доходам і компенсаціям страхувальників. Таким чином, зростання $G(x)$ можна інтерпретувати як зростання регіонального добробуту всіх учасників з урахуванням ризиків. Значення x у програмі розподілу повнечасних втрат може вибиратися урядом.

Штрафні коефіцієнти α та β_j регулюють компроміс між рівнем премій і загальними покриттями. Коефіцієнт α можна також вважати ціною кредиту, який програма страхування (фонд катастрофи) купуватиме при зменшенні його резерву нижче певного критичного рівня. У багаторівневій програмі страхування вибір α визначає ступінь участі уряду у PPP, тобто величину внеску уряду у дану страхову програму. Коефіцієнти β_j забезпечують бажані верхні межі переplat індивідуумів з боку попиту даної програми.

Мінімізація функції (4.9) дозволяє досягати робастної імовірнісної рівноваги між попитом і пропозицією страхування, яка характеризується квантильними обмеженнями системної неспроможності типу (4.6). Покажемо цей важливий факт, припускаючи, що опукла функція (4.9) має неперервні похідні (скажімо, розглядувана функція розподілу має неперервну функцію щільності), і уникаючи ускладнень, пов'язаних з негладким аналізом. Тоді, припускаючи також додатність $\tau(\omega)$, умова оптимальності $\text{grad} F(x) = \vec{0}$ задачі мінімізації функції (4.9) при даному векторі покриттів q для додатних компонентів премії за ризик $\pi_j(q)$ має форму рівноваги системного ризику [54]:

$$0 = F_{x_j} = -\alpha P\{-C(\pi, q, \omega) \leq 0\} + \beta_j P\{-D_j(\pi_j, q_j, \omega) \leq 0\}. \quad (4.10)$$

Якщо $q_j = q_0$, $\pi_j = \pi_0$, $m = 1$, то в силу співвідношення (4.7) маємо

$$e_1 = \left\{ \omega : 0 \geq C(\pi, q, \omega) \equiv \sum_{j=1}^m [\pi_j \tau(\omega) - q_j L_j^{\tau(\omega)}] = \pi_0 \tau(\omega) - q_0 L_1^{\tau(\omega)} \right\}$$

а в силу співвідношення (4.8) –

$$e_2 = \left\{ \omega : 0 \geq D_j(\pi_j, q_j, \omega) \equiv q_j L_j^{\tau(\omega)} - \pi_j \tau(\omega) = q_0 L_j^{\tau(\omega)} - \pi_0 \tau(\omega) \right\}$$

$$j = 1.$$

Тоді обмеження (4.6) задовольняється лише при $\bar{p} = 1$ (вироджується), тобто

$$P(e_1) = 1 - P(e_2),$$

а рівняння (4.10) задає рівноважну ціну $\pi(q)$ для даного покриття q :

$$0 = -\alpha P(e_1) + \beta_j [1 - P(e_1)]; \quad (\alpha + \beta_j) P(e_1) = \beta_j;$$

$$P\left\{ \pi \tau(\omega) \leq q L_j^{\tau(\omega)} \right\} = P(e_1) = \frac{\beta_j}{\alpha + \beta_j}.$$

Таким чином, параметри α , β_j та покриття q впливають на ймовірність $P(e_1)$ неспроможності страхувальників. Щоб дослідити цей вплив, безумовну задачу StO (4.9) з негладкими функціями штрафу за ризик перепишемо як задачу лінійного програмування з обмеженнями. Для цього до стратегічних змінних рішення ex ante π_j , q_j додамо нові адаптивні змінні ex post ζ_j^s та ε^s , значення яких обираються після спостереження стохастичних втрат $L_j^{\tau(\omega)}$, – (невід’ємні) величини кредитів та урядової допомоги відповідно, де $s = 1, \dots, S$ – випадкові сценарії [55]. Нові змінні дозволятимуть усувати переплати страхувальників і недобори страховиків, сприяючи системній спроможності програми страхування від повеней.

Нехай сценарій s задає втрати $L_j^s = L_j^t(\omega^s)$ для $t = \tau(\omega^s) = \tau^s$ у місцевостях $j = 1, \dots, m$ з ймовірністю p_s . Тоді задача (4.9) рівносильна задачі мінімізації по $y = (\pi_j, q_j, \zeta_j^s, \varepsilon^s)$ функції

$$F(y) = \sum_{s=1}^S p_s \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^s + \alpha \sum_{s=1}^S p_s \sum_{j=1}^m \zeta_j^s + \beta \sum_{s=1}^S p_s \varepsilon^s$$

при обмеженнях

$$\zeta_j^s \geq 0, \varepsilon^s \geq 0, s = 1, \dots, S,$$

$$-d_j^s \equiv \pi_j \tau^s - q_j L_j^s \geq \zeta_j^s,$$

$$\sum_{j=1}^m d_j^s \geq \varepsilon^s.$$

Для отриманої задачі наявні ефективні засоби розв’язання.

Задача централізованого плановика не бере до уваги можливості децентралізованого прийняття рішень [56] або ефекти морального ризику [57], коли поведінка страхувальника (покупця страховки; insurance buyer, IB) змінюється внаслідок отримання ним інформації про страхове покриття за контрактом зі страховиком (продавцем страховки, страховою компанією; insurance company, IC). Моральний ризик означає, що після підписання такого контракту IC має враховувати більшу ймовірність збитків, а також платити вищу страхову допомогу при настанні страхового випадку. Це спричинює не

лише очікувані втрати, але й збільшує адміністративні видатки та ризикові навантаження, руйнуючи конкурентоздатність ІС. Тоді за недосконалої класифікації ризиків ІС стягує вищу ціну за страхування з клієнтів, які характеризуються нижчим моральним ризиком, і змушує їх переходити до конкурента.

Це створює для ІС стимул до управління ефектами морального ризику з погляду лідера при укладанні контракту [58]. Мета управління – визначити оптимальну функцію платежу з точки зору ІС, щоб забезпечити дії послідовника (ІВ) в інтересах ІС настільки, наскільки це можливо в рамках існуючих каналів розподілу вигравів. Функція платежу вказує, як страхова допомога залежить від функції збитків. Повне покриття збитків означає, що запобіжні зусилля ІВ зовсім не фінансуються. На відміну від оптимальної функції платежу за відсутності морального ризику, за присутності морального ризику не є оптимальним забезпечувати повне граничне покриття понад страхове відрахування, не враховуючи інших вигравів від запобігання страхового випадку (скажімо, вигравів кращого здоров'я), коли витрати ІВ на це запобігання дуже низькі [58].

Хоча зазвичай припускають, що ІС зовсім не може спостерігати запобіжні зусилля ІВ, не варто стверджувати, що управління ефектами морального ризику не може бути частиною технології страхування. Наприклад, у комерційному страхуванні ІС дійсно інспектують протипожежні заходи доволі ретельно; що стосується компенсацій працівникам, ІС часто зберігає право перевіряти стан здоров'я бенефіціара (страхувальника) шляхом відвідування його вдома. ІС може також перевіряти, чи ІВ дотримувався належної обачності (*duty of diligence*), як застережено полісом, причому недотримання належної обачності дозволяє ІС скорочувати чи скасовувати страхову допомогу. Авжеж, подібна діяльність ІС є досить витратною. Тому ІС перевірятиме на моральний ризик не у 100 % випадків, а вибиратиме оптимальну ймовірність такої перевірки.

На мові теорії ігор ІС та ІВ є гравцями, де змінна рішення ІС – це ймовірність k , з якою страховик здійснює інспекцію, а змінна рішення ІВ – це ймовірність ρ , з якою страхувальник не здійснює запобіжні заходи [59]. Наприклад, ІС може перевіряти, чи утримуються вогнегасники так, як застережено контрактом; у випадку страхування здоров'я лікар, уповноважений від ІС, може перевіряти, чи належним чином застосовується лікування. Коли ІС здійснює інспекцію, то зазнає витрат b на моніторинг контракту. Якщо ІВ здійснює запобіжні заходи, то зазнає витрат V й отримує середню допомогу EL (рівну очікуваним витратам (*expected loss*) для ІС у такій ситуації,

припускаючи повне страхове покриття); якщо ІВ не здійснює запобіжні заходи, то дістає середній виграш EL_0 (рівний очікуваним витратам для ІС у такій ситуації, припускаючи повне страхове покриття), але тоді у випадку інспекції ІС знижує страхову допомогу на Q принаймні для одного періоду часу (очевидно, $EL_0 > EL$). У всіх випадках ІВ платить страхову премію (premium) P для ІС. Загальні виграші ІС та ІВ для можливих комбінацій їхніх змішаних стратегій можна виписати таблично:

		ІС	
		Відсутність інспекції	Інспекція з ймовірністю k
ІВ	Запобіжні заходи з ймовірністю $(1 - \rho)$	ІВ: $EL - P - V$ ІС: $P - EL$	ІВ: $EL - P - V$ ІС: $P - EL - b$
	Відсутність запобіжних заходів	ІВ: $EL_0 - P$ ІС: $P - EL_0$	ІВ: $EL_0 - P - Q$ ІС: $P - EL_0 - b + Q$

Обидва гравці вважаються нейтральними до ризику зміни свого виграшу, що не завжди має місце для покупців страховки. Це припущення дозволяє виражати виграші через гроші, не звертаючись до функції корисності. Оскільки така взаємодія між ІС та ІВ може повторюватися, то ймовірності k та ρ інтерпретуються як відносні частоти.

Отже, сподіваний (expected) загальний виграш для ІВ становить

$$\begin{aligned}
 EW^{IB} &= (1-k)(1-\rho)(EL - P - V) + \\
 &+ k(1-\rho)(EL - P - V) + \\
 &+ (1-k)\rho(EL_0 - P) + \\
 &+ k\rho(EL_0 - P - Q) = \\
 &= (1-\rho)(EL - P - V) + \rho(EL_0 - P) - k\rho Q = \\
 &= EL + \rho(EL_0 - EL) - P - (1-\rho)V - k\rho Q, \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

а сподіваний загальний виграш для ІС дорівнює

$$\begin{aligned}
 EW^{IC} &= (1-k)(1-\rho)(P - EL) + \\
 &+ k(1-\rho)(P - EL - b) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (1-k)\rho(P-EL_0) + \\
& + k\rho(P-EL_0-b+Q) = \\
= & (1-\rho)(P-EL) - k(1-\rho)b + \rho(P-EL_0) + k\rho(Q-b) = \\
& = P - \rho(EL_0 - EL) - EL + k(\rho Q - b). \quad (4.12)
\end{aligned}$$

Нехай взаємодія між ІС та ІВ є некооперативною, тобто ІС та ІВ не можуть обмінюватися інформацією, намагаючись добитися кращого результату для кожного. Це означає, що ІС при виборі частоти k має брати до уваги оптимізаційну поведінку ІВ, яка задається умовою оптимальності

$$\begin{aligned}
0 = \frac{\partial EW^{IB}}{\partial \rho} & = -(1-k)(EL - P - V) - \\
& - k(EL - P - V) + \\
& + (1-k)(EL_0 - P) + \\
& + k(EL_0 - P - Q) = \\
= & P + V - EL + EL_0 - P - kQ = V - kQ + EL_0 - EL, \\
k = \frac{V + EL_0 - EL}{Q}. \quad (4.13)
\end{aligned}$$

У свою чергу, оптимізаційна поведінка ІС задається умовою оптимальності

$$\begin{aligned}
0 = \frac{\partial EW^{IC}}{\partial k} & = -(1-\rho)(P-EL) + \\
& + (1-\rho)(P-EL-b) - \\
& - \rho(P-EL_0) + \\
& + \rho(P-EL_0-b+Q) = \\
= & -b(1-\rho) + \rho(Q-b) = -b + \rho b + \rho Q - \rho b = \rho Q - b, \\
\rho = \frac{b}{Q}. \quad (4.14)
\end{aligned}$$

Пара значень (k, ρ) , що визначаються рівняннями (4.13) та (4.14), задає рівновагу Неша у змішаних стратегіях. В обох рівняннях є спільна змінна

$$Q = \frac{b}{\rho} = \frac{V + EL_0 - EL}{k}.$$

Оскільки k, ρ – це ймовірності, то з рівнянь (4.13) та (4.14) випливає нерівність

$$Q \geq \max\{b; V + EL_0 - EL\}.$$

Якщо допускати невід’ємність загального сподіваного виграшу ІС, тобто

$$0 \leq EW^{IC} = P - \rho(EL_0 - EL) - EL + k(\rho Q - b), \quad (4.15)$$

користуючись рівністю (4.12), то в силу рівняння (4.14) маємо

$$P \geq \rho(EL_0 - EL) + EL = \frac{b}{Q}(EL_0 - EL) + EL.$$

Звернімо увагу, що в силу рівностей (4.11) і (4.12) сумарний загальний сподіваний виграш ІС та ІВ у моделі [60] є від’ємним:

$$EW^{IC} + EW^{IB} = -kb - (1 - \rho)V < 0.$$

За нерівності (4.15) останнє означає $EW^{IB} < 0$, або порушення обмеження стимулу до участі у страхуванні з боку попиту [61].

Таким чином, є можливості страхування шляхом явної імітації балансів попиту і пропозиції страхування. Робастний баланс істотно залежить від вибору покриттів і премій, створюючи спроможність страховиків виживати під час страхових випадків і готовність індивідуумів платити премії. Щоб знайти робастні рішення, використовуються такі функції ризику, як переплати індивідуумів і недобори страховиків. Такі рішення є розв’язками двоетапної задачі стохастичної оптимізації, яка при певних припущеннях зводиться до стандартної задачі лінійного програмування. Також є теоретичні можливості укладення взаємовигідних двосторонніх страхових контрактів, які на практиці конкурують з іншими активами [62].

ВИСНОВКИ

Світ стоїть на порозі глобальної трансформації свого порядку. За своїм масштабом, об'ємом та складністю це перетворення, як вважають більшість експертів, буде не схоже на все, що людство зазнавало раніше [1]. Воно буде здійснюватися в принципово нових умовах, пов'язаних з глобалізацією та зростаючою невизначеністю. Зміна фундаментальних характеристик просторово-временного континуума, генерує поля нових ризиків, веде до більш непередбачуваного світу, збільшує ступінь глобальних мегазагроз (екологічних, атомних, хімічних, генетичних, ментальних) та і можливого збитку від них. Більш того революція у комунікаційному просторі, необхідність швидкого реагування на зміни та зростаюча роль психологічних факторів у процесі прийняття рішень в умовах зростаючої невизначеності так же деформують простір безпеки.

Нові загрози потребують створення нових методів для їх оцінки. Головною метою даної роботи був подальший розвиток методів моделювання для посилення можливостей дослідження у такої сфері як вплив глобальних змін на взаємозв'язок ПЕВР, в умовах коли стандартні методи та інструменти дослідження стають неадекватними.

У статті створені математичні моделі для прогнозування динаміки взаємозв'язку ПЕВР та аналізу ризику в рослинництві. Моделі дозволяють дослідження механізмів виникнення нестабільності у взаємозв'язку ПЕВР та оцінювання рівнів можливих втрат врожаю, спричинених різними причинами, і їх імовірнісних характеристик. Розроблено методологія прийняття рішень в умовах ризику та часткової невизначеності, яка дозволяє дослідження задачі лінійної оптимізації та оптимізації портфелю при невизначеності, оптимізацію портфелю за співвідношенням винагорода-ризик, оптимізацію в умовах неточних посценарних оцінок. Розроблено також двоетапна модель еколого-економічних рішень, яка може використовуватися для розробки й обґрунтування програм страхування з урахуванням катастрофічних ризиків шляхом явної імітації балансів попиту і пропозиції страхування.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Schwab K. The fourth Industrial Revolution – World Economic Forum, 2016/ Четвертая промышленная революция/ Клаус Шваб – М.: Изд. «Э», 2016. – 208 с.
2. The Global Risks Report 2016 11th Edition – World Economic Forum, 2016
3. Atoyev K.L., Bilous V.M., Deineka V.S. et all. *Mathematical modelling of food, energy and water resources management under increased uncertainties and risks* // Integrated modeling of food, energy and water security

- management for sustainable social, economic and environmental developments / edited by Zagorodny A.G., Yermoliev Yu.M., – Kiev, 2013, pp. 195-228
4. Атоев К.Л., Кнопов П.С., Пепеляев В.А. Управление рисками при адаптации к глобальным изменениям // Математичне моделювання в економіці. – 2013.–№2. – С. 74–83.
 5. Zulpukarov M.-G. M., Malinetskii G. G., Podlazov A. V. The channels and jokers method application to the Rosenzweig–Macarthur system analysis // МКО. – 2006.–, Т.2.–,P.28–38. (in Russian).
 6. Atoyev K., Tomin A., Aksionova T. Global changes, new risks, and novel methods and tools of their assessment. Modelling and management of environmental security in Ukraine // Managing Critical Infrastructure Risks (Ed. by I. Linkov et al.) – 2007. – Springer-Netherlands. – P. 339-351.
 7. Sergienko I.V., Yanenko V.M., Atoyev K.L. The general concept used to control the risk of the ecological, techogenic and sociogenic accidents // Кибнетика і системны анализ. –1997.–№2. – С. 65–86.
 8. Simulation and optimization methods in risk and reability theory/Eds. P.S.Кнопов, P.M.Pardalos.- New York: Nova Science Publishers Inc, 2009.- 285p.
 9. Ermoliev Y., von Vinterfeldt D. Systemic risk and security management // Managing Safety of Heterogeneous Systems, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems.- Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2012.- P.19-49.
 10. Forrester J. *World Dynamics*. Moscow, "Nauka", 1978, 167 p. (in Russian).
 11. Gelovani V. A., Egorov V. A., Mitrofanov V. B., Piontkovskiy A.A. *Solution of One Control Problem for Forrester Global Dynamical Model*. Moscow, preprint, N56, 1974 (in Russian).
 12. Makhov S.A. *Mathematical simulation of world dynamics and sustainable development by the example of Forrester's model* //Self-organizing systems. – Moscow: Nauka, – 2007. – P. 79–101 (in Russian).
 13. Курдюмов С.П. Собственные функции горения нелинейной среды и конструктивные законы построения ее организации // Современные проблемы математической физики и вычислительной математики. – М., 1982. – С. 217-243.
 14. Режимы с обострением. Эволюция идеи. Законы коэволюции сложных структур / Под ред. Г.Г. Малинецкого. М.: Наука, 1998. – 256 с.
 15. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. – М.: Мир, 1979. – 327 с.
 16. Акаев А.А., Коротаев А. В., Фомин А.А. О причинах и возможных последствиях второй волны глобального кризиса. //Моделирование и прогнозирование глобальной, региональной и национальной динамики/Отв. ред. А. А. Акаев, А. В. Коротаев, Г. Г. Малинецкий, С. Ю. Малков. – М.: ЛИБРОКОМ/URSS, 2012. – С.424-459
 17. Магницкий Н.А., Сидоров С.В. Новые методы хаотической динамики. – Едиториал УРСС, 2004. - 320 с.

18. Атоев К.Л. Возникновение режимов детерминированного хаоса в задачах управления социально-экономическим развитием // Математичне моделювання в економіці. – 2013.–N3. – С. 90-97/
19. Lorenz E. Deterministic nonperiodic flow// Journal of Atoms.Sci. – 1963.– V.20.– P.130 – 141.
20. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: УРСС, 2002. – 360с.
21. The Kuramoto model: a simple paradigm for synchronization phenomena/Acebrón J. A.; Bonilla, L. L.; Vicente P. et al. //Reviews of Modern Physics. –2005. – 77: P.137–185.
22. Harry Markowitz. Portfolio Selection // The Journ. of Finance. – 1952. – 7, N. 1. – P. 77-91.– (http://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf).
23. Uryasev S. Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications // Financial Engineer. News. . – 2000. . –N 14. P. 1-5
24. Rockafellar R.T., Uryasev S. Optimization of Conditional Value-at-Risk // Journal of Risk. – 2000. – 2. – № 3. – P. 21–41.
25. Rockafellar R.T., Uryasev S. Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions // Journ. Of Banking and Finance. –2002. –26. –P.1443-1471.
26. American Optimal Decisions Portfolio Safeguard (PSG) in Windows Shell Environment: Basic Principles. – AORDA, 2011. – P. 260.
27. American Optimal Decisions Optimization and Risk Management Case Studies with Portfolio Safeguard (PSG) in Windows Shell Environment. – AORDA, 2010. – P. 528.
28. Рослинництво України. Стат. Збірник. – 2013. – 180 с.
29. Knight F.H. Risk, Uncertainty and Profit. – Houghton Mifflin: Boston, 1921. – 381 p.
30. Artzner P., Delbaen F., Eber J.M., Heath D. Coherent measures of risk // Mathematical Finance. – 1999. – 9. – № 3. – P. 203–228.
31. Кирилюк В.С. О классе полиэдральных когерентных мер риска // Кибернетика и системный анализ. – 2004. – № 4. – С. 155–167.
32. Кирилюк В.С. Полиэдральные когерентные меры риска и оптимизация инвестиционного портфеля // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 2. – С. 120–133.
33. Кирилюк В.С. Полиэдральные когерентные меры риска и оптимальные портфели по соотношению вознаграждение-риск // Кибернетика и системный анализ. – 2014. – №5. – С. 85–103.
34. Кирилюк В.С. Теория ожидаемой полезности, оптимальные портфели и полиэдральные когерентные меры риска // Кибернетика и системный анализ. – 2014. – №6. – С. 63–72.
35. Acerbi C. Spectral measures of risk: a coherent representation of subjective risk aversion // J. Banking & Finance. – 2002. – 26(7) . – P. 1505-1518.
36. Kusuoka S. On law invariant coherent risk measures, Kusuoka S, Maruyama T. (eds.) Advances in Mathematical Economics, Vol.3. – Tokyo: Springer, 2001. – P. 83–95.

37. Кириллюк В.С. Меры риска в задачах стохастической и робастной оптимизации // Кибернетика и системный анализ. – 2015. – №6. – С. 46–59.
38. Ермольев Ю.М. Методы стохастического программирования. – М: Наука, 1976. – 240 с.
39. Shapiro A., Dentcheva D., Ruszczyński A. Lectures on stochastic programming: modeling and theory. – Philadelphia: SIAM, 2009. – 436 p.
40. Кнопов P.S., Atoyev K.L., Gorbachuk V.M. The mathematical modeling of uncertainty and risk impact on complex systems instability // Systems Analysis 2015. – Laxenburg, Austria: International Institute for Applied Systems Analysis, 2015. – P. 62
41. Атоєв К.Л., Горбачук В.М., Ермольєв Ю.М., Кнопов П.С. Перспективні питання системного аналізу / Питання оптимізації обчислень (ПОО-ХЛІІ, 21–25 вересня 2015 р., Чинадієво). – К.: Ін-т кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, 2015.
42. Ermolieva T., Filatova T., Ermoliev Y., Obersteiner M., de Bruijn K., Jeuken A. Flood catastrophe model for designing optimal flood insurance program: estimating location-specific premiums in the Netherlands // Risk analysis. – 2016, March. – Режим доступу: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/risa.12589/full>
43. Горбачук В.М., Морозов О.О. Оптимальні контракти за повної інформації / Стратегії інноваційного розвитку економіки України: проблеми, перспективи, ефективність. – Одеса: Центр економічних досліджень та розвитку, 2011. – С. 33–35.
44. Горбачук В.М., Кошулько А.І., Сирку А.А. До природних обмежень економічної діяльності / Розвиток сучасних міжнародних економічних відносин: фінансово-економічні та соціальні чинники. – Одеса: ОНУ імені І.І.Мечникова, 2016. – С. 125–128.
45. Горбачук В.М., Морозов О.О. Від експлуатації до розвитку аграрних ринків / Розвиток національних економік в умовах глобальної нестабільності. – Одеса: Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, 2013.
46. Горбачук В.М., Морозов О.О. Регулювання енерговитрат галузей землекористування України та суміжних країн / Екологічне оподаткування: збірник наукових праць за результатами науково-практичних заходів. – Ірпінь: НУДПСУ, 2013. – С. 20–23.
47. Ermoliev Y.M., Ermolieva T.Y., MacDonald G., Norkin V. Insurability of catastrophic risks: the stochastic optimization model // Optimization. – 2000. – 47 (3–4). – P. 251–265.
48. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б. Цілі й задачі сталого розвитку до 2030 року // Глобальні соціально-економічні трансформації в XXI столітті (13 жовтня 2016 р., Київ). – К.: КНУ імені Т.Шевченка, 2016.
49. Integrated catastrophe risk modeling: supporting policy processes. A.Amendola, T.Ermolieva, J.Linnerooth-Bayer, R.Mechler (eds.) – Dordrecht, Netherlands: Springer, 2013. – 287 p.

50. Ermolieva T., Ermoliev Y. Modeling catastrophe risk for designing insurance systems / Integrated catastrophe risk modeling: supporting policy processes. A.Amendola, T.Ermolieva, J.Linnerooth-Bayer, R.Mechler (eds.) – Dordrecht, New York, London: Springer Verlag, 2013. – P. 29–53.
51. Ermolieva T., Ermoliev Y., Norkin V. Spatial stochastic model for optimization capacity of insurance networks under dependent catastrophic risks: numerical experiments. – Laxenburg, Austria: IIASA, 1997. – Interim Report IR-97-028. – 30 p.
52. Ermoliev Y.M., Ermolieva T.Y., MacDonald G., Norkin V. Stochastic optimization of insurance portfolios for managing exposure to catastrophic risks // Annals of operations research. – 2000. – 99 (1–4). – P. 207–225.
53. Ermoliev Y. Two-stage stochastic programming: quasigradient method / Encyclopedia of optimization. 2-nd edition. C.A.Migdalas P.M.Pardalos (eds.) – Springer, 2009. – P. 3955–3959.
54. Ermoliev Y.M., Norkin V.I. On nonsmooth and discontinuous problems of stochastic systems optimization // European journal of operations research. – 1997. – 101 (4.2). – P. 230–244.
55. Ермольев Ю.М., Ястремский А.И. Стохастические модели и методы в экономическом планировании. – М.: Наука, 1979. – 256 с.
56. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Богданов О.В. Двосекторна модель торгівлі мобільним фактором // Інформаційні технології та взаємодії (8–10 листопада 2016 р., Київ). – К.: КНУ імені Т.Шевченка, 2016.
57. Holmstrom B. Moral hazard and observability // Bell journal of economics. – 1979. – 10 (4.1). – P. 74–91.
58. Winter R.A. Moral hazard and insurance contracts / Contributions to insurance economics. G. Dionne (ed.) – Dordrecht: Kluwer, 1992.
59. Borch K.H. The price of moral hazard // Scandinavian actuarial journal. – 1980. – P. 173–176.
60. Zweifel P., Eisen R. Insurance economics. – Springer, 2012. – 451 p.
61. Горбачук В.М., Морозов О.О. Стимули та страхування / Економіка та ефективна організація фінансових та виробничих процесів. – К.: Нова економіка, 2011. – С. 39–42.
62. Горбачук В. М. Врахування сільськогосподарських ризиків // Науковий вісник Херсонського державного університету. Серія: економічні науки. – 2014. – Вип. 8. Ч. 5. – С. 203–209.

ЩОДО ЗВ'ЯЗУВАННЯ РОЗПОДІЛЕНИХ ГАЛУЗЕВИХ ТА РЕГІОНАЛЬНИХ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ПІД АСИМЕТРИЧНОЮ ІНФОРМАЦІЄЮ: РОБАСТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ В СИСТЕМІ ПРОДОВОЛЬСТВО-ВОДА-ЕНЕРГІЯ-НАВКОЛИШНЄ СЕРЕДОВИЩЕ

Ю.М. Єрмольєв¹, А.Г.Загородній², В.Л. Богданов², Т.Ю. Єрмольєва¹,
П. Хавлік¹, М. Оберштайнер¹, Є. Ровенская¹

¹Міжнародний інститут прикладного системного аналізу, ²Національна академія наук України

Резюме

Зростання глобально-локальних, а також галузево-регіональних взаємозалежностей може суттєво вплинути на звичайну економічну діяльність, навіть при невеликих локальних порушеннях. Детальні галузеві та регіональні моделі традиційно використовуються для самостійного планування бажаних політик відповідних секторів та регіонів. Однак рішення, оптимальні для підсистеми, можуть виявитися нездійсненними для всієї системи. У цій роботі ми розробляємо новий підхід, що ґрунтується на зв'язку детально розподілених моделей підсистем (наприклад, галузевих та регіональних) в рамках спільних обмежень ресурсів, що дозволяє створювати повноцінні інтегровані системи підтримки оптимальних рішень у секторах та регіонах. У такому підході розподілені моделі діють як "агенти", що спілкуються через "центральний концентратор" (регулятор). Таким чином, вони продовжують бути одними і тими ж окремими моделями, і різним моделюючим командам не потрібно обмінюватися інформацією про свої моделі та дані, тобто вони отримують інтегровані рішення під асиметричною інформацією. Застосованість розробленого підходу продемонстрована для прикладу, що зосереджується на взаємозв'язках продовольства, енергії, воді та навколишнього середовища за наявності сільського господарства та вугільної промисловості, які конкурують за обмежені водні та земельні ресурси.

Ключові слова: підтримка прийняття рішень, асиметрична інформація, зв'язок, негладка оптимізація, субградієнт, інтегроване моделювання, зв'язок продовольство енергія-вода-навколишнє середовище.

ВСТУП

Детальні галузеві та регіональні моделі традиційно використовуються для прогнозування та планування бажаних розробок у відповідних секторах та регіонах. Ці моделі працюють із набором можливих рішень та спрямовані на вибір рішення, що оптимізує цільову функцію, яка відповідає сектору чи регіону, залежно від різних вхідних сценаріїв.

У контексті взаємозв'язків між продовольством, енергетикою, водою та довкіллям (FEWE) набір можливих рішень визначається такими трьома основними типами обмежень:

- *Обмеження попиту* встановлюють мінімально задовільний рівень безпеки FEWE залежно від національної або регіональної політики споживання, експорту та імпорту.
- *Ресурсні обмеження* описують максимальну фізичну наявність природних ресурсів, наприклад, земельних або водних ресурсів для сільського господарства та енергетики (гідроенергетика, вугілля, біоенергетика тощо), людських ресурсів (робочої сили), капіталу тощо.
- *Обмеження якості навколишнього середовища* визначають межі допустимого забруднення повітря, води та ґрунту, а також гранично допустимі рівні викидів парникових газів (ПГ), визначені національними та міжнародними нормами.

Особа, яка приймає рішення, вибирає стратегію розвитку (набір технологій, розташування виробничих одиниць, вирощування сільськогосподарських культур тощо) для досягнення певної мети, якою може бути мінімізація чистих витрат або максимізація чистого прибутку.

У наш час сектори та регіони стають все більш взаємопов'язаними через використання спільних ресурсів. Зі зростанням населення глобальна економіка все ближче і ближче до планетарних меж, отже, взаємозалежності та конкуренція за природні ресурси стають все більш вираженими. У контексті FEWE енергетичний та сільськогосподарський сектори часто конкурують за однакові земельні та водні ресурси, які необхідні як для вирощування сільськогосподарських культур, так і для виробництва біопалива, виробництва електроенергії та видобутку вугілля. Крім того, обидва

сектори сприяють погіршенню навколишнього середовища, забруднюючи ґрунт, воду та повітря, викидаючи парникові гази.

Наприклад, масові відключення електромережі в Індії (Abrag, 2016), як повідомлялося, сталися через інтенсивне використання води (перекачування) для сільського господарства (з використанням субсидованих, а часто і безкоштовних, електроенергії та води). У США дефіцит води під час посух збільшив попит на воду в сільському господарстві, промислових цілях, у домогосподарствах, при охолодженні ядерних і вугільних електростанцій і змусив зупинити деякі енергетичні установки (наприклад, Browns Ferry facility в серпні 2007) та скоротити діяльність інших.

Отже, сучасна практика розробки та використання окремих моделей окремих секторів та регіонів змушує дослідників робити додаткові припущення щодо розподілу загальних ресурсів, використовуваних секторами та регіонами. Галузеві та регіональні моделі визначають рішення, оптимальні для розглянутих секторів та регіонів. Коли конкуренція за ресурси стає неминучою, незалежний аналіз секторів та регіонів, які не враховують їхній взаємозв'язок, може стати помилковим. Отже, галузеві та регіональні моделі повинні бути пов'язані між собою, щоб отримати інтегровані рішення, оптимальні для всієї системи. Взаємозалежні цілі безпеки FEWE значною мірою сприяють знаходженню зв'язку між секторами та регіонами, особливо через загальні екологічні цілі, включаючи квоти на загальне забруднення води, викиди ПГ тощо. У цій роботі ми розглядаємо проблему зв'язку галузевих та/або регіональних моделей у міжгалузеву, міжрегіональну інтегровану модель під асиметричною інформацією, тобто без розкриття інформації про відповідні підмоделі. Відсутність повної інформації про цілі, можливі рішення, обмеження та відповідні набори даних характерні для моделювання міжнародних параметрів. Відповідно, у цій роботі ми розмежовуємо термін «зв'язок» під асиметричною інформацією від терміну «інтегроване» моделювання на основі повної інформації.

Можуть існувати різні способи розподілу квот між секторами/регіонами, потрібні для досягнення спільних обмежень ресурсів. Це критично залежить від цілей та наявної інформації. Перш ніж сформулювати наш підхід, накреслимо деякі пов'язані задачі. За відсутності координації між секторами/регіонами щодо спільних обмежень ресурсів, можна очікувати, що вони поведуться егоїстично та спрямовані на максимізацію власної цільової функції. Для цього вони намагатимуться забезпечити максимально високі квоти

споживання ресурсів. Таку ситуацію можна змодельовати за допомогою ігрово-теоретичних моделей за відсутності співпраці, а саме: ігор соціальної рівноваги (Harker, 1991), які були сформульовані таким чином, щоб вони включали спільні обмеження для гравців. Узагальнене рішення рівноваги Неша (GNE), якщо воно існує, описує розподіл виробництва та ресурсів між секторами/регіонами, що задовольняють спільним обмеженням. У цьому випадку рішення приймаються самостійно і потенціал колективних зусиль для управління спільними ресурсами ігнорується.

Як підкреслює Гаркер (Harker, 1991), існування, унікальність, стабільність GNE та реалістичне масштабне втілення цієї концепції не можуть бути гарантовані. Більше того, Гаркер (Harker, 1991) підкреслює, що набори рішень GNE рідко реалізуються. Отже, повний аналіз рівноваг Неша в даному випадку є складним завданням, яке потребує додаткових припущень. Аналіз може стати ще складнішим, якщо спільні обмеження ресурсів ґрунтуються на умовах рівноваги (оптимальності), яка виникає з огляду на початкову проблему в постановці гри головного агента чи лідера-послідовника гри Стакельберга (Ermoliev and von Winterfeldt, 2012). Наприклад, у випадку асиметричної інформації використання умов оптимальності вимагатиме недоступних неявних наборів узагальнених градієнтів (підградієнтів). Через складність обчислень часто застосовують евристичні методи. Однак, їм не вистачає суворих доказів конвергенції, що породжує оманливі висновки.

Бьорінгер та Резерфорд (Böhringer and Rutherford, 2009) розглядають можливість інтегрування моделей енергетичної системи на основі математичного програмування bottom-up в загальну модель рівноваги економіки top-down. У статті показано, що формулювання умов ринкової рівноваги за допомогою рівнянь взаємодоповнюваності дозволяє інтегрувати моделі, але збіжність запропонованої простої ітераційної процедури не може бути гарантована. У конкретних випадках моделі загальної рівноваги зводяться до проблем оптимізації (Norkin, 1999), які можна пов'язати, використовуючи запропонований у Розділі 3 метод.

В принципі, зв'язок детермінованих моделей та детермінованих наближень моделей стохастичної оптимізації в єдину модель, яка включає всі обмеження всіх моделей, може розглядатися як проблема оптимізації декількох критеріїв відповідно до принципів агрегації (Kostreva et al., 2004; Ogryczak, 2000) , включаючи ймовірнісні принципи для проблем із невизначеностями, наприклад при цьому

ваги добробуту трактуються як ймовірності. Однак у випадку асиметричної інформації, коли агенти не в змозі отримати інформацію про моделі один одного, зв'язок, тобто інтеграція під асиметричну інформацію, можлива за допомогою (Розділ 3) негладких методів оптимізації багатоагентних систем. Часто неможливо розглядати рішення та обмеження всіх моделей одночасно та вирішувати основні неявні широкомасштабні моделі оптимізації. Натомість ми використовуємо ітеративні субградієнтні оптимізаційні методи, розроблені у вигляді ітеративного розкладання для двоступеневих моделей стохастичної оптимізації (див. дискусії та посилання в Ermoliev, 2009a,b,c,d), які також можуть бути переформульовані як масштабні (навіть нескінченно розмірні) неявні моделі лінійного програмування. Ці методи мають надзвичайну гнучкість, що дозволяє оптимізувати негладкі системи (Ermoliev and Norkin, 1997; див. також розділ 4). Розділ 3 формулює зв'язування як двоступеневу модель, де рішення першої та другої стадій розбиваються на менші підпрограми для фіксованого вектору, як це стосується основної моделі (1) - (5), розділ 2. Розкладання (див., наприклад, Dempster and Thompson, 1998) подає правила для ітеративних налаштувань вектору на основі рішень щодо простих підмоделей оптимізації під поточний вектор. Демпстер та Томпсон детально обговорюють це, використовуючи масштабні переформатування лінійного програмування для моделей стохастичної оптимізації. На жаль, цей підхід вимагає інформації про всі підмоделі, що недосяжно для моделей за умов асиметричної інформації та з двоступеневими проблемами (Ermoliev et al., 2000), що формуються симуляторами екстремальних подій та моделями рішень агентів.

Теорія агентів (див., наприклад, Gaivoronski and Werner, 2012) також вивчає випадки асиметричної інформації, а саме як спонукати агентів до обміну інформацією. Підхід нашої роботи є протилежним: ми мінімізуємо необхідність обміну інформацією.

Представлений тут підхід до зв'язування моделей базується на ітераційному процесі негладкої оптимізації (розділ 5), що переходить до соціально оптимального рішення. Тут не потрібно моделям обмінюватися повною інформацією про свої технічні характеристики. "Квоти на ресурси" для кожного сектора/регіону та кожного ресурсу перераховуються секторами/регіонами незалежно, зміщуючи їх поточне наближення у напрямку, визначеному відповідними галузевими/регіональними тіншовими цінами на ресурси, від первинної проблеми галузевої оптимізації. Таким чином ми уникаємо «жорсткого зв'язку» моделей в одному кодї, що економить час програмування та дозволяє паралельно розподілити обчислення

галузевих/регіональних моделей замість широкомасштабної інтегрованої моделі, тобто такої, яка повертає нас до відомого "прокляття розмірності" і кидає виклик гармонізації даних в масштабах за асиметричною інформацією. Це також зберігає оригінальні моделі в їхньому початковому стані для інших можливих зв'язків. Використання детальних галузевих/регіональних моделей замість їх узагальнених спрощених версій також дозволяє врахувати критично важливі локальні деталі, які, як правило, приховані в сукупних даних.

Робота організована наступним чином. У розділі 2 обговорюється проблема зв'язку моделі та стандартного інтегрованого моделювання. У розділі 3 представлений оригінальний результат цієї роботи - послідовний ітераційний порядок зв'язку моделі за асиметричною інформацією на основі методу узагальненого градієнта (субградієнта) негладкої оптимізації. У розділі 4 проаналізовано властивості алгоритму, що дозволяє його зближення. Розділ 5 представляє застосування запропонованого підходу у прикладі, що пов'язує вугільну та сільськогосподарську галузеві моделі для оптимального управління водою у провінції Шаньсі в Китаї. Розділ 6 підсумовує та окреслює можливі майбутні напрями, зокрема, розширення підходу зв'язку до стохастичних моделей для управління індукованими міжсекторними «прихованими» системними ризиками.

2. ЗВ'ЯЗУВАННЯ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ

2.1. Галузева/регіональна модель

Розглянемо K секторів/регіонів, які використовують певні загальні ресурси. Проблему їх зв'язку можна сформулювати так. Нехай $x^{(k)}$ є вектором змінних рішень у секторі/регіоні k та припустимо, що кожен сектор/регіон має на меті вибрати такий $x^{(k)}$, щоб максимально збільшити свою об'єктивну функцію (чистий прибуток) у формі:

$$\langle c^{(k)} x^{(k)} \rangle \rightarrow \max, \quad (1)$$

За обмежень

$$x^{(k)} \geq 0, \quad (2)$$

$$A^{(k)} x^{(k)} \leq b^{(k)}, \quad (3)$$

$$B^{(k)} x^{(k)} \leq y^{(k)}, \quad (4)$$

де $\langle c^{(k)}, x^{(k)} \rangle$, $k = 1, 2, \dots, K$, позначає скалярний добуток векторів $c^{(k)}$ та $x^{(k)}$, $\langle c^{(k)}, x^{(k)} \rangle = \sum_j c_j^{(k)} x_j^{(k)}$.

Тут, чистий прибуток $c^{(k)}$, матриці $A^{(k)}$ та $B^{(k)}$ визначення граничного внеску кожного компонента рішення у загальний попит, використання ресурсів та вплив на навколишнє середовище, а також вектори $b^{(k)}$ та $c^{(k)}$ визначають дані обмеження. Ми відокремлюємо обмеження, які є специфічними для сектору/регіону k визначеного в (3) та обмеження, які є частиною загального міжгалузевого/міжрегіонального обмеження з секторальними/регіональними квотами $y^{(k)}$ визначеними в (4). Галузеві/регіональні квоти не є фіксованими, скоріше виконується наступне спільне обмеження на загальні ресурси

$$\sum_{k=1}^K D^{(k)} y^{(k)} \leq d, y^{(k)} \geq 0, \quad (5)$$

Де матриці $D^{(k)}$ визначають граничний внесок кожної галузевої/регіональної квоти в спільне обмеження, описане вектором $d \geq 0$.

Таким чином, кожен сектор/регіон k максимізує свою цільову функцію (1) через вибір $x^{(k)}$ та $y^{(k)}$ з можливого набору, визначеного (2), (3), таким чином, щоб (4) та (5) також виконувалися.

Спільне обмеження (5) може бути або обов'язковим, або не обов'язковим. Може статися так, що для даного y секторально/регіонально оптимальні рішення $x_*^{(k)}$ проблеми (1)-(4) буде генерувати попит на ресурси $y_*^{(k)} = B^{(k)} x_*^{(k)}$, таке, що виконується (5). У цьому випадку сектори/регіони фактично не взаємопов'язані, а рішення, оптимальні для кожного сектора, також є оптимальними для всієї системи.

Ми зацікавлені в протилежному випадку, коли обмеження (5) є обов'язковими, тобто коли для оптимальних галузевих/регіональних рішень обмеження (5) не виконуються. Це означає, що сектори не можуть досягти свого оптимуму одночасно і принаймні одна з них має пожертвувати частиною своєї корисності (тобто мати менші прибутки/вищі витрати), щоб задовольнити спільним обмеженням (5).

3. ПОСЛІДОВНА ІТЕРАЦІЙНА ПРОЦЕДУРА ЗВ'ЯЗУВАННЯ МОДЕЛЕЙ, ЩО ОПТИМІЗУЮТЬ ЗАГАЛЬНУ ФУНКЦІЮ ДОБРОБУТУ

3.1. Максимізація добробуту в умовах асиметричної інформації

Справді інтегративні рішення, за визначенням, передбачають співпрацю між секторами. З цієї точки зору, проблема взаємозв'язку моделі по суті може вважатися проблемою оптимізації з декількома критеріями в умовах асиметричної інформації, в якій потрібно знайти ресурсоефективне рішення Парето. Це означало б об'єднання їхніх цільових функцій з деякими вагами, $\sum_{k=1}^K w_k = 1$, в одну функцію добробуту для пошуку оптимуму Парето в наступній задачі:

$$\sum_{k=1}^K w_k (c^{(k)}, x^{(k)}) \rightarrow \max, \quad (6)$$

за умов (2)-(5). Під асиметричною інформацією секторів/регіонів ми маємо на увазі, що сектор/регіон k не знає $c^{(l)}$, $A^{(l)}$, $B^{(l)}$, $x^{(l)}$ про інші сектори/регіони $l \neq k$. Однак є центральний концентратор (регулятор), який знає $D^{(k)}$ і d . Ми також припускаємо, що існує мережа комп'ютерів, що з'єднують центральний комп'ютер кожного сектора/регіону з центральним комп'ютером концентратора.

У цьому розділі ми пропонуємо послідовний алгоритм обчислення ітераційних адаптивних зв'язків галузевих або регіональних моделей під асиметричною інформацією, для яких конвергенція встановлена, відповідно до розділу 4. Важливо зазначити, що циклічний метод оптимізації, орієнтований на координати, не збігається, якщо цільова функція є недиференційований безперервно (див., наприклад, Ermoliev, 2009 a,b,c,d про методи SQG), отже, прямий зв'язок не буде працювати. Основна частина алгоритму - це центральний комп'ютер-концентратор, який перераховує квоти ресурсів, зміщуючи їх поточне наближення у напрямку, визначеному відповідними векторами подвійних змінних (тіньові ціни на ресурси) від первинних задач оптимізації. Ці квоти отримують секторальні / регіональні комп'ютери, що дозволяють паралельно обчислювати рішення та швидко регулювати вектор. Єрмольєв (Ermoliev, 1980) спочатку представив ідею цього алгоритму, а сучасні комп'ютерні потужності дозволяють реалізувати його у масштабних моделях, що використовуються для підтримки рішень.

Розглянемо основну неявну проблему максимізації. Для даного вектора $y = (y^{(1)}, \dots, y^{(K)})$ позначимо оптимальне значення функції (6)

при обмеженнях (2) - (4) через $F(y)$, іншими словами, в цій функції $x^{(k)}(y)$ є оптимальними рішеннями для (1) при (2) - (4) за ігнорування спільних обмежень (5). Тому:

$$F(y) = \sum_{k=1}^K f^{(k)}(y),$$

де $f^{(k)}(y) = w_k(c^{(k)}, x^{(k)}(y))$ є увігнуті недиференційовані (безперервно) або негладкі функції для заданих ваг (судження 1, а), б)).

Цей алгоритм визначає правило для пристосування до оптимального y^* , що максимізує функцію $F(y)$ під спільними обмеженнями (5), що визначає можливий набір Y .

3.2. Негладкий метод з'єднання

Розглянемо довільне здійснення рішення $y^s = (y^{s(1)}, \dots, y^{s(K)})$ для ітерації $s = 1, 2, \dots$ алгоритму. Для заданих квот $y^s = (y^{s(1)}, \dots, y^{s(K)})$, незалежні та паралельні комп'ютери секторів/регіонів обчислюють первісні моделі (1)-(4) та отримують початкові розв'язки $x^{s(k)} = x^{s(k)}(y^s)$ разом із відповідними тінювими цінами на ресурси, тобто рішення $(u^{s(k)}, v^{s(k)})$ подвійних задач.

$$\langle b^{(k)}, u^{s(k)} \rangle + \langle y^{s(k)}, v^{s(k)} \rangle \rightarrow \min \quad (7)$$

$$A^{(k)} u^{s(k)} + B^{(k)} v^{s(k)} \geq w_k c^{(k)} \quad (8)$$

$$u^{s(k)} \geq 0, v^{s(k)} \geq 0 \quad (9)$$

$k = 1, 2, \dots, K$, де вектори $v^{s(k)}$ є рушійними силами з алгоритму (10).

Наступне наближення квот $y^{s+1} = (y^{s+1(1)}, \dots, y^{s+1(K)})$ виводиться комп'ютером центрального концентратора шляхом переміщення y^s в напрямку вектору $v^s = (v^{s(1)}, \dots, v^{s(K)})$, тобто оптимальних подвійних змінних (тінюві ціни), що відповідають обмеженням (4). Отже, у нас є ітеративна процедура, визначена в сенсі «штучного інтелекту» розробленої системи рішень:

$$y^{s+1} = \pi_Y(y^s + \rho_s v^s), \quad (10)$$

де ρ_s - залежний від ітерації множник, який є параметром методу, а $\pi_Y(\cdot)$ - ортогональний оператор проєкції на множині Y (див. також

зауваження 1, розділ 3). Вектор v^s визначає підградієнт безперервно недиференційованої функції $F(x)$. Це та конвергенція рішень y^s до оптимального рішення задачі зв'язку (2) - (6) за $s \rightarrow \infty$, проаналізовано у Розділі 4. Вонг та Сіу (Wang and Xiu, 2000) розробили теорію конвергенції методу градієнтного проектування лише для функції, що постійно диференціюється, де розмір кроку ρ_s визначається залежно від удосконалення цільової функції. Однак у нашому випадку з недиференційованими функціями це неможливо. У цьому випадку розмір кроків ρ_s вибирається із досить загальних та природних вимог: $\rho_s \geq 0$, $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_s = \infty$, оскільки узагальнені градієнти не є напрямками зростання функцій.

Хоча стандартний метод прогнозування субградієнта сходиться без умови $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_s^2 < \infty$, запропонований алгоритм зв'язку для задач при асиметричній інформації (10) вимагає цієї додаткової умови, щоб забезпечити конвергенцію не тільки функції $F(y^s)$, але і рішень y^s . Це дозволяє запропонувати простий критерій зупинки, що дозволяє незалежну оптимізацію взаємозалежних секторів за допомогою (10).

3.3. Алгоритм та його узагальнення

Основний алгоритм зв'язку з більш детальною інформацією, включаючи критерій зупинки, узагальнено наступним чином:

Крок 0: Ініціалізація. Сектор k , $k = 1, \dots, K$, вибирає початкові вектори квот $y^{0(k)}$ і подає їх до центрального комп'ютера (концентратора). Комп'ютер проектує $y^0 = (y^{0(1)}, \dots, y^{0(K)})$ на набір Y , визначаючи перше здійснене наближення $y^1 = (y^{1(1)}, \dots, y^{1(K)})$, набір $s = 1$.

Крок 1: Генеруючий крок. Припустимо, до початку ітерації s алгоритм потрапив у вектор $y^s = (y^{s(1)}, \dots, y^{s(K)})$. Потім на ітерації s алгоритм продовжує діяти наступним чином.

Крок 2: Усі сектори/регіони k отримують $y^{s(k)}$ та вирішують галузеві моделі (1) - (4) самостійно. Тіньові ціни $v^{s(k)}$ на загальні ресурси подаються на центральний комп'ютер.

Крок 3. Центральний комп'ютер обчислює $y^s + \rho_s v^s$ з розміром кроку $\rho_s = c_s / s$, де c_s - параметр масштабування, $\underline{c} \leq c_s \leq \bar{c}$ для деяких

констант \underline{c} , \bar{c} , які регулюють ρ_s так, щоб добуток $\rho_s v^s$ відповідав масштабу y^s . Вектор $y^s + \rho_s v^s$ проєктується на набір Y і визначає y^{s+1} . Сектори отримують відповідні компоненти y^{s+1} .

Крок 4: Усі сектори незалежно перевіряють критерії зупинки. Сектор k обчислює невідмінну різницю $\varepsilon_k(s) = (b^{(k)}, u^{s(k)}(y^s)) + (y^{s(k)}, v^{s(k)}(y^s)) - w_k(c^{(k)}, x^{s(k)}(y^s))$ і подає значення $\varepsilon_k(s)$ в центральний комп'ютер загального центру.

Якщо $\sum_k \varepsilon_k(s) \leq \varepsilon \geq 0$, де ε - це допустима точність, то алгоритм зупиниться. В іншому випадку поверніться до кроку 1.

Розділ 4 показує, що незалежне функціонування секторів/регіонів відповідно до цього алгоритму можливе без розкриття галузевої інформації через вимогу $\sum_s \rho_s^2 < \infty$.

Зауваження 1 (Обчислення проєкції)

Ортогональне проєктування y^{s+1} вектору $\bar{y}^s = y^s + \rho_s v^s$ на Y обчислюється за допомогою швидкого алгоритму, що мінімізує квадратичну функцію $\|y^s - y\|^2 = \sum_{k=1}^K \|y^{s(k)} - y^{(k)}\|^2$ з урахуванням спільних обмежень (5). Ця мінімізація може бути здійснена протягом обмеженої кількості кроків, використовуючи перетворення задач квадратичної оптимізації на основі рівнянь оптимальності в рамках лінійного програмування. Тому, що за $y^s \in Y$ проєкції y^{s+1} вектору $y^s + \rho_s v^s$, $s = 1, 2, \dots$, дуже швидко зменшуються $\|y^s + \rho_s v^s - y\|^2$ завдяки тому, що при $\rho_s v^s \rightarrow 0$ вектори v^s обмежені оптимальними подвійними рішеннями (припущення 1, а), і якщо y^s приймаються за початкове наближення y^{s+1} .

Зауваження 2 (Змішані обмеження)

Спільні обмеження щодо ресурсів типу (5) можуть бути накладені зовнішнім агентством або можуть бути узгоджені спільно між секторами/регіонами. Сектори/регіони можуть бути субсидовані або оподатковуватись для досягнення певного рівня виробництва, наприклад, щоб забезпечити безпечний рівень забруднення у воді. Такі рішення зачіпають не лише вектори x галузевих моделей (1) - (4), але

й вектор y обмеженості ресурсів (5). У цьому випадку спільні галузеві обмеження (5) можуть мати таку змішану форму, що включає як спільний ресурс $x^{(k)}$, так і $y^{(k)}$ під спільними ресурсами δ :

$$\sum_{k=1}^K M^{(k)} x^{(k)} + \sum_{k=1}^K D^{(k)} y^{(k)} \leq \delta \quad (11)$$

де матриці $D^{(k)}$ визначають граничний внесок кожного $x^{(k)}$ в обмеження δ , а також генерують додаткову асиметричну інформацію щодо загальних ресурсів y .

Однак проблема (1) - (4), (11) може бути перетворена на задачу, яка має таку ж структуру, як і (1) - (5), з окремими обмеженнями на загальні ресурси, як це:

Введемо такі вектори $z^{(k)}$, що $M^{(k)} x^{(k)} \leq z^{(k)}$, $k = 1, \dots, K$, і перепишемо (11) як

$$\sum_{k=1}^K D^{(k)} y^{(k)} \leq \delta - \sum_{k=1}^K z^{(k)}, \quad \sum_{k=1}^K z^{(k)} \leq \delta.$$

Після відповідного повторного позначення ми дійсно доходимо до проблеми форми (1) - (5).

4. ВЛАСТИВОСТІ АЛГОРИТМУ

У цьому розділі ми обґрунтовуємо збіжність запропонованого способу зв'язування (10). Ми спираємось на його зв'язки з теорією подвійності та теорією (постійно) недиференційованої оптимізації.

Наступне є важливим для пропозиції нашого підходу і впливає з відомих фактів теорії подвійності. Наприклад, увігнутість $F(y)$ та важливість недиференційованої оптимізації впливає із припущення 1 (а). Перевірка критеріїв зупинки в розділі 3.3. впливає з конвергенції $\{y^s\}$ до точки Y^* , обумовленої теоремою цього розділу.

Розглянемо галузеву/регіональну модель, визначену рівняннями (1) - (4), для даної можливості, що задовольняє обмеження (5). Відносини подвійності зазвичай встановлюються за допомогою функції Лагранжа (див. Arrow, et al., 1958; Bertsecas, 1999) наступним чином:

$$L_k(x^{(k)}, y^{(k)}, u, v) = w_k(c^{(k)}, x^{(k)}) + (u^{(k)}, b^{(k)} - A^{(k)} x^{(k)}) + (v^{(k)}, y^{(k)} - B^{(k)} x^{(k)}),$$

де u і v є подвійними змінними.

Припущення 1 (відносини подвійності)

Припустимо, що існують рішення $x^{(k)}(y)$ всіх K галузевих/регіональних моделей. Тоді:

а). Кожна функція Лагранжа L_k , $k = 1, \dots, K$, має точку сідла $(x^{(k)}(y), u^{(k)}(y), v^{(k)}(y))$:

$$\min_{u, v \geq 0} L_k(x^{(k)}(y), y, u, v) = L_k(x^{(k)}(y), y, u^{(k)}(y), v^{(k)}(y)) = \max_{x \geq 0} L_k(x, y, u^{(k)}(y), v^{(k)}(y));$$

$$L_k(x^{(k)}(y), y, u^{(k)}(y), v^{(k)}(y)) = w_k(c^{(k)}, x^{(k)}(y)) = f^{(k)}(y), \quad (12)$$

$$(u^{(k)}(y), b^{(k)} - A^{(k)}x^{(k)}(y)) + (v^{(k)}, y - B^{(k)}x^{(k)}(y)) = 0.$$

Оскільки $L_k(x^{(k)}(y), y, u^{(k)}(y), v^{(k)}(y))$ для фіксованих y є спільно увігнутим $(x^{(k)}, y)$, то після максимізації відносно отриманого оптимального $x^{(k)}$, значення (12)

$$L_k(x^{(k)}(y), y, u^{(k)}(y), v^{(k)}(y)) = f^{(k)}(y) \text{ залишається увігнутим на } y.$$

Отже, $f^{(k)}(y)$, $F(y) = \sum_{k=1}^K f^{(k)}(x^{(k)})$ є увігнуті функції.

Наступні факти б) і с) обґрунтовують критерій зупинки алгоритму зв'язування (розділ 3.3.).

б). Завдання подвійного мінімаксу $\min_{u, v \geq 0} \max_{x \geq 0} L_k(x, y, u, v)$ еквівалентно задачі лінійного програмування (7) - (9).

Первісна модель лінійного програмування (1) - (4) еквівалентна задачі максиміну, тобто максимізації недиференційованої функції в цілому:

$$\min_{u, v \geq 0} L_k(x, y, u, v).$$

с). Подвійна задача має рішення $(u(y), v(y))$, і ці рішення задовольняють такій рівності:

$$f^{(k)}(y) = w_k(c^{(k)}, x(y)) = (b^{(k)}, u(y)) + (y, v(y)).$$

Наступний факт (Ermoliev, 1976; Rockafeller, 1981) є основоположним для вирішення проблеми зв'язування через максимізацію недиференційованої функції методом (10).

Припущення 2 (Субградієнт)

Припустимо, що існують рішення $x^{(k)}(y)$ всіх K галузевих моделей. Тоді, для будь-якого можливого рішення z і y ,

$$f^{(k)}(y) - f^{(k)}(z) \geq (v^{(k)}(y), y - z),$$

тобто $v^{(k)}(y)$ є субградієнтом увігнутої функції $f^{(k)}(y)$.

Доведення: З припущення 1 випливає, що

$$\begin{aligned}
f^{(k)}(y) - f^{(k)}(z) &= (b^{(k)}, u^{(k)}(y)) + (y, v^{(k)}(y)) - (b^{(k)}, u^{(k)}(z)) - (z^{(k)}, v^{(k)}(z)) \\
&\geq (b^{(k)}, u^{(k)}(y)) + (y, v^{(k)}(y)) - (b^{(k)}, u^{(k)}(y)) - (z^{(k)}, v^{(k)}(y)) \\
&= (v^{(k)}(y), y - z).
\end{aligned}$$

Висновок: вектор $v(y) = (v^{(1)}(y), \dots, v^{(K)}(y))$ - це субградієнт функції $F(y) = \sum_{k=1}^K f^{(k)}(y)$, тобто $F(y) - F(z) \geq (v(y), y - z)$.

Тому процедура (10) є специфічним методом субградієнта для максимізації (безперервно) недиференційованої увігнутої функції $F(y)$.

Покажемо тепер, що y^s наближається до оптимального рішення y^* , максимізуючи $F(y)$ при спільних обмеженнях (5).

Теорема (Немонотонна конвергенція)

(а). Можлива сукупність Y обмежена;

(б). Розмір кроку ρ_s відповідає умовам:

$$\rho_s \geq 0, \sum_{s=1}^{\infty} \rho_s = \infty, \sum_{s=1}^{\infty} \rho_s^2 < \infty, p_s = 1/s.$$

Тоді $\lim y^s \in Y^*$ для $s \rightarrow \infty$.

Доведення: Властивість проєкції $\pi_Y(\cdot)$ дає будь-який оптимальний $y^* \in Y$:

$$\begin{aligned}
\|y^* - y^{s+1}\|^2 &\leq \|y^* - y^s - \rho_s v^s\|^2 \leq \|y^* - y^s\|^2 - 2\rho_s (v^s, y^* - y^s) \\
&\quad + \rho_s^2 \|v^s\|^2 \leq \|y^* - y^s\|^2 + C\rho_s^2,
\end{aligned}$$

Де $0 \leq F(y^*) - F(y) \leq (v^s, y^* - y^s)$, тому v^s є узагальненим градієнтом $F(y)$ на $y = y^s$ (припущення 2).

Крім того, $\|v^s\|^2 < C < \infty$ де $C > 0$ є позитивною константою, тому що рішення $x^k(y^s)$ первинних і розв'язання $(u^k(y^s), v^k(y^s))$ подвійних секторіальних/регіональних моделей обмежені, оскільки можлива множина Y обмежена нашими припущеннями.

Послідовність $\left\{ \|y^* - y^s\|^2 \right\}$, що задовольняє рівнянням $\|y^* - y^{s+1}\|^2 \leq \|y^* - y^s\|^2 + C\rho_s^2, \sum_{s=1}^{\infty} \rho_s^2 < \infty$ для всіх $y^* \in Y^*$, сходиться

для $s \rightarrow \infty$, тому що послідовність $\tau_s = \|y^* - y^s\|^2 + C \sum_{t=s}^{\infty} \rho_t^2$ є монотонною, а $\tau_{s+1} \leq \tau_s$ і $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_s^2 < \infty$. Тому всі точки накопичення $\{y^s\}$ знаходяться на сфері радіуса $\lim \|y^* - y^s\|$. Отже, якщо ми тепер покажемо, що одна з граничних точок (накопичення) $\{y^s\}$, яка належить Y^* , то з цього твердження випливає б зближення $\{y^s\}$ до точки Y^* .

Розглянемо ще раз нерівність

$$\|y^* - y^{s+1}\|^2 \leq \|y^* - y^1\|^2 - 2 \sum_{t=1}^s \rho_t (v^t, y^* - y^t) + C \sum_{t=1}^s \rho_t^2.$$

Через нерівність $F(y^*) - F(y^t) \geq (v^t, y^* - y^t)$, що випливає з визначення узагальненого градієнта $v^s = (v^{s(1)}, \dots, v^{s(K)})$, ми маємо

$$\|y^* - y^{s+1}\|^2 \leq \|y^* - y^1\|^2 - 2 \sum_{t=1}^s \rho_t (F(y^*) - F(y^t)) + C \sum_{t=1}^s \rho_t^2.$$

Тому, $\sum_{t=1}^{\infty} \rho_t (F(y^*) - F(y^t)) < \infty$. Якщо $\sum_{t=1}^{\infty} \rho_t = \infty$ і $F(y^*) - F(y^t) \geq 0$, то існує така підпослідовність y^{t_s} , що $F(y^*) - F(y^{t_s}) \rightarrow 0$ для $s \rightarrow \infty$. Тому $\{y^s\}$ сходяться і доказ є завершеним.

Зауваження 3. Наступна послідовність ρ_s , наприклад, відповідає умовам теореми: $\rho_s = \underline{\gamma} / s$, $0 \leq \underline{\gamma} \leq \bar{\gamma} < \infty$ для деяких позитивних констант $\underline{\gamma}$ і $\bar{\gamma}$.

5. ПРИКЛАД АНАЛІЗУ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ МІЖ ПРОДОВОЛЬСТВОМ, ЕНЕРГІЄЮ, ВОДОЮ ТА ДОВКІЛЛЯМ У КИТАЇ

У цьому розділі ми демонструємо застосування розробленої ітераційної процедури зв'язування на прикладі, що пов'язує вугільну та сільськогосподарську галузеві моделі, що використовуються для визначення оптимальних стратегій управління в провінції Шаньсі в Китаї (Gao et al., 2018).

В загальних рисах модель може бути описана наступним чином. Модель враховує різні технології видобутку та переробки вугілля, а також різні види виробництва сільськогосподарських культур у ряді локацій у досліджуваному регіоні. Видобуток вугілля та виробництва

сільськогосподарської продукції обмежені наявністю природних ресурсів, зокрема, води та землі. Галузі, що базуються на вугіллі - видобуток, промивання, хімічне виробництво та виробництво електроенергії - все є надзвичайно енергоємним. Те, що робить конкуренцію за воду ще гіршою, - це величезна невідповідність між водними ресурсами та запасами вугілля - 53% запасів вугілля в Китаї розташовані у дефіцитних водою регіонах, а 30% - у регіонах, що зазнають водного стресу, і провінція Шаньсі є одним із них. Водопостачання сільського господарства також є дуже важливим, оскільки може суттєво покращити розвиток сільської місцевості та підтримати продовольчу безпеку, забезпечивши базову достатню кількість зерна.

Таким чином, ця модель вирішує проблему комплексного планування енергетичного та сільськогосподарського секторів в умовах дефіциту води та земель, а також досягнення цілей енергетичної та продовольчої безпеки комплексно. Якщо квоти на воду та землю для секторів розраховуються незалежно, це може призвести до порушення обмежень щодо сталого розвитку.

Крім того, модель також стосується зв'язків у різних місцях. Регіон Шаньсі складається з 11 муніципалітетів, а це означає, що особа, яка приймає рішення, має можливість використовувати різницю витрат між ними при плануванні виробництва для задоволення загального попиту в провінції в цілому.

Тут ми представляємо ключові результати чисельних обчислень, що демонструють швидку конвергенцію наближених рішень y^s до оптимальних рішень проблеми максимізації добробуту.

Зауваження 4 (Обчислювальна стійкість). Швидка конвергенція алгоритму зв'язування, заснована на узагальненому методі субградієнта недиференційованої оптимізації, спостерігається і теоретично обґрунтовується, коли оптимальні рішення є точками недиференційованості. Це пояснюється принциповою різницею у випадку безперервно диференційованих та недиференційованих функцій, оскільки узагальнені градієнти (субградієнти) не наближаються до нуля при оптимальних рішеннях. Наприклад, мінімізація одновимірної функції $F(y) = |y|$ має розв'язок $y^* = 0$ і під градієнти, рівні +1 для $y > 0$ та -1 для $y < 0$. Цей тип негладкої функції критеріїв використовується в робастній статистиці. Робастність цих типів методів щодо випадкових порушень використовується в стохастичній оптимізації (Ermoliev, 2009a, b, c, d).

Таблиця 1

Точне та ітераційне порівняння оптимальних значень корисності між окремо оптимізованими моделями та загальною оптимізацією добробуту.

Модель	Чистий дохід, Загальний, млрд. CNY	Чистий дохід, Сільське господарство, млрд. CNY	Чистий дохід, Вуглевидобування, млрд. CNY
Дві окремі секторальні оптимізації (без спільних обмежень)	264.2	17.7	246.5
Оптимізація добробуту (жорсткий зв'язок)	196.3	15.4	181.0
Пов'язаність через центральний "хаб"	195.4	15.5	180.0

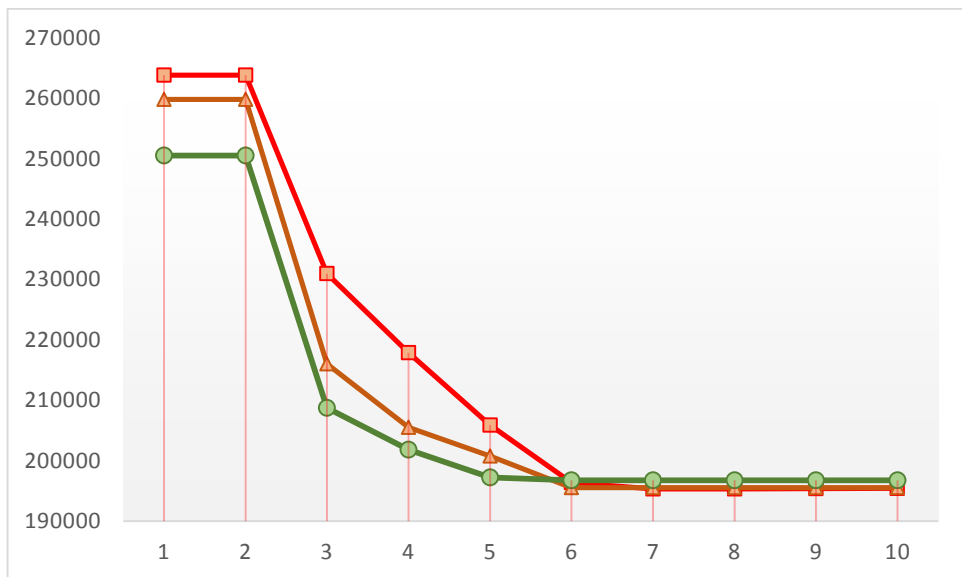


Рис.1. Конвергенція (з точки зору корисності) ітеративної процедури до точного вирішення загальної проблеми максимізації добробуту. На вертикальних осях - загальний чистий прибуток, ітерації методів відображаються на горизонтальній осі. Три криві відповідають різним початковим умовам.

У таблиці 1 представлено порівняння оптимальних значень корисності між окремо оптимізованими моделями та загальною оптимізацією добробуту. Коли галузеві моделі вирішуються окремо, жодних спільних обмежень (5) не встановлюється, що дозволяє сільському господарству та вугільному сектору отримати близько 15% та 36% їх корисності відповідно. Однак спільні системні обмеження (5) порушуються. На практиці це може призвести до дефіциту води для одного з секторів і до системного збою. При спільних обмеженнях, тобто коли моделі є жорсткими та/або коли вони пов'язані через центральний «вузол», забезпечуючи таким чином системну безпеку, загальний прибуток можливих оптимальних рішень, тобто чистий прибуток секторів, може бути меншим. Числові розрахунки методом (10) дозволяють швидко визначити найважливіші частини оптимальних рішень, що відповідають за системну стабільність та ефективність. Розрахунки також легко ілюструють значення математичних моделей порівняно з простими розрахунками "інтуїтивно очевидних" прямих чистих прибутків, які ігнорують непрямі системні прибутки та збитки, що може різко вплинути на остаточні висновки та політику. Наприклад, відсутність мосту або галузевого зв'язку, що з'єднує інакше від'єднанні сектори/регіони, може спричинити втрати, які непорівнянні з прямою вартістю мосту. Цей тип системних взаємозалежностей вирішується запропонованим підходом.

На рис. 1 представлені значення загальної функції добробуту в кожній ітерації алгоритму для трьох різних початкових наближень, тобто початкового розподілу водних і земельних квот між двома секторами. У всіх трьох випадках ітераційний процес сходиться досить швидко, тобто в шостій ітерації оптимальне значення практично досягнуте. Після десятої ітерації точність стає 0,6%.

Важливим фактором, що впливає на швидкість конвергенції, є, звичайно, вибір кроку моделювання ρ_s . Загальне правило полягає в тому, що масштаб $\rho_s v^s$ повинен відповідати масштабу рішень u^s .

6. ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ

У цьому розділі представлено два новітні результати. По-перше, це алгоритм - або базований на моделі переговорний процес, - що дозволяє хабу (центральної владі, головному агенту) здійснювати максимізацію суспільного добробуту, розподіляти обмежені ресурси між кількома суб'єктами, не знаючи деталей внутрішньої структури

цих суб'єктів і вимагаючи лише граничних цін на окремі види ресурсів. Більш конкретно, цей метод пов'язує різні моделі лінійної оптимізації в одну модель системи без повторного кодування підмоделей в єдину інтегровану модель. По-друге, це наочна демонстрація алгоритму для тематичного дослідження в Китаї.

Хоча в цьому розділі ми мали на увазі зв'язок регіональних та/або галузевих моделей, коли йдеться про зв'язування моделей загалом, ці моделі можуть застосовуватися на різні локально-глобальні масштаби. Тому проблема зв'язку може бути також сформульована набагато більш загально з точки зору підмоделей та інтегрованих моделей, і підхід, представлений у цій роботі, все ще може бути застосований. Зауваження 2 ілюструє це більш докладно.

Зв'язування моделей певним чином є методом, протилежним методам декомпозиції (наприклад, Dantzig and Wolf, 1960; Bertsekas, 1999; Kim and Nazareth, 1991). Тоді як під час декомпозиції ми розділяємо існуючу інтегровану модель оптимізації на декілька менших підмоделей, в моделях зв'язування ми отримуємо інтегровану модель системи, пов'язуючи існуючі явно невідомі підмоделі. Зауваження 2 у Розділ 3.3 також демонструє, що запропонована методологія має принципово новий тип гнучкості, що дозволяє одночасно використовувати процедури зв'язків та розкладання, іншими словами, ендогенно роз'єднуючи моделі, щоб зробити їх подальшу інтеграцію більш ефективною.

Запропонований обчислювальний алгоритм заснований на підградієнтних методах, винайдених для оптимізації негладких систем, які можуть зазнавати шоків і розривів. Тому ці методи будуть природно розроблені для подальшого зв'язування стохастичних моделей із відомими граничними розподілами галузевих невизначеностей, міжсекторних інтегрованих моделей із спільними розподілами колективних системних ризиків, спричинених галузевими невизначеностями та рішеннями, що максимізують стохастичну версію функції (6).

Варто зазначити, що ми також можемо здійснювати зв'язування динамічних систем, використовуючи ті самі рівняння (1) - (5) з векторами $x^{(k)} = (x^{(k)}(1), \dots, x^{(k)}(T))$, $y^{(k)} = (y^{(k)}(1), \dots, y^{(k)}(T))$, що характеризують рішення та квоти секторів $k = 1, \dots, N$ у часі $t = 1, \dots, T$. Додаткові ускладнення виникають у ситуації, коли вектори $x^{(k)}(t)$ мають дві складові $x^{(k)}(t) = (z^{(k)}(t), u^{(k)}(t))$, що представляють змінні

стану $z^{(k)}(t)$ та контрольні змінні $u^{(k)}(t)$. У цьому випадку точки сідла у відносинах подвійності (Припущення 1) можуть мати вигляд дискретного (в часі) принципу максимуму Понтрягіна. Це дає можливість декомпозиції моделі динамічної оптимізації через інтервал $[1, T]$ на незалежні підзадачі для кожного $t = 1, \dots, T$, які можна вирішити за допомогою запропонованого алгоритму, як зазначено у ремарці 2.

Іншим принципово важливим можливим розширенням представленого методу є випадок стохастичних секторних/регіональних моделей, в яких розподіл невизначеностей формується рішеннями різних агентів. Наприклад, зменшення повеней новими рішеннями щодо землекористування впливають на сценарії повеней. Як правило, це унеможливорює розділення генерацій сценарію та процедур оптимізації. Це вимагає з'єднання як моделювання, так і процедур оптимізації аналогічно алгоритму (10), поєднуючи таким чином моделювання сценаріїв з кроками оптимізації.

Подяка

Розробка алгоритмів зв'язків та тематичних досліджень підтримується проектами ЄС COACCH (776479) та SUSFANS (633692) та спільним проектом між ПАСА та Національною академією наук України «Інтегроване робастне управління взаємозв'язками використання продовольства, енергії, води та землі для сталого розвитку».

Перелік посилань

- Abrar, M. (2016). Power cut off and power blackout in India a major threat – *An overview. Int. Journal of Advancements in Research and Technology*, 5(7), 8-15.
- Arrow, K.J., Hurwicz, Uzawa, H. (Eds., 1958). *Studies in linear and nonlinear programming*. Stanford, CA: Stanford University Press.
- Bertsekas, D. (1999). *Nonlinear programming*. Atlanta Scientific.
- Böhringer C., Rutherford T.F. (2009). Integrated assessment of energy policies: Decomposing top-down and bottom-up. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33 (9), 1648–1661.
- Dantzig G.B., Wolfe P. (1960). The decomposition principle for linear programming. *Econometrica*, 29, 767-778.
- Dempster, M.A.H., Thompson, R.T. (1998). Parallelization and aggregation of nested Benders decomposition. *Annal of Operations Research* 81, 163-187
- Ermoliev Y. (1976). *Models and methods of stochastic programming*. Moscow: Nauka (in Russian).

- Ermoliev Y. (1980). Some problems of linkage systems. IIASA Working Paper WP-80-102. Int. Institute for Applied Systems Analysis (IIASA), Laxenburg, Austria.
- Ermoliev Y., Norkin V. (1997). [*On nonsmooth and discontinuous problems of stochastic systems optimization*](#). *European Journal of Operational Research* 101 (2), 230-244. DOI:[10.1016/S0377-2217\(96\)00395-5](#).
- Ermoliev Y. (2009a). Stochastic quasigradient methods in minimax problems. In Encyclopedia of Optimization, C.A. Floudas, P.M. Pardalos (eds). Springer-Verlag, New York, USA pp. 3813-3818
- Ermoliev Y. (2009b). Two-stage stochastic programming: Quasigradient method. In Encyclopedia of Optimization, C.A. Floudas, P.M. Pardalos (eds). Springer-Verlag, New York, USA pp. 3955-3959
- Ermoliev Y. (2009c). Stochastic quasigradient methods: Applications . In Encyclopedia of Optimization, C.A. Floudas, P.M. Pardalos (eds). Springer-Verlag, New York, USA pp. 3807-3813
- Ermoliev Y. (2009d). Stochastic quasigradient methods . In Encyclopedia of Optimization, C.A. Floudas, P.M. Pardalos (eds). Springer-Verlag, New York, USA pp. 3801-3807
- Ermoliev Y., Ermolieva, T., MacDonald, G., Norkin, V.(2000). Stochastic Optimization of Insurance Portfolios for Managing Exposure to Catastrophic Risks. *Annals of Operations Research*, 99, 207-225.
- Ermoliev Y., von Winterfeldt D. (2012). Systemic risks and security management. In: Ermoliev Y., Makowski M., and Marti K. (Eds.). *Managing safety of heterogeneous systems: Decisions under uncertainty and risks. Lecture Notes in Econom. Math. Systems* 658. New York, Springer, 19-49.
- Gaivoronski A., Werner, A. (2012). Stochastic programming perspective on the agency problems under uncertainty. In: Ermoliev Y., Makowski M., and Marti K. (Eds.). *Managing safety of heterogeneous systems: Decisions under uncertainty and risks. Lecture Notes in Econom. Math. Systems* 658. New York, Springer, 133-160.
- Gao, J., Xu, X., Cao, G., Ermoliev, Y.M., Ermolieva, T.Y., Rovenskaya E.A. (2018). Optimizing regional food and energy production under limited water availability through integrated modeling. *Sustainability*, 10(6), 1689
- Harker P. T. (1991). Generalized Nash games and quasi-variational inequalities. *European Journal of Operational Research*, 54, 81-94.
- Kim K., Nazareth J.L. (1991). The decomposition principle and algorithms for linear programming. *Linear algebra and its applications*, 152, 119-133.
- Kostreva M.M., Ogryczak W., Wierzbicki A. (2004). Equitable aggregations and multiple criteria analysis. *European Journal of Operations Research*, 158, 362-367.
- Norkin, V. (1999). Reducing models of general economic equilibrium to optimization problems. *Cybernetics and Systems Analysis*, 35(5), 743-753.

Ogryczak W. (2000). Multiple criteria linear programming model for portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 97, 143-162.

Rockafeller, T. (1981). *The theory of subgradient and its application to problems of optimization: Convex and nonconvex functions*. Berlin: Helderman Verlag.

Wang, C., Xiu, N. (2000). Convergence of the gradient projection method for generalized convex minimization. *Computational Optimization and Applications*, 16, 111-120.

ДИНАМІЧНЕ ОБ'ЄДНАННЯ ГЛОБАЛЬНИХ І ЛОКАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ ЗЕМЛЕКОРИСТУВАННЯ НА ОСНОВІ АЛГОРИТМУ РОБАСТНОГО РОЗУКРУПНЕННЯ ДАНИХ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ

Т. Єрмольєва¹, П. Хавлік¹, А. Моньє¹, Х. Валін¹, М. Оберштайнер¹,
С. Киризюк², О. Бородіна²

¹ Міжнародний інститут прикладного системного аналізу,

² Інститут економіки та прогнозування НАН України

У цій статті з метою проведення досліджень й отримання прогнозів необхідного просторового масштабу, запропоновано об'єднання двох моделей: динамічної моделі часткової рівноваги GLOBIOM¹, що використовується для обчислення глобальних і регіональних проєкцій, та динамічної рекурсивної моделі розукрупнення, що ґрунтується на використанні принципу крос-ентропії, для зменшення просторового розширення результатів, отриманих глобальною моделлю. Запропонований підхід дозволяє врахувати наявні дані з різним просторовим розширенням та з різних джерел інформації, в тому числі отриманих за допомогою супутникових зображень, офіційних статистичних джерел, експертних оцінок, а також глобальних моделей землекористування. У численних дослідженнях на прикладах Китаю та України запропонований підхід дозволив отримати локальні прогнози розвитку і зміни землекористування, узгоджені з реальними тенденціями і очікуваннями. Отримані за допомогою розукрупнення дані й проєкції використовувалися для побудови національних моделей планування сталого землекористування та розвитку сільського господарства.

Ключові слова: глобальна модель планування землекористування, модель робастного розукрупнення, динамічне об'єднання моделей, локальні проєкції землекористування

¹ Global Biosphere Management Model, Havlik et al., 2011

1. Вступ

Взаємозалежності між системами землекористування на національному й глобальному рівнях обумовлюють необхідність розробки нових підходів для інтегрування моделей землекористування різних масштабів. У цій статті з метою проведення досліджень й отримання прогнозів з необхідним просторовим розширенням запропоновано об'єднати дві моделі: динамічної моделі часткової рівноваги GLOBIOM, що використовується для обчислення глобальних і регіональних проєкцій, та динамічної рекурсивної моделі розукрупнення, що ґрунтується на використанні принципу крос-ентропії, для зменшення просторового розширення результатів, отриманих глобальною моделлю. Параметри запропонованої моделі розукрупнення залежать від параметрів і результатів агрегованої моделі GLOBIOM, що дозволяє враховувати величезне різноманіття факторів, які впливають на зміни землекористування, а також тенденції демографічного й економічного розвитку, відповідну інформацію щодо впроваджених політичних заходів, стан проблем продовольчої, водної, енергетичної безпеки. У статі (Ermoliev et al., 2017) обґрунтовано засади розробки моделей робастного просторового оцінювання та розукрупнення даних, оснований на принципах крос-ентропії. Головна мета розукрупнення полягає в отриманні достовірних оцінок на локальному рівні, виходячи з глобальних тенденцій, використовуючи при цьому всі доступні дані, спостережувані й неспостережувані змінні, залежності між змінними, висновки експертів, а також результати інших моделей. У розділі 3 обговорюються особливості динамічного рекурсивного алгоритму, оснований на принципі крос-ентропії, що використовується для розукрупнення результатів глобальної моделі GLOBIOM. Запропонований підхід використовувався у Міжнародному інституті прикладного системного аналізу (IIASA) та в Інституті економіки та прогнозування НАН України для зміни розширення отриманих за допомогою GLOBIOM проєкцій землекористування, розрахованих на основі різних сценаріїв соціо-економічних, технологічних, демографічних та кліматичних прогнозів розвитку (SSPs; Moss et al., 2010). Показано, що запропонований підхід може використовуватися для планування сталого землекористування на місцях (Zhang et al., 2015; Borodina et al., 2016). Принцип крос-ентропії передбачає деякий початковий (ап'юріорний) розподіл виробництва на місцях, тобто використання певного праєра. Практичні дослідження свідчать, що праєр може залежати від різних випадкових параметрів, таких як,

наприклад, врожайність, ціна, рівень викидів парникових газів тощо. Таким чином, замість одного праєра, як це прийнято в традиційному підході, може існувати безліч праєрів, і в цьому випадку завдання розукрупнення полягає в тому, щоб отримати локальні оцінки, використовуючи інформацію, закладену в усіх праєрах, тобто отримати робастні оцінки. У розділі 4 підхід робастного розукрупнення застосовувався для розукрупнення і гармонізації даних для України з метою подальшого використання їх у національних моделях планування землекористування та сталого розвитку сільського господарства (Vorodina et al., 2011). Розділ 5 підсумовує основні результати, викладені у дослідженні.

2. ФРАГМЕНТ МОДЕЛІ ЗМІНИ ПРОСТОРОВОГО РОЗШИРЕННЯ ЗЕМЛЕКОРИСТУВАННЯ

2.1. Традиційна задача розукрупнення на основі принципу крос-ентропії.

Розглянемо фрагмент загальної моделі розукрупнення, детально описаної в розділі 3. Проілюструємо її на прикладі розукрупнення агрегованих даних щодо орних земель. Використовувана в моделі інформація може бути узагальнена у наступний спосіб. Оцінка площі орної землі a_j у просторовій точці j , $j = \overline{1, n}$, може бути отримана за допомогою карт земного покриву, зі статистичних збірників або як результат глобальних моделей (GLOBIOM). Оцінка придатності використання землі, що розглядається у розділі 3, характеризує потенційно досяжний рівень продуктивності y_{ij} певного типу землекористування i , $i = \overline{1, m}$, наприклад, орних земель, пасовищ, лісових масивів і т.д. у різних просторових точках j . Географічно-деталізована інформація про біо-фізичну придатність і потенційну продуктивність землі в розрізі різних сільськогосподарських культур може бути отримана з історичних даних, а також за допомогою біо-фізичних моделей таких як, наприклад, модель EPIC (Izaurre et al., 2006) або GAEZ (Fischer et al., 2002). Мета розукрупнення полягає у визначенні такого рівня x_{ij} землекористування i у точці j , яке задовольняло б основним балансовим рівнянням (1)-(2):

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_j, j = \overline{1, n}, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^m y_{ij} x_{ij} \leq d_i, i = \overline{1, m}, \quad (2)$$

де змінна x_{ij} та параметри a_j , y_{ij} , d_i мають позитивні значення. Рівняння (1) встановлює обмеження на загальний обсяг землекористування в точці j , тоді як рівняння (2) відповідає обмеженню щодо кількості виробленої продукції d_i за певного типу землекористування i відповідно до рівня продуктивності y_{ij} . Данні або прогноз рівня попиту d_i , наприклад, виробництва зернових або деревини, можна отримати на основі офіційних джерел статистичної інформації або розрахувати за допомогою агрегованих моделей, подібних до GLOBIOM. Можна ввести нові змінні z_{ij} , що характеризують розподіл площ ($0 \leq z_{ij} \leq 1$) певних типів землекористування i у точці j . Таким чином, $x_{ij} = a_j z_{ij}$, й обмеження (1), (2) можуть бути записані наступним чином:

$$\sum_{i=1}^m z_{ij} = 1, j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} z_{ij} \leq d_i, i = \overline{1, m}, a_{ij} = a_i y_{ij}. \quad (4)$$

Ця модифікація обмежень (1), (2) дозволяє використовувати принцип крос-ентропії (і ймовірні підтвердження) для визначення оптимального рішення z_{ij} . У загальному випадку може існувати безліч рішень z_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, що задовольняють рівнянням (3)-(4), наприклад, коли система (3)-(4) невизначена. В цьому випадку, необхідно з безлічі рішень вибрати одне на підставі додаткового критерію. Ключовим аспектом у виборі такого критерію є те, що вже є так званий апріорний (початковий, бажаний) розподіл z_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, який спричиняє мінімальні негативні (або максимальні позитивні), в певному сенсі, наслідки. Наприклад, інтуїція підказує, що апріорний розподіл може залежати від рівня рентабельності, виручки або максимальної доходу діяльності в кожній точці простору. Апріорний розподіл можна розрахувати, використовуючи доступні дані (карти) щодо землекористування, карти кліматичних і біо-фізичних умов в просторових точках, або виходячи з умов формування попиту або систем господарювання. Наприклад, апріорний розподіл

$$q_{ij} = \frac{\alpha_{ij} P_i y_{ij}}{\sum_i \alpha_{ij} P_i y_{ij}}, \sum_j q_{ij} = 1, \text{ може служити початковою оцінкою площі}$$

землекористування i у просторовій точці j , де P_i - ціна продукції i -го типу землекористування, y_{ij} - урожайність i -го типу землекористування у просторовій точці j . В умовах відсутності додаткової інформації, апіорним може бути найменш інформативний рівномірний розподіл (Wood et al., 2000), при цьому проблема розукрупнення як і раніше включає в себе обмеження на всіх рівнях і з усіх джерел. Таким чином, рішення задачі розукрупнення коригуватиме апіорний розподіл з метою задоволення всіх наявних обмежень, в даному випадку (3)-(4). У розділі 3 обговорюються можливі підходи для вибору апіорних розподілів. Якщо апіорний розподіл відомо $q_{ij} > 0$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, тоді оцінки z_{ij} крос-ентропії визначаються на основі мінімізації функції крос-ентропії:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n z_{ij} \ln \frac{z_{ij}}{q_{ij}}, \quad (5)$$

з врахуванням (3), (4). Функція (5) визначає відстань Кульбака-Ляйблера (Kullback, 1959) між розподілами z_{ij} та q_{ij} , тобто, розподіл z_{ij} , отриманий в результаті вирішення задачі мінімізації крос-ентропії, буде найближчим до апіорного розподілу q_{ij} , що завольняє обмеженням (3), (4).

2.2. Робастне розукрупнення даних за умови невизначеності у прерах

Розглянемо задачу розукрупнення (3)–(5): мінімізувати функцію крос-

ентропії $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n z_{ij} \ln \frac{z_{ij}}{q_{ij}}$ при обмеженнях $\sum_{i=1}^m z_{ij} = 1$, $j = \overline{1, n}$,

$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} z_{ij} \leq d_i$, $i = \overline{1, m}$, де z_{ij} мають позитивні значення, а допустиму безліч рішень z_{ij} позначимо Z . У традиційній задачі (3)–(5) задано єдиний праєр q_{ij} . Проте практичні дослідження свідчать, що апіорний розподіл q_{ij} може залежати від різних випадкових параметрів i , таким чином, може бути визначений неоднозначно. Тому в загальному випадку замість єдиного праєра q_{ij} можна припускати, що існує безліч праєрів Q , $q \in Q$, $q = \{q_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}\}$. Основне завдання полягає в тому, щоб знайти рішення задачі (3) - (5) в якомусь сенсі робастне щодо всіх праєрів q з Q . Розглянемо два важливих випадки.

2.2.1. Складні апіорні розподіли. Припустимо, що існує скінчена множина Q можливих праєрів $q^s = \{q_{ij}^s, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}, s = \overline{1: S}\}$, які визначають безліч функцій крос-ентропії $F^s(z) = \sum_i \sum_j z_{ij} \ln \frac{z_{ij}}{q_{ij}^s}$.

Сценарії праєрів $s = \overline{1, S}$ можуть відповідати різним спостереженнями або альтернативним експертними оцінками параметрів α_{ij} , P_i , y_{ij} , що визначають апіорний розподіл, як це обговорюється в розділі 2. Достовірність сценаріїв $s = \overline{1, S}$ можна задавати за допомогою ймовірностей (ваг) $\gamma_s > 0$, $\gamma_s \leq 1$, $\sum_s \gamma_s = 1$, що відображають ступінь впевненості в тому, що s це дійсний сценарій. У разі повної невизначеності можна припустити, що всі сценарії однаково вірогідні, тобто $\gamma_s = 1/S$, $s = \overline{1, S}$. Використовуючи ваги γ_s задача задається у стандартному вигляді (3)-(5) при $q_{ij} = \sum_{s=1}^S \gamma_s q_{ij}^s$.

2.2.2. Робастні не-Байєсовські апіорні розподіли. Крім відомої агрегованої інформації, заданої допустимими обмеженнями (3), (4), апіорний розподіл $q = \{q_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}\}$ пропонує важливу початкову гіпотезу щодо розподілу z_{ij} , що задовольняє цим обмеженням. Для скінченої безлічі Q апіорних розподілів q^s , $s = \overline{1, S}$

функція
$$F(z) = \max_s \sum_{i,j} z_{ij} \ln(z_{ij} / q_{ij}^s) = \max_s \sum_{i,j} z_{ij} \ln(z_{ij} / q_{ij}^s(z))$$

визначає максимальну відстань (в сенсі інформаційної відстані Кульбака-Ляйблера) до множини розподілів Q від цільового розподілу $z = \{z_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}\}$, що задовольняє прийнятим обмеженням, де $q(z)$ - оптимальний апіорний розподіл. Таким чином, мінімізацію $F(z)$ можна розглядати як не-Байєсовську мінімізацію крос-ентропії з праєром $q(z)$, що залежить від z . Можна підтвердити, що мінімізація $F(z)$ еквівалентна мінімізації функції:

$$F(z) = \max_{\gamma} \sum_s \gamma_s \sum_{i,j} z_{ij} \ln(z_{ij} / q_{ij}^s), \sum_{s=1}^S \gamma_s = 1, \gamma_s \geq 0.$$

Це формулювання дозволяє розглянути більш загальну задачу робастного розукрупнення на основі принципу крос-ентропії з використанням ваг $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_S)$, що задовольняють деяким загальним обмеженням типу $\gamma \in H$, які відображають наявність інформації про

γ . Наприклад, в деяких випадках, можна вважати, що сумарна вага деякої підмножини сценаріїв перевищує сумарну вагу іншої підмножини, скажімо, $\gamma_s \geq \gamma_t$, $\gamma_s + \gamma_t \geq 1/2$ для заданих сценаріїв s та t . Тоді досить загальне завдання робастної мінімізації змішаної задачі крос-ентропії формулюється як мінімізація функції:

$$F(z) = \max_{\gamma \in H} \sum_{s=1}^S \gamma_s \sum_{i,j} z_{ij} \ln(z_{ij} / q_{ij}^s) = \sum_{ij} z_{ij} \ln z_{ij} - \min_{\gamma \in H} \sum_{s=1}^S \gamma_s (\sum_{ij} z_{ij} \ln q_{ij}^s), \quad (6)$$

де z належить допустимій множині Z , заданій обмеженнями типу (3)-(5). Функція (6) лінійна стосовно γ і строго випукла по відношенню до z , але, на жаль, вона не є випуклою відносно обох змінних (z, γ) . Тим не менш, задачу мінімізації (10) можна задати як задачу випуклої оптимізації, сформувавши задачу, двоїсту до задачі мінімізації по γ :

$$\min_{\gamma \in H} \sum_{s=1}^S \gamma_s (\sum_{ij} z_{ij} \ln q_{ij}^s). \quad (7)$$

Щоб спростити обговорення, припустимо, що множина H задана лінійними обмеженнями:

$$\sum_{s=1}^S \beta_{ks} \gamma_s \geq \delta_k, \quad k = \overline{1, K}, \quad (8)$$

для деяких β_{ks} , δ_k . Якщо для деякого фіксованого Z ми встановимо, що $c_s := \sum_{ij} z_{ij} \ln q_{ij}^s$, тоді мінімізації задачі (7), (8) відносно γ може бути записана як мінімізація деякої лінійної (при фіксованому z) функції:

$$\min_{\gamma \in H} \sum_{s=1}^S \gamma_s c_s, \quad c_s = \sum_{ij} z_{ij} \ln q_{ij}^s \quad (9)$$

при обмеженнях (8). Двоїста задача формулюється як задача мінімізації функції:

$$\max_u \sum_{k=1}^K \delta_k u_k, \quad (10)$$

при обмеженнях $\sum_{k=1}^K \beta_{ks} u_k \leq c_s$, де $u = (u_1, \dots, u_k)$, $u_k \geq 0$, $k = \overline{1: K}$, які являють собою двоїсті змінні. У відповідності до теорії двоїстості, задача мінімізації (8)-(9) еквівалентна задачі мінімізації (10). Таким чином, задача мінімізації (6) може бути сформульована як задача мінімізації функції:

$$\sum_{ij} z_{ij} \ln z_{ij} - \max_u \sum_k \delta_k u_k$$

відносно (z, u) , при обмеженнях:

$$\sum_k \beta_{ks} u_k \leq \sum_{ij} z_{ij} \ln q_{ij}^s, \quad s=1:S, \quad z \in Z, \quad (11)$$

тобто мінімізації функції:

$$\sum_{ij} z_{ij} \ln z_{ij} - \sum_k \delta_k u_k \quad (12)$$

відносно (z, u) при обмеженнях (11).

3. ДИНАМІЧНЕ ОБ'ЄДНАННЯ ГЛОБАЛЬНОЇ Й ЛОКАЛЬНОЇ МОДЕЛЕЙ

В цьому розділі обговорюється підхід щодо об'єднання глобальної моделі GLOBIOM з локальною моделлю розукрупнення з метою отримання оцінок змін землекористування і земного покриву на місцях. GLOBIOM це глобальна рекурсивна динамічна модель часткової рівноваги, що об'єднує сектор сільського господарства, біоенергетики, і лісового господарства. Вона розроблена з метою аналізу політик сталого землекористування на глобальному і регіональному рівнях, включаючи питання конкуренції і зміни різних типів землекористування, викликаних збільшенням попиту на продовольство, корми і біопаливо. GLOBIOM генерує ендогенні прогнози попиту в розрізі різних типів землекористування в межах доступних земельних ресурсів в залежності від їх продуктивності, попиту і цін на відповідну продукцію, враховуючи потенціал експортно-імпортного обміну. В результаті, GLOBIOM проектує попит на земельні і водні ресурси і відповідні зміни по регіонах і типами землекористування. Таким чином, злиття GLOBIOM і моделі розукрупнення здатне аналізувати величезну різноманітність локально-глобальних взаємозалежностей. Серед основних типів землекористування виділені орні землі під сільськогосподарськими культурами, пасовища, лісові ресурси (природні й лісові угіддя), швидко зростаючі лісові ресурси (лісопосадки з коротким періодом ротації - SRF²), природні угіддя. Зміни в структурі землекористування здійснюються в межах наявних земельних ресурсів, а можливі сценарії перетворення землекористування з одного типу в інший обмежуються базовими правилами: орні землі можуть бути трансформовані в пасовища або SRF, пасовища - в орні землі або SRF; некеровані лісові землі - в керовані лісові угіддя, природні (незаймані) землі - в орні землі, SRF або пасовища. При цьому, оцінка доцільності трансформації землекористування є додатковим обмежуючим фактором. Обидві моделі (GLOBIOM і модель розукрупнення) використовують одні і ті

² SRF – short rotated forest

ж географічно-деталізовані гармонізовані бази даних (Skalsky' et al., 2008, Ermoliev et al., 2017). Обидві моделі використовують дані й моделюють процеси на рівні так званих імітаційних одиниць (SimUs), які не обов'язково мають геометричну або географічну форму, що відповідає межах країн, системам землекористування, управління, кліматичними даними, внутрішнім адміністративним кордонами (муніципалітетів, районів і т.д.).

3.1. Алгоритм крос-ентропії для розукрупнення прогнозів змін землекористування, отриманих з GLOBIOM

GLOBIOM розраховує сценарії змін землекористування для основних регіонів і країн на період з 2000 по 2100, з десятирічним кроком (інтервалом) моделювання. Ці агреговані оцінки необхідно розукрупнити до рівня SimUs. Припустимо, A_{ir}^t позначає регіональний (національний) рівень землекористування типу i в регіоні r у період часу t , а ΔA_{ijr}^t - площа переведена з i -го типу землекористування в j -й тип, $i, j = \overline{1, n}$, $r = \overline{1: R}$, $t = \overline{1: T}$, $R = 30$. Оцінки A_{ir}^t розраховуються за допомогою GLOBIOM і залежать від рівня попиту, цін і експортно-імпортних потоків між регіонами, тобто зміни землекористування в конкретному регіоні можуть бути спровокованими збільшенням попиту, нормами споживання біопалива, усіма встановленими обмеженнями на викиди парникових газів в інших регіонах. Площа землекористування A_{ir}^t i -го типу в регіоні r в період часу t розраховується на основі наступного рекурсивного рівняння:

$$A_{ir}^t = A_{ir}^{t-1} + \sum_j \Delta A_{ijr}^t - \sum_j \Delta A_{jir}^t,$$

де $\sum_j \Delta A_{ijr}^t$ - загальна площа зміни землекористування з типу i в j

тип, а $\sum_j \Delta A_{jir}^t$ - з типу j в i , для всіх типів землекористування $j \neq i$, $j = \overline{1, n}$.

Обмеження (6) встановлюється на основі доступних земельних ресурсів L_r в регіоні r :

$$\sum_{i=1}^m \left(A_{ir}^{t-1} + \sum_j \Delta A_{ijr}^t - \sum_j \Delta A_{jir}^t \right) \leq L_r. \quad (13)$$

На рівні SimUs оцінки площі A_{ir}^t різних типів землекористування i в регіоні r для базового року (2000) доступні на основі карт

землекористування GLC-2000. Задача розукрупнення ΔA_{ijr}^t полягає в тому, що необхідно знайти z_{ijlr}^t , $\sum_l z_{ijlr}^t = 1$, яке характеризує зміну площі ΔA_{ijr}^t з i -го типу землекористування в j -й в регіоні r і просторовій одиниці SimUs l , $l = \overline{1:m}$, для всіх $i, j = \overline{1:n}$, $r = \overline{1:R}$, $t = \overline{1:T}$. Рекурсивне рівняння (7) оцінки площі землекористування відображає динаміку землекористування i -го типу в SimU l , що належить регіону r в період часу $t > 1$:

$$A_{ilr}^t = A_{ilr}^{t-1} + \sum_j z_{ijlr}^t \Delta A_{ijr}^t - \sum_j z_{jilr}^t \Delta A_{jir}^t, \quad (14)$$

де A_{ilr}^t позначає площу землекористування i -го типу в SimU l регіону r в період часу t ; $z_{ijlr}^t \Delta A_{ijr}^t$ - частка сукупної зміни землекористування ΔA_{ijr}^t , що має місце при зміні з i -го типу в j -й тип, для всіх $j \neq i$ в SimU l регіону r , у період часу t . На рівні SimUs обмеження доступних земельних ресурсів L_{lr} обумовлює обмеження щодо зміни землекористування:

$$\sum_{i=1}^m A_{ilr}^t \leq L_{lr}. \quad (15)$$

Щоб оцінити невідомі z_{ijlr}^t , сформулюємо задачу, аналогічну (3)-(5), що представлена у розділі 2. Таким чином, необхідно знайти z_{ijlr}^t , які є рішеннями системи рівнянь:

$$\sum_l z_{ijlr}^t = 1, \quad z_{ijlr}^t \geq 0, \quad (16)$$

$$A_{ilr}^t = A_{ilr}^{t-1} + \sum_l z_{ijlr}^t \Delta A_{ijr}^t - \sum_l z_{jilr}^t \Delta A_{jir}^t, \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^m A_{ilr}^t \leq L_{rl} \quad (18)$$

й мінімізують функцію крос-ентропії:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^m (z_{ijlr}^t \ln(z_{ijlr}^t / q_{ijlr}^t)), \quad (19)$$

де $q_{ijlr}^t > 0$, $\sum_l q_{ijlr}^t = 1$, деякий апріорний розподіл z_{ijlr}^t , де y_{jlr}^t - продуктивність (урожайність) певного j -го типу землекористування в SimU l в період часу t , P_{jr}^t - ціна продукції, виробленої за даного j -го типу землекористування в час t й регіоні r , A_{jlr}^{t-1} - загальна площа землекористування j -го типу в SimU l в період часу $t-1$, що розрахована GLOBIOM.

4. ПРИКЛАДНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Завдання мінімізації функції типу крос-ентропії (19) при обмеженнях (16) - (18) застосовувалася для розукрупнення агрегованих проєкцій зміни землекористування, отриманих за допомогою GLOBIOM для 30 основних агрегованих регіонів світу в період з 2000 по 2100 з часовим інтервалом 10 років. В результаті розукрупнення ми не прагнемо відтворити реальну картину землекористування на місцях, та це й не можливо, оскільки реальні типи землекористування на місцях не завжди відповідають оптимальним критеріям. Так, земля може бути розподілена між системами землекористування не найбільш оптимальним чином. У той час як модель розукрупнення надає можливість дослідження збалансованого сталого розміщення землекористування на місцях відповідно до умов придатності та різних обмежень (16) - (18). Можна також ввести додаткові обмеження на використання водних ресурсів, забруднення землі та повітря тощо. Крім цього, розукрупнення дозволяє отримати додаткову інформацію щодо відповідних типів землекористування на рівні, на якому статистичні дані відсутні. Для подальшого аналізу, значення в імітаційних просторових одиницях можна агрегувати, наприклад, до рівня країни, районних рівнів, або до рівня басейна річки, і т.д., як це обговорюється в наведених нижче прикладних дослідженнях (див. також Zhang et al., 2015; Borodina et al., 2016; Ermoliev et al., 2017).

4.1. Дослідження сталого розвитку землекористування та управління водними ресурсами в басейні річки Хайхе, Китай

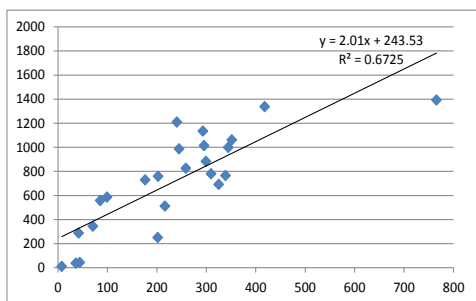
Об'єднання GLOBIOM і моделі розукрупнення дозволяє проводити аналіз різних глобально-локальних взаємодій і тенденцій, включаючи ті, що залежать від соціально-економічних, технологічних, і демографічних сценаріїв й тенденцій розвитку, закладених SSPs сценаріями. Метод розукрупнення, запропонований у цій статті, застосовувався в низці регіональних досліджень. Розукрупненні оцінки підтверджують високий рівень відповідності з фактичними даними і

процесами на місцях. Наприклад, в басейні річки Хайхе (Chen et al., 2005; Zhang et al., 2015), проєкції змін землекористування були змодельовані у GLOBIOM для різних сценаріїв SSP й розукрупнені до 1-кілометрової комірки, що охоплюють досліджуваний регіон. Дослідження проводилися з метою вивчення можливих локальних наслідків швидкої інтенсифікації сільського господарства, викликаного національними і глобальними соціально-економічними, демографічними, кліматичними сценаріями SSP, що стимулюють, зокрема, інтенсивний спосіб обробки ґрунту і внесення великої кількості добрив. Розукрупненні до 1 км оцінки за типами землекористування використовувалися в моделі SWAT (Neitsch et al., 2002) для вивчення можливих негативних тенденцій землекористування, таких як надмірне використання водних ресурсів, забруднення води в результаті інтенсивного агрогосподарювання і т.д. Розукрупненні оцінки були отримані для визначення площ орних земель, пасовищ, землі для вирощування SRF, земель запасу, а також відведеної під лісові господарства. На підставі отриманих результатів була розрахована так звана Каппа статистика, яка підтвердила, що розукрупненні оцінки відповідають реальним змінам землекористування в досліджуваному регіоні. Каппа статистика зазвичай використовується для оцінки точності параметрів в геодезії, картографії, дослідженнях на основі результатів дистанційного зондування (Foody, 2002), для перевірки результатів географічно-деталізованих моделей. Величину коефіцієнта можна вважати показником точності (коректності) оцінки, отриманої за допомогою моделі. В роботі (Zhang et al., 2015) каппа статистика використовувалася для порівняння результатів моделі розукрупнення і даних, отриманих з карт землекористування, наданих дослідницькою групою Heihe Data Research Group.

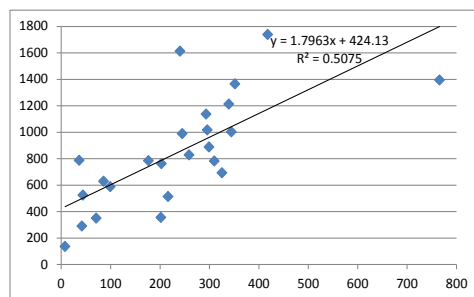
4.2. Застосування методу робастного розукрупнення для дослідження географічно-деталізованих тенденцій розвитку сільського господарства в Україні

Дослідження в Китаї показали, що якість розукрупнених оцінок у значній мірі залежить від показників, включених в праєр. Так, наприклад, погана якість карт землекористування може привести до похибок в оцінках. І хоча інформація про деякі показники може бути згодом доповнена, багато показників, наприклад, такі як рівень опадів або температурні режими, що визначають врожайність на місцях, завжди будуть за своєю природою характеризуватися невизначеністю (тобто випадковими). У загальному випадку можна вважати, що праєр залежить від випадкових факторів, які не можуть бути відомі напевно.

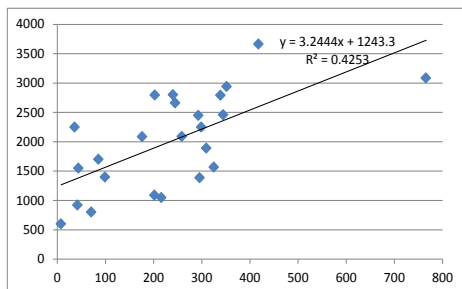
Тому, замість одного праєра, ми припускаємо, що існує безліч праєрів. Наприклад, візьмемо три наявні карти землекористування GLC2000, MODIS2000, й GLOBCOVER2000, які часто використовуються в моделях землекористування. Три карти мають істотні розбіжності в даних про кількість орних земель та пасовищ. Завдання полягає в тому, щоб розукрупнити агреговані дані й проєкції так, щоб результат був максимально узгоджений з усіма можливими праєрами. Методологія робастного розукрупнення приведена в (Ermolieva et al., 2017). Результати робастного розукрупнення проілюстровано на прикладі досліджень сталого розміщення сільськогосподарського виробництва в Україні. Розукрупнення даних і проєкцій проводилися з метою подальшого використання їх у національних моделях (див. Zagorodny et al., 2014; Golodnikov et al., 2013; Borodina et al., 2011; Ermolieva et al., 2015).



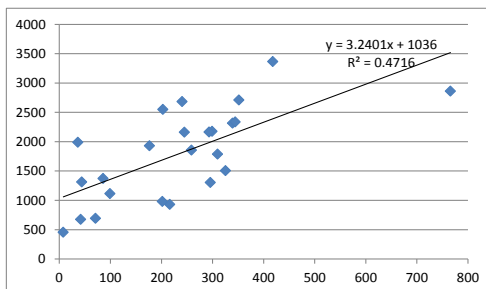
а. Робастне розукрупнення (розділ 2)



б. Розукрупнення на основі праєру за GLC2000



с. Розукрупнення на основі праєру за MODIS2000



д. Розукрупнення на основі праєру за GLOBCOVER2000

Рис. 1. Кореляція між статистичними даними й результатами, отриманими в процесі розукрупнення й наступної агрегації до районного рівня.

Примітка. Розукрупнення здійснювалось з використанням алгоритму (16)-(19), на основі GLC2000 (б), MODIS2000 (с), GLOBCOVER2000 (d), а також з використанням робастного алгоритму розукрупнення (розділ 2), що враховує усі праєри одночасно (а).

Загалом, регіональні проєкції землекористування, розраховані у GLOBIOM, певною мірою відповідають фактичним даним щодо стану землекористування в Україні. Найвні розбіжності можна пояснити тим, що численні аграрні реформи в період з 1999 по 2010 внесли суттєві зміни у форми й якість землекористування, що існувало до 1999 року (див. Zagorodny et al., 2014; Borodina et al., 2011; Golodnikov et al., 2013; Borodina et al., 2016; Ermoliev et al., 2017), які GLOBIOM не може врахувати у повній мірі. Для України, проєкції землекористування на національному рівні були розукрупнені до рівня SimUs, а потім знову агреговані до рівня районів і областей. Отримані значення порівнювались з фактичними даними щодо стану землекористування на районному та обласному рівнях. Для розукрупнення використовувалися три альтернативні карти землекористування (GLC2000, MODIS2000 та GLOBCOVER2000) і на підставі кожної з карт розраховувалися праєри. На рисунку 1 показані кореляційні залежності між статистичними (фактичними) і розукрупненими (а потім агрегованими) даними на рівні районів. Найвищий коефіцієнт кореляції спостерігається при використанні робастного алгоритму, коли розукрупнення проводилися з урахуванням усіх трьох карт і відповідних праєрів (рис. 1.а).

5. ВИСНОВКИ ТА ЗАУВАЖЕННЯ

У статті запропоновано метод об'єднання двох моделей: а) моделі GLOBIOM, що дозволяє проводити аналіз агрегованих змін в системах землекористування, а також факторів, що сприяють цим змінам, таких як, соціально-економічні, технологічні, екологічні, демографічні тенденціями, закладені в SSPs; б) динамічної моделі розукрупнення, основаної на використанні принципу крос-ентропії, за допомогою якої можливо проводити розукрупнення результатів, отриманих з GLOBIOM, до рівня необхідного просторового розширення, зокрема, просторових одиниць або комірок, з метою подальших обґрунтувань глобально-локальних залежностей і локальних змін, спровокованих глобальними процесами. Апріорні показники в запропонованій динамічній моделі розукрупнення залежать від параметрів і рішень моделі GLOBIOM, що забезпечує узгодженість двох моделей в частині як використовуваних даних, так і політичних заходів, що впливають на

системи землекористування, зокрема, що стосується продовольчої, енергетичної безпеки.

На конкретних прикладах об'єднання пропонованих моделей показана важливість такої інтеграції моделей для аналізу глобально-локальних залежностей, моделювання та гармонізації даних. Зокрема, цей підхід був застосований для регіону в басейні річки Хейхе в Китаї для аналізу трансформацій площ орних земель, пасовищ і природних земель, викликаних збільшенням попиту в країні, головним чином, за межами досліджуваного регіону. Очікується, що зміни землекористування приведуть до збільшення екстенсивного споживання водних ресурсів для іригації в сільському господарстві в досліджуваному регіоні. Результати досліджень були перевірені за допомогою каппа коефіцієнтів, що підтверджують їх відповідність локальним даним і тенденціям на рівні просторових одиниць з 1-кілометровим розширенням (див. Zhang et al., 2015). Проекції 1-кілометрових комірок, отриманих з GLOBIOM, були використані в моделі SWAT для аналізу сценаріїв сталого використання водних ресурсів в регіоні. На цьому прикладі підтверджено, що підхід забезпечує задовільні значення для створення баз даних землекористування з високим просторовим розширенням. Запропонований підхід дозволяє ідентифікувати відсутні або неправильні дані в глобальних і локальних базах даних.

Дослідження в Китаї показали, що якість розукрупнених оцінок у значній мірі залежить від показників, включених в праєр. Часто праєр залежить від випадкових величин, таких як, наприклад, врожайність, кількість того чи іншого типу землі, і т.д., як це обговорюється в розділі 4 на прикладі досліджень сталого розвитку та розміщення землекористування в Україні. Так, замість єдиного праєра, як це прийнято в традиційному принципі крос-ентропії, може існувати безліч праєрів. Завдання розукрупнення в цьому випадку полягає в тому, щоб знайти робастні локальні оцінки, які враховують всі праєри. В статі (Ermolieva et al., 2017) запропонований метод робастного розукрупнення з урахуванням безлічі можливих апріорних параметрів. Використання даного підходу проілюстровано на прикладі розукрупнення даних щодо використання сільськогосподарських земель в Україні. Результати підтверджують, що робастний метод дає більш достовірні оцінки, коли початковий розподіл задано не єдиним прером тобто характеризується, за своєю природою, певними випадковостями. В Україні основні невизначеності обумовлені неточностями глобальних карт землекористування і рівня продуктивності сільськогосподарських культур. Підхід робастного

розукрупнення використовувався для отримання комбінованих баз даних щодо сільськогосподарських земель з географічною прив'язкою до просторових одиниць SimUs, використовуючи всі наявні карти і бази даних з інформацією щодо стану сільськогосподарського використання землі та інших показників соціально-економічного розвитку в Україні.

Подяка

Дослідження здійснюються в рамках ECONADAPT (603906), TRANSMANGO (613532) та AGRICISTRATE (612755), SIGMA (603719) EU FP7, а також наукового проекту з розробки новітніх методологій і прикладних методик дослідження робастних рішень для довгострокового збалансованого планування продовольчої, водної та енергетичної безпеки, що здійснюються спільно Міжнародним інститутом прикладного системного аналізу та Національною академією наук України.

6. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Borodina, O., Borodina, E., Ermolieva, T., Ermoliev, Y., Fischer, G., Makowski, M., van Velthuizen. Food security and socio-economic risks of agricultural production intensification in Ukraine: a model-based policy decision support. In: Marti, K., Ermoliev, Y., Makowski, M. (Eds.), *Coping with Uncertainty: Robust Solutions*. Springer Verlag, Berlin, 2011.
2. Borodina, E., Kyryziuk, S., Yarovyi, V., Ermoliev, Y., Ermolieva, T. Modeling local land uses under the global change. *Economics and forecasting*, Institute of Econommics and Forecasting, Nat Academy of Sciences Ukraine, 1, Jan-March, 2016.
3. Chen, Y., Zhang, D., Sun, Y., Liu, X., Wang, N., Savenije, H. H. G., 2005. Water demand management: a case study of the Heihe River Basin in China. *Phys. Chem. Earth, Pt. A/B/C* 30, 408-419.
4. Ermoliev, Y., Ermolieva, T., Havlik, P., Mosnier, A., Leclere, D., Fritz, S., Obersteiner, M., Kyryzyuk, S., Borodina, E. Robust downscaling approaches to disaggregation of data and projections under uncertainties: case of land use and land cover change, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2017, 53(1).
5. Ermoliev Y., Ermolieva, T., Havlik, P., Mosnier, A., Leclere, D., Obersteiner, M., Kostyuchenko, Y., 2014. Estimating local-global dependencies of land use systems by downscaling from GLOBIOM model. Published by Committee for Systems Analysis and Presidium of National Academy of Sciences (Ukraine), National Member Organization of the International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA). ISBN 978-966-02-7376-4, Kyiv, pp. 228-240.

6. Fischer, G., van Velthuizen, H.T., Shah, M.M., and Nachtergaele F.O., 2002. Global Agro-ecological Assessment for Agriculture in the 21st Century: Methodology and Results. Research Report RR-02-02. International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria.
7. Foody, G. M., 2002. Status of land cover accuracy assessment. *Remote Sens. Environ.* 80, 185-201.
8. Golodnikov, A.N., Ermoliev, Y.M., Ermolieva, T.Y., Knopov, P.S. and Pepelyaev, V.A., 2013. Integrated modeling of food security management in Ukraine. Models for structural optimization of agricultural production under risk. *Cybernetics and Systems Analysis*, 49 (2). pp. 217-228.
9. Havlík, P., Schneider, U., Schmid, E., Böttcher, H., Fritz, S., Skalsky, R., Aoki, K., De Cara, S., Kindermann, G, Kraxner, F., Leduc, S., McCallum, I., Mosnier, A., Sauer, T., Obersteiner, M., 2011. Global land-use implications of first and second generation biofuel targets. *Energy policy*, 39: 5690–5702.
10. Izaurrealde, R.C., Williams, J.R., McGill, W.B., Rosenberg, N.J., Jakas, M.C.Q., 2006. Simulating soil C dynamics with EPIC: model description and testing against long-term data. *Ecological modeling*, 192: 362–384.
11. Moss, R., Edmonds, J., Hibbard, K., Manning, M., Rose, S., van Vuuren, D., Carter, T., Emori, S., Kainuma, M., Kram, T., Meehl, G., Mitchell, J., Nakicenovic N., Riahi, K., Smith, S., Stouffer R., Thomson A., Weyant J., and Wilbanks, T., 2010. The next generation of scenarios for climate change research and assessment. *Nature*, 463.
12. Neitsch, S.L., Arnold, J.G., Kiniry, J.R., Williams, J.R., King, K.W., 2002. Soil Water Assessment Tool Theoretical Documentation. <http://www.brc.tamus.edu/swat/downloads/doc/swat2000theory.pdf>.
13. Skalsky', R., Tarasovic'ova', Z., Balkovic', J., Schmid, E., Fuchs, M., Moltchanova, E., Kindermann, G. and Scholtz, P., 2008. Geo-bene global database for bio-physical modeling v. 1.0. Concepts, methodologies and data. Technical Report, IIASA, Laxenburg. Available from: [/http://www.geo-bene.eu/?q=node/1734S](http://www.geo-bene.eu/?q=node/1734S) (accessed 13.03.09).
14. Zagorodny, A.G., Ermoliev, Y.M., Bogdanov, V.L.), Published by Committee for Systems Analysis and Presidium of National Academy of Sciences, Ukraine – National Member Organization of the International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA). ISBN 978-966-02-7376-4, Kyiv, 2014.
15. Zhang, X., Ermolieva, T., Balkovic, J., Mosnier, A., Kraxner, F., Liu, J., 2015. Recursive cross-entropy model for spatially explicit future land uses: a case study of the Heihe River Basin. *J of Physics and Chemistry of the Earth*, accepted for publication.

МЕТОДОЛОГІЯ І ІЄРАРХІЧНА СИСТЕМА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОГНОЗУВАННЯ ДОВГОСТРОКОВОГО РОЗВИТКУ НАЦІОНАЛЬНОЇ ЕНЕРГЕТИКИ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

М.М. Кулик, С.В. Шульженко, Т.П. Нечаєва, М.І. Каплін, І.Ч. Лещенко
Інститут загальної енергетики НАН України

Для забезпечення загальносвітового сталого розвитку соціально-економічної сфери була сформована і підтримана на рівні ООН в другій половині ХХ-го сторіччя задача раціонального використання природного ресурсного потенціалу планети із одночасним забезпеченням суттєвого зменшення техногенного навантаження на екологічні системи. Означені вимоги були чітко сформульовані у 2015 році на рівні ООН як «Цілі розвитку тисячоліття ООН на період після 2015 року», в яких вперше явно визначені цілі і принципи сталого розвитку енергетики, які зокрема, передбачають забезпечення доступу до фінансово-доступних та чистих видів енергії для всіх людей (Sustainable Development Goal 7: Affordable and Clean Energy) [1]. На національному рівні це завдання можливо вирішити, лише забезпечивши сталий довгостроковий розвиток енергетики, яка має надійно з технічної та ефективно з економічної та природоохоронної точок зору функціонувати в складі соціально-економічної системи. До найбільш сучасних видів енергії слід віднести, насамперед, електричну енергію, яка виробляється екологічно «чистими» технологіями, перш за все із відновлюваних джерел енергії, але на сьогодні та в найближчому майбутньому ці технології не є самодостатніми, зокрема, через мінливість генерації ними електричної потужності.

Необхідність узгодженого внутрішньо-несуперечливого розвитку національної соціально-економічної сфери як «замкненої» системи, а також необхідності врахування комплексних зв'язків із зовнішнім світом, які об'єктивно зумовлені потужними глобалізаційними процесами, вимагає щонайменше вдосконалення відповідних методологічних основ довгострокового прогнозування великих систем, до яких, зокрема, відносяться національна економіка і енергетика як

окрема самостійна система, яка є базовою галуззю економіки, а також основою сучасної соціальної сфери. Формування напрямів взаємоузгодженого розвитку економіки, соціальної сфери та енергетики є складною науково-практичною проблемою, прикладом чого є суперечність між постійним зростанням загальносвітового питомого споживання енергії на душу населення (рис. 1) [2] та одночасного підвищення ефективності споживання енергетичних ресурсів економікою (рис. 2) [3].

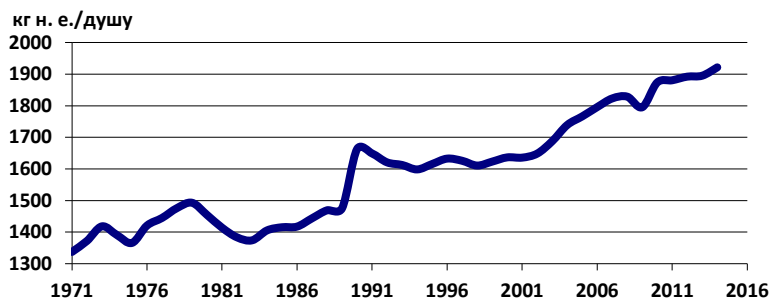


Рис. 1. Питоме споживання енергії в світі, кг нафтового еквіваленту на душу населення

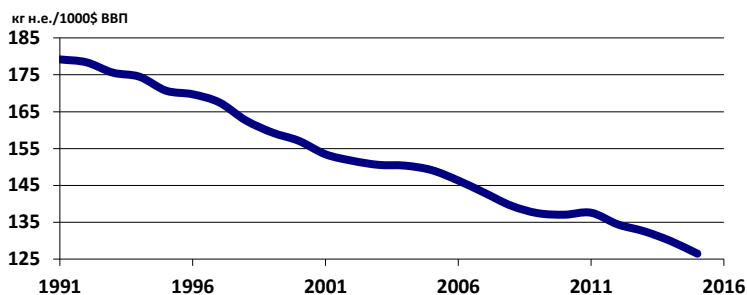


Рис.2. Питоме споживання енергії в світі, кг нафтового еквіваленту на одиницю 1000 доларів США ВВП в цінах 2011 р. згідно з паритетом купівельної спроможності

Як видно, протягом періоду 1991 – 2015 рр. питоме споживання енергії зросло на 25%, в той самий час питоме споживання енергії на одиницю ВВП (1000 дол. США в цінах 2011 р. згідно з паритетом купівельної спроможності) зменшилось на 42%, що свідчить про те, що енергетичні потреби людини зростають більш високими темпами, ніж відбувається підвищення енергоефективності.

Узгодження процесів видобутку, перетворення, транспортування та споживання енергетичних ресурсів соціально-економічною сферою потребує урахування великої кількості різномірної інформації (asymmetric information), яка використовується в різних за методикою побудови (розрахункові, оптимізаційні, стохастичні) та специфікою використання (прогнозування попиту на енергетичні ресурси та продукти, забезпечення безпечного оперативного функціонування енергетичних систем, формування напрямів довгострокового сталого розвитку економічних та енергетичних систем) математичних моделей. Узгодження таких моделей між собою для пошуку робастних рішень щодо узгодженого розвитку всіх підсистем соціально-економічної сфери, тобто пошуку хорошого рішення, яке не веде до стагнації розвитку будь-якої окремої підсистеми в межах системи в цілому, зумовлює актуальність розробки таких комплексних методологій, методичних та математичних моделей, які представлені в цій статті. Для підвищення якості процесу моделювання, зокрема, отримання робастних рішень, моделі рівня секторів енергетичного комплексу, а також рівня окремого підприємства енергетики передбачають застосування стохастичних змінних, які використовуються для опису змін зовнішніх умов. Для дослідження взаємозв'язків між енергетикою та соціально-економічною сферою та природним середовищем пропонується використовувати моделі, побудовані за принципом моделей міжгалузевого аналізу, запропоновані Леонтьєвим. Система математичних моделей, що пропонується, умовно розділена на три ієрархічних рівня: моделі макrorівня, моделі рівня окремого сектору економіки, моделі рівня підприємства енергетики, наприклад, електростанція.

РОЗВИТОК ТЕОРІЇ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ

Моделі, методи та інформаційні засоби теорії міжгалузевого балансу розвивалися на протязі майже сторічного періоду і отримали наразі найширше розповсюдження в усіх розвинених країнах світу, міжнародних економічних, фінансових, бізнесових, наукових організаціях і структурах. Така велика популярність і увага до апарату міжгалузевого балансу зумовлена тим, що він в межах однієї математичної моделі надає змогу прогнозування розвитку усіх галузей реальної економіки, сектору послуг і соціальної сфери як окремої країни, так у міждержавних об'єднань. При цьому забезпечуються можливості аналізу широкого спектру умов і факторів розвитку з урахуванням взаємозв'язків і впливу між секторами і галузями, що

забезпечує глобальність, підвищену точність і стійкість отримуваних рішень.

В останні п'ять років в Інституті загальної енергетики НАН України були уточнені і розвинуті центральні моделі міжгалузевого балансу (моделі input-output, Леонт'єва), що надало змогу значно розширити можливості прогнозування економічних та енергетичних процесів загальнодержавних і планетарних рівнів на середню та віддалену перспективи. Інформаційною базою, що застосовується при формуванні численних математичних моделей, використовуваних при дослідженні широкого загалу задач міжгалузевого балансу, є статистичні таблиці «витрати-випуск» (input-output), сучасна конфігурація яких має вигляд

$$\begin{array}{c}
 L \\
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 x_{11} & x_{1i} & x_{1j} & x_{1n} \\
 \hline
 x_{i1} & x_{ij} & x_{ij} & x_{in} \\
 \hline
 x_{j1} & x_{ji} & x_{jj} & x_{jn} \\
 \hline
 x_{n1} & x_{ni} & x_{nj} & x_{nn} \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 ;
 \begin{array}{c}
 c \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 c_1 \\
 \hline
 c_i \\
 \hline
 c_j \\
 \hline
 c_n \\
 \hline
 \end{array}
 ;
 \begin{array}{c}
 x \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 x_1 \\
 \hline
 x_i \\
 \hline
 x_j \\
 \hline
 x_n \\
 \hline
 \end{array}
 ,
 \end{array}
 \quad (1)$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 d_1 & d_i & d_j & d_n \\
 \hline
 \end{array}
 d',$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 z_1 & z_i & z_j & z_n \\
 \hline
 \end{array}
 z'=x'.$$

Тут $i, j = \overline{1, n}$ – нумерація секторів, x_{ij} – елементи матриці проміжного споживання L ; c, x, d, z – вектори кінцевого споживання, випуску, доданої вартості і сумарних витрат відповідно. Особливістю таблиць «витрати-випуск» є те, що в них забезпечені залежності

$$\sum_{i=1}^n d_i = \sum_{i=1}^n c_i, \quad (2)$$

$$z_i = x_i, \quad (3)$$

а також баланс випуску

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} + c_i = x_i \quad (4)$$

та баланс витрат

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} + d_j = x_j, \quad (5)$$

тут $i, j = \overline{1, n}$, n – кількість секторів в системі.

З використанням зазначених залежностей цих таблиць В.В. Леонтєвим та його послідовниками були розроблені центральні системи рівнянь для ключових задач міжгалузевого балансу, а саме: 1) визначення випуску за даними кінцевого споживання; 2) встановлення взаємозв'язку між рівноважними цінами та обсягами випуску в одиницях випуску.

Апробація та перегляд зазначених математичних моделей стосовно прогнозів виробництва та споживання енергетичних ресурсів, виконані в Інституті загальної енергетики НАН України, надали такі результати.

Математична модель задачі 1) ґрунтується на балансі випуску. Вона була розроблена особисто В.В. Леонтєвим і хронологічно є першою серед широкого загалу різновидів моделей міжгалузевого балансу. Відповідна система рівнянь має вигляд [4]

$$(E - A)x = c, \quad (6)$$

де E – одинична матриця, а матриця A має елементи $a_{ij} = x_{ij}/x_j$, $i, j = \overline{1, n}$. Матриця $(E - A)$ отримала в літературі назву «матриця Леонтєва». Апробація моделі задачі 1) продемонструвала її бездоганність.

Математична модель задачі 2) ґрунтується на балансі витрат (5) і у поточному стані масово використовується [5–7] у вигляді

$$(E - A')P = v, \quad (7)$$

де P – вектор галузевих цін, v – вектор величин доданої вартості на одиницю галузевої продукції

$$v_j = \frac{d_j}{M_j}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (8)$$

де M_j – випуск продукції в її одиницях для j -ї галузі.

Покажемо, що ця модель є необґрунтованою (безпідставною). Для цього аналізу буде використана очевидна залежність

$$x_i = P_i M_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

Матриця A' згідно з (6) має вигляд

$$A' = \begin{bmatrix} \frac{x_{11}}{x_1} & \frac{x_{i1}}{x_1} & \frac{x_{j1}}{x_1} & \frac{x_{n1}}{x_1} \\ \frac{x_{1i}}{x_i} & \frac{x_{ii}}{x_i} & \frac{x_{ji}}{x_i} & \frac{x_{ni}}{x_i} \\ \frac{x_{1j}}{x_j} & \frac{x_{ij}}{x_j} & \frac{x_{jj}}{x_j} & \frac{x_{nj}}{x_j} \\ \frac{x_{1n}}{x_n} & \frac{x_{in}}{x_n} & \frac{x_{jn}}{x_n} & \frac{x_{nn}}{x_n} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Підставляючи (10) в (7), отримуємо (11)

$$\begin{aligned} (1 - \frac{x_{11}}{x_1})P_1 - \frac{x_{i1}}{x_1}P_i - \frac{x_{j1}}{x_1}P_j - \frac{x_{n1}}{x_1}P_n &= \frac{d_1}{M_1}, \\ -\frac{x_{1i}}{x_i}P_1 + (1 - \frac{x_{ii}}{x_i})P_i - \frac{x_{ji}}{x_i}P_j - \frac{x_{ni}}{x_i}P_n &= \frac{d_i}{M_i}, \\ -\frac{x_{1j}}{x_j}P_1 - \frac{x_{ij}}{x_j}P_i + (1 - \frac{x_{jj}}{x_j})P_j - \frac{x_{nj}}{x_j}P_n &= \frac{d_j}{M_j}, \\ -\frac{x_{1n}}{x_n}P_1 - \frac{x_{in}}{x_n}P_i - \frac{x_{jn}}{x_n}P_j + (1 - \frac{x_{nn}}{x_n})P_n &= \frac{d_n}{M_n}. \end{aligned} \quad (11)$$

Перемножуючи кожен із рядків $i = \overline{1, n}$ системи (11) на M_i і використовуючи рівняння (9), отримуємо систему рівнянь (12)

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{i1} \frac{P_i}{P_1} + x_{j1} \frac{P_j}{P_1} + x_{n1} \frac{P_n}{P_1} + d_1 &= x_1, \\ x_{1i} \frac{P_1}{P_i} + x_{ii} + x_{ji} \frac{P_j}{P_i} + x_{ni} \frac{P_n}{P_i} + d_i &= x_i, \\ x_{1j} \frac{P_1}{P_j} + x_{ij} \frac{P_i}{P_j} + x_{jj} + x_{nj} \frac{P_n}{P_j} + d_j &= x_j, \\ x_{1n} \frac{P_1}{P_n} + x_{in} \frac{P_i}{P_n} + x_{jn} \frac{P_j}{P_n} + x_{nn} + d_n &= x_n, \end{aligned} \quad (12)$$

яка представляється у вигляді

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \frac{P_i}{P_j} + d_j = x_j, \quad j = \overline{1, n}, \quad (13)$$

Система рівнянь (13) буде адекватною системі балансу витрат (5) лише у тому випадку, якщо ціни усіх секторів будуть однаковими

$$P_i = P_j, \quad i, j = \overline{1, n}. \quad (14)$$

Зрозуміло, що випадок (14) є виродженим. Рівність (14) жодним чином не погоджується із предметним змістом задачі. Ніколи не буває, щоб ціни в усіх секторах економіки були однаковими. У загальному ж випадку система рівнянь (13) відрізняється від системи балансу витрат. Тому математична модель (7) не є математичною моделлю рівноважних цін у системі математичних моделей міжгалузевого балансу.

В Інституті загальної енергетики НАН України була розроблена нова математична модель рівноважних цін і випусків. При цьому були використані таблиця L та вектори d , x із структури таблиць (1) «витрати-випуск», а також баланс витрат (5) та залежність (9). Розділяючи усі стовбці таблиці L , d' , x' на M_j і скориставшись рівнянням (5), отримаємо схему для побудови моделі рівноважних цін (15)

	1	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>n</i>	
1	$\frac{x_{11}}{M_1}$	$\frac{x_{1i}}{M_i}$	$\frac{x_{1j}}{M_j}$	$\frac{x_{1n}}{M_n}$	
<i>i</i>	$\frac{x_{i1}}{M_1}$	$\frac{x_{ii}}{M_i}$	$\frac{x_{ij}}{M_j}$	$\frac{x_{in}}{M_n}$	
<i>j</i>	$\frac{x_{j1}}{M_1}$	$\frac{x_{ji}}{M_i}$	$\frac{x_{jj}}{M_j}$	$\frac{x_{jn}}{M_n}$	
<i>n</i>	$\frac{x_{n1}}{M_1}$	$\frac{x_{ni}}{M_i}$	$\frac{x_{nj}}{M_j}$	$\frac{x_{nn}}{M_n}$	

+

$\frac{d_1}{M_1}$	$\frac{d_i}{M_i}$	$\frac{d_j}{M_j}$	$\frac{d_n}{M_n}$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

||

$\frac{x_1}{M_1}$	$\frac{x_i}{M_i}$	$\frac{x_j}{M_j}$	$\frac{x_n}{M_n}$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

(15)

Здійснюючи підсумовування по стовбцях, як показано на схемі (15), отримуємо систему рівнянь (16)

$$\begin{aligned}
 \frac{x_{11}}{M_1} + \frac{x_{i1}}{M_1} + \frac{x_{j1}}{M_1} + \frac{x_{n1}}{M_1} + \frac{d_1}{M_1} &= \frac{x_1}{M_1}, \\
 \frac{x_{1i}}{M_i} + \frac{x_{ii}}{M_i} + \frac{x_{ji}}{M_i} + \frac{x_{ni}}{M_i} + \frac{d_i}{M_i} &= \frac{x_i}{M_i}, \\
 \frac{x_{1j}}{M_j} + \frac{x_{ij}}{M_j} + \frac{x_{jj}}{M_j} + \frac{x_{nj}}{M_j} + \frac{d_j}{M_j} &= \frac{x_j}{M_j}, \\
 \frac{x_{1n}}{M_n} + \frac{x_{in}}{M_n} + \frac{x_{jn}}{M_n} + \frac{x_{nn}}{M_n} + \frac{d_n}{M_n} &= \frac{x_n}{M_n}.
 \end{aligned}$$

(16)

Система рівнянь (16) із застосуванням залежності (9) перетворюється в систему (17), яка в розгорнутому вигляді є моделлю рівноважних цін

$$\begin{aligned}
\frac{x_{11}}{x_1} P_1 + \frac{x_{i1}}{x_1} P_i + \frac{x_{j1}}{x_1} P_j + \frac{x_{n1}}{x_1} P_n + \frac{d_1}{M_1} &= P_1, \\
\frac{x_{1i}}{x_i} P_i + \frac{x_{ii}}{x_i} P_i + \frac{x_{ji}}{x_i} P_j + \frac{x_{ni}}{x_i} P_n + \frac{d_i}{M_i} &= P_i, \\
\frac{x_{1j}}{x_j} P_j + \frac{x_{ij}}{x_j} P_j + \frac{x_{jj}}{x_j} P_j + \frac{x_{nj}}{x_j} P_n + \frac{d_j}{M_j} &= P_j, \\
\frac{x_{1n}}{x_n} P_n + \frac{x_{in}}{x_n} P_i + \frac{x_{jn}}{x_n} P_j + \frac{x_{nn}}{x_n} P_n + \frac{d_n}{M_n} &= P_n.
\end{aligned}
\tag{17}$$

В матричній формі система (17) має вигляд

$$(E - S)P = v, \tag{18}$$

де S – діагональна матриця з елементами

$$S_{jj} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{x_j}, \quad j = \overline{1, n}, \tag{19}$$

P – вектор цін, v – вектор з елементами

$$v_j = \frac{d_j}{M_j}, \quad j = \overline{1, n}, \tag{20}$$

кожний із яких є часткою доданої вартості j -ї галузі d_j на одиницю продукції M_j , що випускається нею.

Шляхом простих перетворень доводиться, що система рівнянь (19), (20) задовольняє рівняння балансу витрат (5).

В системі моделей «input-output» випуск визначається в поточному стані з використанням однієї моделі, а саме, класичної моделі Леонтєва, в якій вихідними (початковими) даними є показники кінцевого споживання. При цьому у звітних структурах системи цих моделей присутній вектор доданої вартості, який можна використати для установлення взаємозалежностей між рівноважними цінами і випуском в одиницях випуску та інших важливих для практики залежностей. Це важливе для економічної практики застосування.

Разом з тим не менш важливим було б розробити математичну модель, яка розраховувала б перспективні випуски продукції не на основі даних кінцевого споживання, а з використанням прогнозних даних доданої вартості. Подібний інтерес зумовлений тим, що прогнози виробництва валового внутрішнього продукту і доданої вартості досить часто, давно і широко розробляються різноманітними національними і світовими економічними і фінансовими структурами, методи і точність їх прогнозів досить високого рівня, у зв'язку з чим і точність прогнозів за моделями «input-output» могла б бути відчутно вищою. Крім того, сумісне використання прогнозів, виконаних на основі даних як кінцевого споживання, так і доданої вартості можуть забезпечити синергетичний ефект, пов'язаний із спрощенням алгоритмів балансування прогнозних матриць у структурі (1).

В Інституті загальної енергетики НАН України, виходячи із зазначених факторів і міркувань, була розроблена така модель. Вона побудована на базі рівнянь балансу витрат і у матричній формі має вигляд

$$(E - Q)x = d, \quad (21)$$

де

$$Q = L'Q_z \quad (22)$$

Q_z – діагональна матриця з елементами

$$q_{zjj} = \frac{1}{x_j}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (23)$$

При розробленні конкретних проектів розвитку економіки, її галузей, соціальної сфери і ін. із використанням засобів системи «input-output» доцільно одночасно використовувати обидві моделі визначення прогнозних обсягів випуску, а саме, класичну модель Леонт'єва і нову модель (21) – (23), яка використовує показники доданої вартості як початкові (вихідні) дані. Такий підхід надає можливість додаткового аналізу та контролю отримуваних результатів, а також спрощує, як зазначалось, процедури прогнозування показників доданої вартості і балансування прогнозних матриць у системі «input-output».

Використання моделі (7), (8) як інструменту зв'язку між рівноважними цінами і обсягами випуску в одиницях випуску є безпідставним, оскільки вона є необґрунтованою згідно наведеного аналізу (9) – (14). Замість неї доцільно використовувати модель (18) – (20).

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ ДОВГОСТРОКОВОГО РОЗВИТКУ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКИ

Аналіз існуючих методів довгострокового прогнозування розвитку електроенергетики свідчить, що наразі у світі відсутній не тільки універсальний метод, але навіть і усталені наукові методологічні основи для його (методу) формування [9]. Про це свідчить, наприклад, значна кількість математичних моделей та засобів їх реалізації, що використовуються національними операторами системи передачі електроенергії країн, що є членами ENTSO-E [10]. Останнім часом, починаючи приблизно з першого десятиріччя XXI сторіччя, спостерігається поступовий перехід від використання детерміністичних математичних моделей розвитку електроенергетики до ймовірнісних, причому останні побудовані на базі попереднього покоління детерміністичних моделей. Впровадження повністю ймовірнісних моделей стримується, зокрема, неможливістю, принаймні за сучасних наукових знань, описати поведінку всіх елементів енергосистеми, що моделюються з використанням певних функцій розподілу ймовірнісної величини. Навіть якщо це вдасться, то для задач довгострокового прогнозування доведеться виконувати значні розрахунки умовних ймовірностей стану електроенергетичної системи, в залежності від «подій», що передують поточному стану. Тому загальноприйнятою методологією, принаймні зараз, є використання як основи детерміністичних моделей математичного програмування та/або імітаційних моделей, розрахунки за якими виконуються для великої кількості сценаріїв, що формуються з використанням певних випадкових величин [10]. Наприклад, така методологія використовується в дослідженнях щодо оцінки впливу впровадження потужностей з негарантованим характером генерації електричної потужності, зокрема, вітрових та сонячних електростанцій (ВЕС та СЕС). Крім того, наявність в математичній моделі значної кількості елементів, поведінка яких є суто ймовірнісна, суттєво ускладнює аналіз отриманих результатів, що вимагає розробки окремих методів власне для аналітичної обробки результатів. Отже, незважаючи на трансформацію методології досліджень довгострокового розвитку електроенергетики від детерміністичної до ймовірнісної, саме детерміністичні, оптимізаційні та імітаційні математичні методи досліджень лишаються базовими і також продовжують розвиватись, зокрема, разом з прогресом засобів обчислювальної техніки, що зумовлює їх очікуване широке самостійне використання і в майбутньому.

У статті запропонована детерміністична методологія та математична модель довгострокового розвитку електроенергетики національної Об'єднаної енергосистеми (ОЕС), в якій, на відміну від переважної більшості математичних моделей, що використовуються, враховані обмеження на інвестиційні ресурси, а також замість незмінних за періодами значень умовно-постійної та умовно-змінної складових витрат на виробництво електроенергії використовуються значення, що розраховуються відповідно до сценарію зміни питомих капітальних вкладень в технології генерації електроенергії, що особливо актуально для коректного врахування потенціалу впровадження ВЕС та СЕС. Методологія реалізована як інтегрована математична модель розвитку генеруючих потужностей національної ОЕС із імітаційної моделі визначення техніко-економічних показників технологій генерації та математичної оптимізаційної моделі формування структури генеруючих потужностей, в якій для врахування впровадження нових потужностей та їх виведення з експлуатації використовуються цілочисельні змінні, що відповідають одиничній встановленій потужності електрогенеруючого об'єкту.

Умови надійного функціонування та сталого розвитку генеруючих потужностей електроенергетики ОЕС країни формалізовано із використанням двох множин: K – множина всіх виробників електроенергії, I – множина всіх споживачів електроенергії. Широке впровадження в національній ОЕС електростанцій, що використовують відновлювані джерела енергії, веде до необхідності врахування специфічних фізико-технічних особливостей цих технологій. Для їх коректного врахування всі технології виробництва електроенергії, які входять до множини K , розділені на три підмножини. До підмножини K^T входять всі традиційні електростанції, що використовують викопне паливо як первинний енергоносіє. Технології, що входять до цієї підмножини, будемо називати традиційними. До підмножини K^{B1} відносяться електростанції, що використовують ВДЕ як первинний енергоносіє, і потужність яких визначається миттєвим потенціалом ВДЕ – швидкістю вітру для ВЕС, потужністю сонячного випромінювання для СЕС, напором течії для безплотинних ГЕС. Такі технології будемо називати технологіями першої групи. До підмножини K^{B2} входять технології, потужність яких є керованою, а обсяг виробництва електричної енергії залежить від зовнішніх умов, зокрема, визначається обсягом накопиченого первинного енергетичного ресурсу (наприклад, тверда біомаса «енергетичних» урожаїв, відходи рослинництва та харчової промисловості, малі ГЕС з водосховищами) або зовнішніми обмежуючими факторами, наприклад,

сезонною потребою в тепловій енергії, що зумовлює режими функціонування ТЕЦ. Такі технології будемо називати технологіями другої групи. Для технологій першої групи в загальному випадку неможливим є навіть короткостроковий прогноз їх потужності. Для технологій другої групи обсяги доступного ресурсу можуть суттєво коливатися. Так, для рослинної біомаси можуть бути значними коливання «урожайності» за роками, для ГЕС з водосховищем – «водність» року.

Оскільки до складу генеруючих потужностей ОЕС входять технології, потужність яких може непрогнозовано змінюватись, то виникає необхідність забезпечити не лише рівні споживання електричної потужності, а також і динаміку зміни споживання потужності відповідно до зміни потреби потужності в ОЕС, що формалізується виразами:

$$\sum_{k \in K^T \cup K^{B2}} Y_{kf\tau}(t) n_{k\tau} + \sum_{k \in K^{B1}} X_{k\tau} n_{k\tau} \sum_{l \in L} n_{lk}^d(t) = (1 + \beta_\tau) \sum_{i \in I} D_{i\tau}(t), \quad (1)$$

$$\sum_{k \in K} (Y_{kf\tau}(t_0) + (t - t_0) V_{kf}) \geq (1 + \beta_\tau) \sum_{i \in I} (D_{i\tau}(t) - D_{i\tau}(t_0)) : \quad (2)$$

$$\forall f \in F; \forall \tau = 1 \div T$$

де t – момент часу у відповідний період моделювання τ (t_0 – момент часу, що безпосередньо передує моменту часу t); F – множина можливих режимів використання генеруючих потужностей, яка, наприклад, відповідає рівню навантаження технології; L – множина всіх доступних первинних енергетичних ресурсів (в тому числі і ВДЕ); β_τ – коефіцієнт втрат електроенергії при її транспортуванні та розподілі мережами ОЕС; $Y_{kf\tau}(t)$ – величина генерації електричної потужності; $D_{i\tau}(t)$ – необхідне електричне навантаження певного споживача; $X_{k\tau}$ – наявна встановлена електрогенеруюча потужність; $n_{k\tau}$ – коефіцієнт готовності електрогенеруючої потужності ($0 < n_{k\tau} < 1$), $n_{lk}^d(t)$ – коефіцієнт доступності первинного джерела енергії ($0 \leq n_{lk}^d \leq 1$), яке використовується технологією генерації електроенергії (наприклад, для ВЕС прийнято використовувати річні, сезонні і інші коефіцієнти використання встановленої потужності, що характеризує доступність вітрового потенціалу протягом відповідного періоду часу); V_{kf} – швидкість, з якою технологія, що працює в певному режимі, змінює

(збільшує або зменшує) потужність генерації, причому для технологій першої групи швидкість є величиною випадковою.

Для кожного типу технологій генерації електроенергії має виконуватись умова, згідно з якою наявна встановлена потужність $X_{k\tau}$ має бути не меншою потужності, що є доступною для використання.

Для технологій з підмножини K^T та K^{B2} необхідно враховувати змінність та обмеженість потенціалу первинного джерела енергії (3) та обмеження на обсяг викидів забруднюючих речовин і газів, а також парникових газів (множина M) в повітря (4):

$$\sum_{k \in K^T \cup K^{B2}} a_{lk\tau} h_{k\tau} Y_{k\tau} \leq n_{l\tau}^d O_{l\tau} : \forall l \in L; \forall \tau = 1 \div T, \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K^T} b_{mk\tau} h_{k\tau} Y_{k\tau} \leq O_{m\tau} : \forall m \in M; \forall \tau = 1 \div T, \quad (4)$$

де $a_{lk\tau}$ – питома споживання первинного енергетичного ресурсу (в тому числі ВДЕ, наприклад біомаси) для виробництва електроенергії; $h_{k\tau}$ – час використання електрогенеруючої потужності протягом розрахункового періоду (для електростанцій другої групи ця величина є випадковою); $n_{l\tau}^d$ – коефіцієнт змінності потенціалу первинного енергоносія, який теоретично може приймати значення від нуля до одиниці ($0 = n_{l\tau}^{d-\min} \leq n_{l\tau}^d \leq 1$), $O_{l\tau}$ – максимальний доступний обсяг первинного енергетичного ресурсу, $b_{mk\tau}$ – питомий викид шкідливих речовин і газів, а також парникових газів в повітря, $O_{m\tau}$ – максимальний припустимий обсяг викидів шкідливих речовин і газів, а також парникових газів в повітря.

Додатково враховано, що для технологій першої групи, потужність яких неможливо надійно спрогнозувати, необхідно забезпечити постійну можливість компенсації коливань їх потужності іншими типами електростанцій або системами акумуляування електроенергії. Це зумовлює необхідність мати «гарячий» резерв потужності, який визначається як сукупний маневрений діапазон системи.

У загальному випадку застосування наведених залежностей здійснюється відповідно до такої послідовності дій:

– розробка сценарію зовнішніх умов розвитку та функціонування джерел електропостачання і формування вхідної інформації для проведення розрахунків;

– визначення варіантів вхідної інформації в межах розробленого сценарію;

– формування множини варіантів розвитку джерел електропостачання для кожного варіанту вхідної інформації, що передбачає:

– розрахунок всіх необхідних фізико–технічних, техніко–економічних та екологічних показників для кожного варіанту вхідної інформації;

– формування оптимізаційної моделі;

– розрахунок сформованої моделі;

– аналіз отриманих результатів: показників ефективності функціонування електростанцій, що розглядаються, а також ефективності впровадження та розвитку певної або певних електростанцій в межах ОЕС.

Використання такого підходу забезпечує коректне визначення граничних кількісних вимог до необхідних «гарячих» резервів для компенсації можливих коливань потужності електростанцій з підмножини K^{B1} .

ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ НАЦІОНАЛЬНОЇ АТОМНОЇ ЕНЕРГЕТИКИ ЗА УМОВ ЗРОСТАННЯ ВИМОГ ДО НАДІЙНОСТІ ТА ЕКОЛОГІЧНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ЕНЕРГОСИСТЕМИ УКРАЇНИ

Трансформація енергетичних систем світу, що відбувається в умовах стрімкого зростання частки генерації з відновлюваних джерел з негарантованою змінною потужністю, обумовлює зростання вимог до забезпечення стійкості та надійності електроенергетичної системи і збільшення гнучкості роботи традиційних джерел виробництва електроенергії.

Атомна енергетика в Україні посідає провідне місце у покритті потреб в електроенергії країни, забезпечуючи протягом останніх років більш ніж половину від її загального виробництва. Тому її стабільне функціонування та розвиток є важливою передумовою сталого розвитку національної економіки.

Наразі підтримка функціонування вітчизняної атомної енергетики в існуючих обсягах базується на продовженні терміну експлуатації

діючих енергоблоків, а плани щодо будівництва нових атомних потужностей поки передбачають лише добудову двох енергоблоків Хмельницької АЕС. Але хоча вже існують певні програми щодо можливості продовження експлуатації вітчизняних атомних енергоблоків до 60-ти років, при вірогідному сценарію 20-ти річного понадпроектного продовження експлуатаційного ресурсу до 2040 року залишиться лише 3 ГВт існуючих атомної генерації. Тому, враховуючи щонайменше 5-ти річний період проектування та погодження проекту нової АЕС та не менш тривалий термін будівництва, актуальною є задача оцінки доцільності впровадження заміщуючих атомних енергоблоків.

Важливе значення при визначенні перспектив розвитку атомної енергетики країни має забезпечення вирішення двох сучасних проблем функціонування ОЕС України: недостатності маневрених потужностей та стрімкого збільшення частки потужностей на відновлюваних джерелах енергії з мінливим, слабопрогнозованим характером виробництва електроенергії, таких як вітрові та сонячні фотоелектричні електростанції, що вимагає додаткових маневрених резервів.

Оскільки діючі енергоблоки АЕС спроектовано на роботу у базовому режимі навантаження, то впровадження нових енергоблоків АЕС в умовах зростання генерації з негарантованою потужністю посилює вимоги до їх здатності працювати в режимах змінного навантаження та брати участь у вторинному регулюванні потужності енергосистеми.

З технічної точки зору робота енергоблоків АЕС в маневреному режимі можлива, і сучасні АЕС з легководними ядерними реакторами розроблені так, щоб мати достатні можливості маневрування. Прикладом є атомні електростанції у Франції та Німеччині, які беруть участь у первинному та вторинному регулюванні частоти, а деякі установки виконують програму змінного навантаження з однією або двома значними змінами потужності на день.

Крім того, зростаючі вимоги до екологічно прийняттого функціонування теплової енергетики відповідно до взятих міжнародних зобов'язань, зокрема, імплементації екологічних Директив ЄС в рамках Договору про заснування Енергетичного співтовариства, які посилюють вимоги щодо вмісту забруднюючих речовин у димових газах ТЕС, обумовлюють у подальшому обмеження роботи існуючих теплових станцій при їх невідповідності прийнятним екологічним обмеженням, а вичерпання їх граничного ресурсу

експлуатації без проведення широкомасштабних робіт з реконструкції може призвести до втрати значної частини цього типу генерації у перспективі зі зменшенням регулюючого діапазону Об'єднаної енергосистеми. До того ж, ратифікація Паризької кліматичної угоди вже привела до певних обмежень щодо розвитку вуглецевої енергетики, зокрема, відмови міжнародних організацій у фінансуванні будівництва нових вугільних станцій та закриття вже існуючих

Розвиток атомної енергетики як одного з найбільш низьковуглецевих джерел енергії сприятиме декарбонізації та зниженню викидів парникових газів від енергетичної системи країни, а також забезпечить досягнення глобальних цілей сталого розвитку ООН щодо забезпечення доступу до недорогих, надійних, сталих і сучасних джерел енергії.

Важливу роль у забезпеченні надійності функціонування енергосистеми України можуть відігравати перспективні модульні реактори малої потужності (ММР) з більшою можливістю їх роботи в маневреному режимі, порівняно з енергоблоками великої потужності, враховуючи можливості зупинки/пуску енергоблоків протягом доби. Серед легководних ММР найбільш вірогідним претендентом на першочергове впровадження є модуль NuScale Power [11]. Він став першим в Сполучених Штатах Америки малим реактором сучасної конструкції, стосовно до якого Комісія з ядерного регулювання почала в грудні 2016 року процедуру сертифікації, а комерційну експлуатацію першого блоку NuScale Power ModuleTM очікується розпочати у 2026 році. Ще одним проектом ММР, який оцінюється як найбільш прийнятний на сьогодні для будівництва нових об'єктів атомної генерації в Україні, є проект SMR-160 американської інжинірингової компанії Holtec International [12]. Для сприяння для впровадження технології SMR-160 в Україні у червні 2019 року ДП «НАЕК «Енергоатом», Holtec International та Державним науково-технічним центром з ядерної та радіаційної безпеки було підписано угоду про створення консорціуму «Ядерний модуль».

Для порівняльної оцінки доцільності впровадження технологій генерації електроенергії з різними техніко-економічними та фізико-технічними характеристиками у світі широко застосовується показник середньозваженої (приведеної) собівартості виробництва електроенергії за життєвий цикл [13], з врахуванням всіх витрат протягом життєвого циклу технології, інфляції та альтернативної вартості капіталу шляхом застосування ставки дисконту, що визначається за формулою:

$$C_k^{LCOE} = \frac{C_k^{LCC}}{\sum_{\tau=1}^{T_k^E} \frac{W_{k\tau}}{(1+r)^{\tau-1}}}, \quad (1)$$

де C_k^{LCOE} – середньозважена собівартість виробництва електроенергії технологією k , дол. США/МВт год; C_k^{LCC} – середньозважені витрати на виробництво електричної енергії технологією k за життєвий цикл, які вимірюються в грошових одиницях з приведенням номінальної вартості коштів до початку комерційної експлуатації технології, дол. США; T_k^E – термін комерційної експлуатації електростанції, років; τ – етап життєвого циклу, рік; $W_{k\tau}$ – виробництво електроенергії у етапі τ , МВт год; r – значення дисконту, %/100.

Середньозважені витрати на виробництво електроенергії протягом життєвого циклу технології з розбивкою на етапи будівництва, комерційної експлуатації, виведення з експлуатації визначаються за формулою:

$$C_k^{LCC} = \sum_{\tau=1}^{T_k^c} \frac{C_{k\tau}^K}{(1+r)^{T_k^c+1-\tau}} + \sum_{\tau=T_k^c+1}^{T_k^c+T_k^E} \frac{C_{k\tau}^M + C_{k\tau}^I + C_{k\tau}^V(f)}{(1+r)^{\tau-T_k^c-1}} + \sum_{\tau=T_k^c+T_k^E+1}^{T_k^c+T_k^E+T_k^Z} \frac{C_{k\tau}^Z}{(1+r)^{\tau-T_k^c-1}}, \quad (2)$$

де T_k^c – термін будівництва електростанції з моменту початку вкладення перших інвестицій і до часу її пуску в комерційну експлуатацію, років; $C_{k\tau}^K$ – капіталовкладення в електростанцію для відповідного етапу будівництва; $C_{k\tau}^M$ – умовно-постійні витрати на експлуатацію та технічне обслуговування для відповідного етапу комерційної експлуатації електростанції; $C_{k\tau}^I$ – фінансові витрати на сплату відсотків за запозиченими коштами; $C_{k\tau}^V(f)$ – умовно-змінні виробничі витрати, які визначаються як функція від режиму роботи технології f ; T_k^z – термін виводу електростанції з експлуатації, років; $C_{k\tau}^Z$ – фінансові витрати на зняття з експлуатації.

З урахуванням етапу введення нової технології, початкових параметрів та динаміки змін складових витрат у часі протягом горизонту прогнозування формула розрахунку середньозважених

витрат на виробництва електроенергії за життєвий цикл приймає наступний вигляд:

$$C_{kf}^{LCC}(t) = \sum_{\tau=1}^{T_k^c} \frac{C_k^K(t)}{T_k^c (1+r)^{T_k^c+1-\tau}} + \sum_{\tau=T_k^c+1}^{T_k^c+T_k^E} \frac{C_k^M(t) + C_k^I(t)}{(1+r)^{\tau-T_k^c-1}} + \sum_{\tau=t}^{t+T_k^c} \frac{C_{kf\tau}^V(f(C_{\tau=t}^F, C^F(t), f(C_{\tau=t}^E, C^E(t)))}{(1+r)^{\tau-T_k^c-1}}, \quad (3)$$

де $C_{kf}^{LCC}(t)$ – середньозважені витрати виробництва електроенергії за життєвий цикл нової установки, працюючої в режимі f , приведена до етапу t введення її в експлуатацію; τ – етап життєвого циклу технології; $C_{kf\tau}^V(C_{\tau=t}^F, C_{\tau=t}^E)$ – умовно-змінні витрати в залежності від режиму експлуатації f : витрати на паливо та матеріали, екологічні платежі, які визначаються в залежності від ціни на паливо $C_{\tau=t}^F$ та екологічних ставок $C_{\tau=t}^E$ на початковому етапі експлуатації технології та їх подальшими змінами протягом періоду експлуатації за функціональними залежностями $f(C^F(t))$, $f(C^E(t))$.

Оцінку перспектив впровадження у структуру генеруючих потужностей ОЕС України новітніх атомних реакторів, які здатні брати участь у вторинному регулюванні потужності ОЕС України, проведено з використанням розробленої математичної моделі довгострокового розвитку структури генеруючих потужностей електроенергетичної системи [14].

Модельні розрахунки проводили за критерієм мінімуму загальносистемних витрат на виробництво електроенергії за двома траєкторіями збільшення плати за викиди CO_2 , перша з яких передбачає помірне зростання до 1 \$/т CO_2 , а друга – до 30 \$/т CO_2 до 2040-го року. При цьому в модельних розрахунках розглядалися удосконалені потужні атомні енергоблоки покоління III+, які наразі успішно будуються та вводяться в експлуатацію у світі, перспективні малі модульні реактори, впровадження яких передбачається після 2030 р., а також нові вугільні енергоблоки, які відповідають сучасним екологічним вимогам, і високоманеврені установки на природному газі. За період моделювання передбачається зростання питомих капіталовкладень нових вугільних ТЕС, обумовлене зростанням екологічних вимог та необхідністю впровадження капіталоемного

очисного обладнання, і зменшення питомих капіталовкладень у впровадження енергоблоків з малими модульними реакторами за рахунок їх серійного випуску та збільшення локалізації виробництва.

Порівняння результатів розрахунків середньозваженої собівартості виробництва електроенергії для нових атомних (табл. 1) та теплових енергоблоків (табл. 2), працюючих в маневрених режимах зміни потужності при покритті добового графіка навантаження енергосистеми, показало, що атомні технології більш економічно ефективні порівняно з генерацією на органічному паливі, особливо при зростанні екологічних вимог.

Таблиця 1

Середньозважені собівартості нових атомних технологій відповідно до етапу їх впровадження, дол.США/МВт год.

Технологія \ Рік	2020	2025	2030	2035	2040
Потужна АЕС базовий режим	65.5	66.7	67.8	68.9	70.1
SMR-160	93.7	92.2	90.7	89.21	87.7
NuScale	95.6	94.0	92.5	91.0	89.4

Таблиця 2

Середньозважені собівартості нових технологій на органічному паливі відповідно до етапу їх впровадження, дол.США/МВт год.

Технологія \ Рік	2020	2025	2030	2035	2040
	при помірному зростанні плати за викиди CO ₂				
Вугільна ТЕС	102.8	105.2	107.5	109.9	112.3
Газова ТЕС	128.1	131.5	134.9	138.3	141.7
	при швидкому зростанні плати за викиди CO ₂				
Вугільна ТЕС	127.9	136.2	144.5	152.7	161.0
Газова ТЕС	135.4	142.3	149.1	156.0	162.9

З використанням розробленої оптимізаційної моделі було проведено розрахунки перспективної структури генеруючих потужностей ОЕС України на період до 2040 р. з урахуванням необхідності заміщення вибуваючих потужностей існуючих АЕС після 20-річного терміну понадпроектної експлуатації та виведення з роботи діючих енергоблоків ТЕС внаслідок вичерпання їх граничного ресурсу експлуатації та екологічних вимог відповідно до Національного плану скорочення викидів. У розрахунках передбачено добудову двох енергоблоків Хмельницької АЕС на базі реакторної установки типу ВВЕР-1000.

Перспективну структуру генеруючих потужностей ОЕС України у період до 2040 р. при помірному зростанні плати за викиди CO₂ та динаміку вводу нових енергоблоків АЕС з необхідними для цього інвестиціями наведено у табл. 3,4.

Таблиця 3

Показники перспективної структури генеруючих потужностей ОЕС України до 2040 року при помірному зростанні плати за викиди CO₂

Показник \ Рік	2025	2030	2035	2040
	Встановлена потужність, ГВт			
Всього, в тому числі	41,6	50,7	55,7	53,8
АЕС існуючі	13,8	13,8	11,0	3,0
АЕС нові	1,0	1,0	4,0	12,0
ТЕС вугільні існуючі	16,0	14,7	11,0	2,4
ТЕС вугільні нові	0,0	6,0	12,0	17,7
ГЕС	5,5	7,9	9,9	9,9
ВЕС, СЕС	5,3	7,3	7,9	8,8
	Виробництво електроенергії, млрд кВт год.			
Всього, в тому числі	183,9	203,0	224,1	247,4
АЕС	95,1	95,1	99,1	107,0
ТЕС	67,6	75,8	87,6	96,9
ГЕС	9,7	13,6	15,8	16,2
ВЕС, СЕС	11,5	18,5	21,6	27,3
Викиди CO ₂ , млн т	76,9	73,4	77,3	83,2

Таблиця 4

Динаміка введення нових атомних потужностей та інвестицій на їх впровадження при помірному зростанні плати за CO₂

Кількість/загальна потужність (МВт) енергоблоків АЕС, введених за період	2020–2025	2026–2030	2031–2035	2036–2040
ВВЕР-1200	0	0	0	1/1200
ВВЕР-1000	1/1000	0	0	1/1000
HPR1000	0	0	2/2200	4/4400
SMR-160	0	0	4/640	6/960
NuScale 50 МВт	0	0	3/150	9/450
Загальна потужність АЕС, введених за період, МВт	1000	0	2990	8010
Кумулятивні інвестиції, млрд дол. США	2,6	16,1	41,8	51,0

Результати модельних розрахунків перспективної структури генеруючих потужностей ОЕС України при швидкому зростанні плати

за викиди CO₂ та введення нових енергоблоків АЕС протягом прогнозного періоду з необхідними інвестиціями наведено у табл. 5, 6.

Таблиця 5

Показники перспективної структури генеруючих потужностей ОЕС України до 2040 р. при швидкому зростанні плати за викиди CO₂

Рік	2025	2030	2035	2040
Показник				
	Встановлена потужність, ГВт			
Всього, в тому числі	41,6	50,7	57,4	53,7
АЕС існуючі	13,8	13,8	11,0	3,0
АЕС нові	1,0	1,0	5,1	14,7
ТЕС вугільні існуючі	16,0	14,7	11,0	2,4
ТЕС вугільні нові	0,0	6,0	12,0	14,4
ГЕС	5,5	7,9	9,9	9,9
ВЕС, СЕС	5,3	7,3	8,4	9,3
	Виробництво електроенергії, млрд кВт год.			
Всього, в тому числі	183,9	203,0	224,1	247,4
АЕС	95,1	95,1	108,0	127,3
ТЕС	67,6	75,8	77,9	75,6
ГЕС	9,7	13,6	16,0	16,5
ВЕС, СЕС	11,5	18,5	22,2	28,1
Викиди CO ₂ , млн т	76,9	73,4	67,6	64,9

Таблиця 6

Динаміка введення нових атомних потужностей та інвестицій на їх впровадження при швидкому зростанні плати за CO₂

Кількість/ загальна потужність (МВт) енергоблоків АЕС, введених за період	2020–2025	2026–2030	2031–2035	2036–2040
ВВЕР-1200	0	0	1/1200	3/3600
ВВЕР-1000	1/1000	0	0	1/1000
HPR1000	0	0	1/1100	3/3300
SMR-160	0	0	4/640	1/160
NuScale 50 МВт	0	0	24/1200	30/1500
Загальна потужність АЕС, введених за період, МВт	1000	0	4140	9560
Кумулятивні інвестиції, млрд дол. США	2,8	19,7	53,8	68,0

Отримані результати засвідчили, що на доцільність та обсяги впровадження нових атомних енергоблоків в енергосистемі значно впливає жорсткість екологічних вимог, зокрема, збільшення плати за викиди CO₂, а також рішення щодо подовження терміну понадпроектної

експлуатації діючих АЕС. Так, на заміну існуючих енергоблоків АЕС при помірному зростанні плати за викиди CO₂ до 1 дол. США/т по закінченні їх 20-річного понадпроектного терміну експлуатації необхідно до 2040 року ввести 12 ГВт нових атомних потужностей, в тому числі 2,2 ГВт ММР. При зростанні плати до 30 дол. США/т CO₂ до 2040 р. потужність нових АЕС зросте до 14,7 ГВт, в тому числі 3,5 ГВт ММР, а кількість введених нових енергоблоків вугільних ТЕС буде менша на 11 енергоблоків загальною потужністю 3,3 ГВт. Це обумовлює скорочення викидів забруднюючих речовин та парникових газів в енергосистемі, але при цьому інвестиції у впровадження атомних потужностей зростають на 33%.

Збільшення жорсткості вимог до вуглецевої ємності електроенергії, в тому числі і підвищення плати за викиди CO₂, обумовлює пріоритетність збільшення встановленої потужності АЕС замість будівництва у період 2036–2040 рр. нових вугільних енергоблоків ТЕС, в тому числі за рахунок збільшення кількості нових атомних енергоблоків з малими модульними реакторами. Впровадження малих модульних реакторів як маневреного низьковуглецевого джерела виробництва електроенергії з підвищеною безпекою експлуатації доцільно для забезпечення стійкості, надійності та ефективності функціонування ОЕС України, збільшення екологічних вимог функціонування до електроенергетичних об'єктів в умовах зростання частки стохастичної генерації на ВДЕ.

БАЛАНСОВО-ОПТИМІЗАЦІЙНА МОДЕЛЬ ВУГЛЕЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КРАЇНИ З ДИФЕРЕНЦІАЦІЄЮ ЗА МАРКАМИ ТА ТЕХНОЛОГІЧНИМ ПРИЗНАЧЕННЯМ І ВРАХУВАННЯМ ВИМОГ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ БЕЗПЕКИ

Побудова стійких до руйнівних впливів систем забезпечення економіки країни паливно-енергетичними ресурсами має спиратися на відшукування цілісних структур енергозабезпечення, що одночасно містять джерела надходження енергоносіїв, засоби їх транспортування та перетворення, споживачів енергетичних продуктів із заданими вимогами щодо обсягів потреби та показників якості. Тільки в межах такого підходу вдається дослідити наслідки можливих відмов окремих ланок системи енергозабезпечення, віднайти технології та способи заміщення втрачених обсягів постачання, оцінити рівень необхідного резервування джерел виробництва і засобів транспортування, розглянути перспективні напрями узгодженого розвитку паливних галузей, генерувальних потужностей електро- і теплоенергетики, а

також секторів кінцевого споживання в економіці країни. Важливим чинником цілісного, тобто повного з можливою надлишковістю, представлення енергетичної системи в задачах пошуку робастних структур постачання енергоносіїв є використання критеріїв енергетичної безпеки для керування потоками палива та енергії, що передбачає відображення всіх можливих джерел та напрямів їх надходження в єдиній схемі енергозабезпечення.

Природним підходом в дослідженні систем постачання енергоносіїв є використання мережних балансово-оптимізаційних моделей, які забезпечують вимоги щодо подання структури таких систем. Водночас, необхідність врахування багатопродуктовості, а також обсягових обмежень перетворення енергетичних продуктів в наявних видобувних, транспортних і генерувальних технологіях потребують використання моделей виробничого типу, які надають можливість узагальненого формального представлення цих технологій їх виробничими та витратними показниками.

Розробка моделі вуглезабезпечення економіки країни, наведеної в цьому дослідженні, передбачає створення орієнтованого графа мережі постачання вугільних продуктів, що відображає потоки вугільного палива в технологіях його видобутку, перетворення (збагачення), споживання і транспортування. Структура цієї мережі використовується для формування системи обмежень моделі виробничого типу в представленні технологічних способів Л.В. Канторовича, які описують вказані технології за допомогою коефіцієнтів випуску і витрат.

Метою функціонування системи вуглезабезпечення країни є задоволення потреби споживачів вугільної продукції різних типів шляхом видобутку, переробки та збагачення вугілля на підприємствах країни, а також його імпортування морським та залізничним транспортом. Потреба на вугілля, в свою чергу, залежить від його технологічного призначення, в якому виділяються дві основні групи – енергетичне і коксівне

Система вуглезабезпечення являє собою сукупність технологічних ланок постачання всіх марок вугілля в економіку країни як з джерел власного видобутку, так і з джерел імпортування. До переліку технологічних процесів постачання з покладів природних копалин країни належать процеси видобутку, збагачення та транспортування вугілля від видобувного підприємства до споживачів в енергетичному секторі та інших галузях економіки. Імпортування передбачає

закупівлю у необхідних обсягах, транспортування міждержавними шляхами, а також перевезення в межах країни.

Врахування всіх зазначених вище технологічних процесів в балансово-оптимізаційній моделі вуглезабезпечення країни з диференціацією за марками та технологічним призначенням приводить до структури технологічних зв'язків, що подається у вигляді орієнтованого графа, фрагмент якого для підсистеми постачання вугілля газової групи зображений на рис 3.

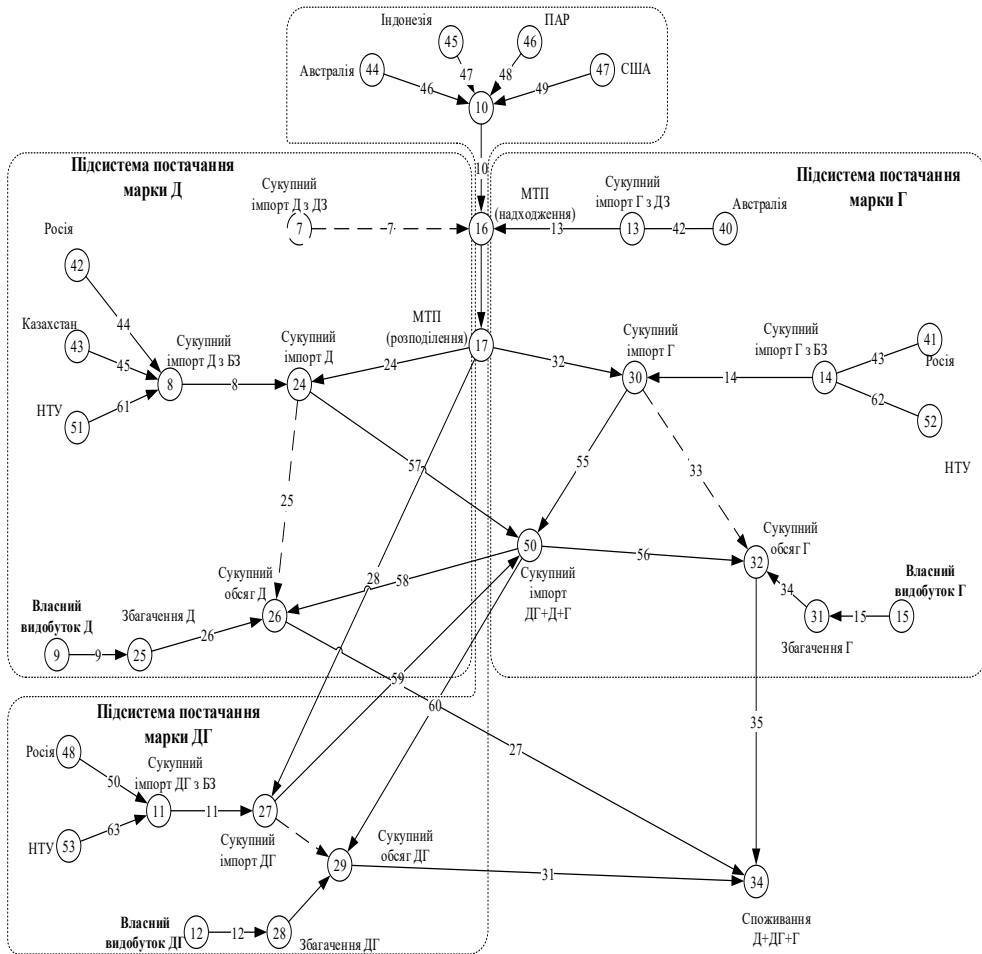


Рис. 3. Орієнтований граф підсистеми постачання газової групи вугілля

Моделю вуглезабезпечення країни з диференціацією за марками та технологічним призначенням вугілля [15], що використовує

технологічний спосіб Л.В. Канторовича для подання окремих технологій постачання вугілля, а баланси продуктів якої визначаються описаною вище структурою технологічних зв'язків, може бути сформульована в наступному вигляді.

Необхідно мінімізувати сукупні витрати на постачання вугілля всіх марок з джерел імпортування і власного видобутку

$$Z = \sum_{\kappa=1}^N \sum_{i \in I} \sum_{s \in \{0,1\}} \theta_{i,\kappa,s} \cdot C_{i,\kappa,s}^{66} \cdot x_{i,\kappa,s}^{66} + \sum_{i \in I} \sum_{\delta=1}^M C_{i,\delta}^{imn} \cdot x_{i,\delta}^{imn} \rightarrow \min \quad (1)$$

за умов: задоволення потреби на кожен марку вугілля, обмеженої пропускної здатності морського шляху імпортування, обмеженого обсягу власного видобутку на вуглевидобувному підприємстві, що визначається станом його реконструкції (модернізації), виконання вимог енергетичної безпеки за обсяговими критеріями «Частка власних джерел у балансі паливно-енергетичних ресурсів держави» та «Частка імпорту палива з однієї країни (компанії) у загальному обсязі його імпорту». Ці умови визначаються співвідношеннями:

$$\sum_{\kappa=1}^N \sum_{i \in I} \sum_{s \in \{0,1\}} g_{i,\kappa,s}^{66} \cdot x_{i,\kappa,s}^{66} \cdot \theta_{i,\kappa,s} + \sum_{i \in I} \sum_{\delta=1}^M x_{i,\delta}^{imn} \geq X_{i,max} \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} x_{i,\delta}^{imn} \leq X_{nzn,max} \quad (3)$$

$$\sum_{\kappa=1}^N \sum_{s \in \{0,1\}} x_{i,\kappa,s}^{66} \cdot \theta_{i,\kappa,s} = x_i^{66} \Big|_{i \in I} \quad (4)$$

$$\sum_{\delta=1}^M x_{i,\delta}^{imn} = x_i^{imn} \Big|_{i \in I} \quad (5)$$

$$x_i^{66} = \gamma \cdot X_{надx,i}^{\Sigma} + e_i \Big|_{i \in I}, \quad (6)$$

$$e_i \leq 0 \Big|_{i \in I}$$

$$x_i^{66} + x_i^{imn} = X_{надx,i}^{\Sigma}, \quad (7)$$

$$\gamma_{min} \leq \gamma \leq \gamma_{max}$$

$$x_{i,\delta}^{imn} = \lambda \cdot \sum_{\delta=1}^M x_{i,\delta}^{imn} + \Delta_i \Big|_{i \in I}, \quad (8)$$

$$\Delta_i \geq 0 \Big|_{i \in I},$$

$$\lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max},$$

$$C_{i,k,s}^{66} = C_{i,k,s \text{ видоб}} \cdot \theta_{i,k,s} + C_{i,k, \text{переробка}}, \quad (9)$$

$$C_{i,\delta}^{imn} = C_{i,\delta \text{ имп}} + C_{i,\delta \text{ трансп, зовн}}. \quad (10)$$

У співвідношеннях (1) – (10):

Z – сукупні затрати на постачання всіх марок з джерел власного видобутку та імпортування, $C_{i,k,s}^{66}$ – вартість вугілля власного видобутку марки i на підприємстві k у варіанті його функціонування s протягом розрахункового періоду, $x_{i,k,s}^{66}$ – граничний обсяг власного видобутку вугілля марки i з джерела власного видобутку k у варіанті його функціонування s протягом розрахункового періоду, $\theta_{i,k,s}$ – бінарна змінна, що визначає варіант функціонування підприємства k , що видобуває вугілля марки i , $\theta_{i,k,s} = \begin{cases} 0, \text{ при } s = \text{без реконструкції}; \\ 1, \text{ при } s = \text{з реконструкцією.} \end{cases}$

$C_{i,\delta}^{imn}$ – вартість постачання вугілля марки i з джерела імпортування δ , $x_{i,\delta}^{imn}$ – обсяг імпортування вугілля марки i з джерела імпортування δ , I – множина всіх марок вугілля – енергетичного та коксівного, $g_{i,k,s}^{66}$ – технологічний коефіцієнт збагачення вугілля марки i , що видобувається на підприємстві k у варіанті його функціонування s протягом розрахункового періоду, $X_{i,max}$ – сукупна потреба споживачів у вугіллі марки i , N – кількість джерел власного видобутку, M – кількість джерел імпортування, $X_{nzn,max}$ – пропускна здатність морського шляху імпортування (сукупна пропускна здатність морських портів), x_i^{66} – сукупний обсяг власного видобутку вугілля марки i всіма підприємствами галузі, що розглядаються, x_i^{imn} – сукупний обсяг імпортування вугілля марки i з усіх джерел, e_i – вирівнювальна змінна, що визначає величину небалансу, утвореного при постачанні вугілля марки i при порушенні умови енергетичної безпеки «Частка власних джерел у загальному надходженні палива в систему», γ – значення індикатора енергетичної безпеки, що визначає частку власних джерел у балансі паливно-енергетичних ресурсів держави, $X_{надх,i}^{\Sigma}$ – сукупне надходження вугілля марки i в країну,

γ_{\min} , γ_{\max} – відповідно мінімальна та максимальна допустимі частки власних джерел у загальному надходженні палива в систему згідно вимог енергетичної безпеки, Δ_i – вирівнювальна змінна, що визначає величину небалансу, утвореного при постачанні вугілля марки i при порушенні умови енергетичної безпеки «Частка імпорту палива з однієї країни (компанії) у загальному обсязі його імпорту», λ – значення індикатора енергетичної безпеки, що визначає частку імпорту палива з однієї країни (компанії) у загальному обсязі його імпорту, λ_{\min} , λ_{\max} – відповідно мінімальна та максимальна допустима частка обсягу імпортування з одного джерела, допустима згідно з вимогами енергетичної безпеки, $C_{i,k,s \text{ видоб}}$ – вартість видобутку вугілля марки i на k -му підприємстві у варіантах його функціонування s ,

$$C_{i,k, \text{ видоб}}^{\theta} = \begin{cases} C_{i,k}^0, & \text{вартість видобутку без реконструкції;} \\ C_{i,k}^1, & \text{вартість видобутку після реконструкції;} \end{cases} \quad C_{i,k} \text{ переробка}$$

– вартість переробки вугілля марки i , що видобувається на k -му підприємстві, $C_{\text{трансп, внутр}}$ – вартість внутрішнього перевезення вугілля, $C_{i,d \text{ имп}}$ – закупівельна вартість вугілля марки i у джерелі імпортування d , $C_{i,d \text{ трансп, зовн}}$ – вартість зовнішнього перевезення вугілля марки i з джерела імпортування d .

Аналіз стану та перспектив розвитку вуглевидобувних підприємств [16, 17], які наразі перебувають на тимчасово окупованих територіях Донецької і Луганської областей, дозволив надати прогноз обсягів видобутку вугілля в Україні на період до 2040 р. і розробити можливі сценарії розвитку вугільної галузі з урахуванням ризиків та критичних явищ у структурі виробничого потенціалу вугільної промисловості України. Оптимістичний сценарій передбачає роботу шахт на підконтрольній українській владі території, повернення і відновлення роботи перспективних шахт з окупованих територій, відновлення і розвиток буровугільного комплексу, а також будівництво нових шахт для заміщення потужностей, що вибувають через вичерпаність запасів вугілля. Критичний сценарій розвитку вугільної галузі враховує тільки виробничі можливості перспективних шахт на підконтрольній українській владі території, натомість відновлення і розвиток буровугільного комплексу та будівництво нових шахт (крім шахти «Нововолинська № 10») не передбачається.

Модель вуглезабезпечення (1) — (10) використано для розрахунку можливих перспективних балансів вугільних продуктів за марками, що

спираються на досяжні рівні розвитку вугільної промисловості. Обсяговими обмеженнями власного видобутку вугілля у розрахунках взято прогнозні обсяги видобутку шахт згідно з описаними вище сценаріями функціонування галузі з урахуванням збагачення. Потреба на вугілля різного технологічного призначення задавалась виходячи із припущень щодо потенційно можливих сукупних обсягів споживання в країні – для першого варіанту розвитку галузі (оптимістичний сценарій) на рівні споживання в докризовому 2013 р. У другому варіанті (критичний сценарій) обсяг необхідного постачання встановлено на рівні потреби 2025 р., а також передбачалось припинення споживання вугілля антрацитової групи. Світовий ринок вугілля враховувався шляхом вміщення потенційно-можливих країн-експортерів до переліку джерел постачання із врахуванням показників вартості і якості вугілля, яке може надходити з цих країн. Обсяг перевалки вугілля через морські торговельні порти обмежено максимальною величиною цього обсягу, яка мала місце протягом останніх років – 5,65 млн т.

Результати розрахунків вугільних балансів за умов оптимістичного сценарію вказують на те, що обсяги власного видобутку вугілля газової групи забезпечують потребу на нього, а також утворюється профіцит вугілля антрацитової групи. Наявний за цих умов суттєвий імпорт вугілля марки Г коксівного призначення спричинений низькими значеннями показників якості вугілля власного видобутку цієї марки, які не задовольняють вимоги споживачів металургійного сектора. У 2040 р., при прогнозованому зниженні обсягів видобутку коксівного вугілля, має місце суттєве збільшення обсягів імпортування всіх марок коксівного вугілля. За відповідного стану джерел постачання критерій енергетичної безпеки «Частка імпорту з одного джерела» не виконується при імпортуванні вугілля марки Г коксівного призначення внаслідок наявності на світовому ринку вугільного палива лише одного постачальника – Австралії. Також у 2040 р. при імпортуванні вугілля марки К порушуються умови енергетичної безпеки за критерієм «Частка власних джерел у сукупному постачанні палива в систему».

За умов критичного сценарію, згідно з яким споживання антрацитової групи припиняється у 2025 р. та при збереженні обсягів споживання газового вугілля на рівні 2025 р., виникає необхідність імпортування вугілля газової групи енергетичного призначення у обсязі 0,9 млн т із подальшим збільшенням цього обсягу до 10,9 млн т у 2030 р. та 12 млн т у 2035 р. Тому за наявних наразі структури видобувної галузі та потужностей переробки вугілля у морських

портах, у 2040 р. задовольнити потреби споживачів у повному обсязі неможливо.

При розрахунках за критичним сценарієм розвитку вугільної галузі обсягові критерії енергетичної безпеки «Частка імпорту з одного джерела» знаходяться в допустимому діапазоні для всіх імпортованих марок вугілля, крім Г(к) та ПС. Для цих же марок не виконується також умова безпеки за критерієм «Частка власних джерел у сукупному постачанні палива в систему» через відсутність цих марок у власних покладах вугілля.

Виконані дослідження дозволили визначити наступні пріоритетні напрями розвитку вугільної промисловості України в умовах світового ринку:

– розвиток паливної бази енергетичного вугілля із забезпеченням його видобутку в обсязі 77,9 млн т у 2030 р., і 76,2 млн т у 2040 р., коксівного – 27,5 млн т у 2030 р., і 16,2 млн т у 2040 р. (Інвестиції, необхідні для модернізації діючих шахт на підконтрольній території до 2025 р. становлять близько 2,3 млрд грн. в цінах 2015 р.);

– введення в дію до 2030 р. нових шахт з видобутку енергетичного вугілля загальною виробничою потужністю 8,5 млн т (Інвестиції близько 90-100 млрд грн.);

– відновлення і розвиток буровугільного комплексу України з поступовим доведенням обсягу видобутку до 2,4 млн т у 2030 р. і 2,9 млн т – у 2040 р. (Інвестиції близько 4,5 млрд грн.);

– з метою якомога більш повного задоволення потреби економіки країни на вугільні продукти необхідно в період 2030-2040 рр. забезпечити збільшення загальної пропускної спроможності морських торговельних портів і залізниці по вугіллю до 23-25 млн т/рік.

ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ ГАЗОВОЇ ГАЛУЗІ В КОНТЕКСТІ ТРАНСФОРМАЦІЇ ЕНЕРГОКОМПЛЕКСУ КРАЇНИ ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СТІЙКОСТІ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ

Україна відповідно до Цілей сталого розвитку ООН має трансформувати енергетику до ефективної, декарбонізованої та чистої системи і забезпечити стійкість енергетичної інфраструктури. Оскільки між підгалуззями енергокомплексу країни існує нерозривний взаємозв'язок, було розглянуто у контексті можливості покриття потреб у природному газі в разі збільшення у структурі ОЕС України газової генерації та використання її для резервування джерел чистої,

але нестабільної генерації (ВДЕ). Для врахування сучасних умов на ринках природного газу застосовано методичний підхід, який базується на використанні системи взаємоузгоджених математичних моделей різних типів – моделей життєвого циклу основних технологічних об'єктів видобування, транспортування та зберігання газу у детерміновано-стохастичній постановці, імітаційної моделі формування транзитних потоків через газотранспортну систему (ГТС) України та оптимізаційної моделі прогнозування розвитку газової галузі на тривалу перспективу [18].

Проведені з використанням цієї системи математичних моделей дослідження показали, що на сьогодні найбільш критичним для енергетики та економіки України є сценарій повного припинення транзиту російського газу через територію нашої країни. Висока імовірність цього сценарію зумовлена тим, що контракт між НАК «Нафтогаз України» та ВАТ «Газпром» стосовно транзиту природного газу через територію України чинний до 31.12.2019 року, а представники ВАТ «Газпром» вже неодноразово робили заяви про припинення транзиту газу через українську газотранспортну систему після 2019 року.

Реалізації цього сценарію сприяє будівництво нових трубопроводів для постачання природного газу до країн Європи.

1. У листопаді 2018 року «Газпром» завершив укладання морської частини 2-х ниток газопроводу Турецький потік, пропускною спроможністю 15,75 млрд м³ на рік кожна [19]. Одна нитка призначена для постачання газу для потреб Туреччини, друга – для транзиту російського газу до балканських країн, заміщуючи тим самим транзит через Україну в обсязі 17–20 млрд м³ на рік. Крім того ВАТ «Газпром» планує поєднати цей газопровід з газопроводом Poseidon, який має проходити від турецько-грецького кордону, з'єднуючи газову систему Греції з італійською, болгарською та європейською газовою системою. Остаточне інвестиційне рішення стосовно Poseidon ще не прийнято [20].

2. Trans-Anatolian Natural Gas Pipeline (TANAP), початок експлуатації першої нитки – середина 2019 року, дата завершення будівництва – 31.07.2021. Призначений для транспортування газу з Каспійського регіону до Європи, минаючи Росію та Україну TANAP є частиною важливого європейського проекту – Південного газового коридору, який дозволить диверсифікувати джерела постачання газу до країн південного сходу Європи. Річна пропускна здатність першої нитки – 16 млрд м³ (6 млрд – для Туреччини, по 1 млрд – для Греції та

Болгарії, 8 млрд – для півдня Італії), двох ниток – до 31 млрд м³ [21]. TANAP дає Україні можливість доступу до азербайджанського газу через Болгарію і Румунію. Але з початком експлуатації TANAP та Турецького потоку на півдні Європи буде надлишок пропозицій природного газу, отже, не буде потреби транспортувати російський газ у цьому напрямку через ГТС України.

3. Будівництво газопроводу Північний потік-2 з проектною потужністю 55 млрд м³ газу на рік. Водночас, російський газ, який транспортується через ГТС України, призначений в основному для споживачів країн центральної, східної і південної Європи та Туреччини. Потужності сполучних газопроводів NET і OPAL розраховано на пропускну здатність першої черги Північного потоку. На даний час в ЄС немає достатньої кількості потужностей для поставок газу до цих споживачів з півночі Німеччини, де планується закінчення Північного потоку-2. Отже, крім підводної частини проекту необхідно будівництво наземної частини. На території Європи таким газопроводом є EUGAL (European Gas Pipeline Link) з проектною потужністю 55 млрд м³ на рік, включений в план розвитку німецької газової мережі на 2018–2028 роки [22]. Оператором проекту є компанія Gascade Gastransport, що належить ВАТ «Газпром» і Wintershall через СП WIGA, яка отримає 50,5% у цьому проекті. У проекті також беруть участь німецькі Fluxys Deutschland, Gasunie Deutschland Transport Services і Ontras Gastransport, яким належать по 16,5% [23]. Хоча експлуатуватись на повну потужність EUGAL зможе не раніше 2021 року, ВАТ «Газпром» завчасно забронював на відкритому аукціоні потужності, які здатні замінити до 55 млрд м³ з українського транзиту [24]. Якщо Північний потік-2 буде побудовано із затримкою або не побудовано взагалі, то «Газпрому» все одно доведеться платити повну ціну за законтраковані обсяги транспортування.

При розробленні прогнозів завантаження української ГТС було враховано конкуренцію між зрідженим (ЗПГ) та трубопровідним газом, між маршрутами трубопровідного постачання газу на європейський ринок, протиріччя між імпортерами та транзитерами, транзитерами та споживачами природного газу. Крім того, було враховано, що ресурсній базі видобування природного газу «гібридною» війною з Росією нанесено значної шкоди – Україна втратила родовища на Чорноморському шельфі з потенційним річним видобутком природного газу до 5 млрд м³, а наслідком бойових дій на Донбасі стало згорання робіт на Юзівській площі з перспективою видобутку сланцевого газу та газу щільних колекторів. Для прогнозування завантаження ГТС України було використано прогнози Інституту

загальної енергетики НАН України [16, 25] стосовно власного видобутку та споживання природного газу (табл. 7).

Таблиця 7

**Прогноз видобування та споживання природного газу в Україні
(базовий сценарій) [16], млрд м³**

Показник	2017 р., факт	2025 р.	2030 р.	2035 р.	2040 р.
Власне видобування	20,5	24,5	27,4	32,3	37,2
Споживання	31,9	32,3	34,0	36,9	39,8
Потреба в імпорті	11,4*	7,8	6,6	4,6	2,6

* Додатковий імпорт у 2,7 млрд м³ був призначений для закачування до підземних сховищ газу.

Отже, лише за умов підвищення ефективності освоєння потенційних ресурсів з розробленням на державному рівні спеціальної програми, можливе нарощування обсягів видобування природного газу через 5–7 років на 5 млрд м³.

Сценарій 1 обсягів транзиту природного газу через ГТС України (табл. 8) було розроблено з урахуванням базового сценарію розвитку газового ринку Європи, запропонованого у прогнозах Групи експертів з газових питань Європейської комісії «EU natural gas demand and supply» [26]. Також було враховано результати дослідження [27], в якому розглядався вплив на завантаження української ГТС обсягів зрідженого природного газу, доступного на європейському газовому ринку. Водночас, у прогнозних сценаріях не враховано можливість будівництва нових магістральних газопроводів до Європи, наприклад, з Ізраїлю, який має такі плани.

Таблиця 8

**Сценарії обсягів транзиту природного газу
через ГТС України, млрд м³**

Показник	2017, факт	Сценарій 1				Сценарій 2			
		2025	2030	2035	2040	2025	2030	2035	2040
Споживання газу країнами Європи	553	506	485	494	518	482	414	435	412
Власний видобуток країнами Європи	258	233	218	217	203	263	218	214	197
Імпорт газу, у тому числі:	295	273	267	277	315	220	197	221	215
– ЗПГ	63	74	80	88	95	66	68	67	65
– існуючі МГ разом	40	40	40	40	40	40	40	40	40

Показник	2017, факт	Сценарій 1				Сценарій 2			
		2025	2030	2035	2040	2025	2030	2035	2040
(без ВАТ «Газпром»)									
– <i>TANAP</i>	0	16	31	31	31	16	31	31	31
– експортні МГ з Росії, у тому числі:	192	143	116	118	149	98	58	83	78
– діючі газопроводи ВАТ «Газпром»	102	102	102	96	96	90	53	73	64
– <i>через ГТС України</i>	90	41	14	22	53	8	5	10	14
Транзит до Молдови	3	2	2	2	0	2	2	0	0
<i>Транзит газу через ГТС України</i>	93	43	16	24	53	10	7	10	14
Транспортування для власних споживачів	32	32	34	37	40	32	34	37	40
<i>Завантаження ГТС України</i>	125	75	50	61	93	42	41	47	54
Газопроводи «Газпрому», що будуться									
1 нитка Турецького потіку	–	-15	-15	-15	-15	-10	-7	-10	-14
<i>Транзит через ГТС України</i>	–	28	1	9	38	0	0	0	0
Північний потік-2	–	-43	-16	-24	-53	-10	-7	-10	-14
<i>Транзит через ГТС України</i>	–	0	0	0	0	0	0	0	0
1 нитка Турецького потіку	–	-15	-5	-5	-10	-2	-2	-2	0
Північний потік-2	–	-28	-11	-19	-43	-8	-5	-8	-14
<i>Транзит через ГТС України</i>	–	0	0	0	0	0	0	0	0

Отже, для сценарію 1 транзит російського газу через ГТС України падає до 16 млрд м³ до 2030 року з подальшим збільшенням до 53 млрд м³, що пов'язано із падінням власного видобутку природного газу в європейських країнах. За умов розширення альтернативних трубопровідних поставок газу до європейських країн транзит через ГТС України буде значно нижчим. Але у разі введення в експлуатацію навіть однієї нитки Турецького потоку до 2030 року ГТС залишається без транзитних об'ємів. При введенні в експлуатацію Північного потоку-2 до 2025 року, коли почне працювати EUGAL, за транзитні потоки починають конкурувати, навіть, російські транзитні газопроводи.

Згідно зі сценарієм 2, який було побудовано з урахуванням екологічного сценарію споживання газу в Європі [26], для якого характерне суттєве скорочення споживання газу в Європі внаслідок

широкого впровадження відновлюваних джерел енергії, транзит російського газу через ГТС нашої країни не перевищує 25 млрд м³ у 2020 році, а надалі залишається на рівні 10–15 млрд (табл. 8). У випадку введення в експлуатацію навіть однієї нитки Турецького потоку або Північного потоку-2, уже до 2025 року українська ГТС може залишитись без транзиту російського газу. Взагалі, для екологічного сценарію споживання газу в Європі взагалі втрачає будь-яку економічну доцільність будівництво цих російських газопроводів.

Таким чином, повне припинення транспортування через ГТС України російського газу є достатньо ймовірним після 2030 року і воно матиме суттєві негативні наслідки.

1. Суттєве зменшення надходжень до бюджету України, податки НАК «Нафтогаз» за діяльність з транзиту російського газу складають до 3 мільярдів доларів на рік.

2. Експлуатація ГТС у нинішній схемній структурі при обсягах транзиту, менших за 60 млрд м³, є економічно неефективною. При зниженні обсягів корисної роботи ГТС та незмінних умовно-постійних витратах, різко зростає собівартість транспортування газу [28]. Наприклад, у 2016 році при транзиті до Європи 82 млрд м³ газу 30% компресорних станцій з газотурбінними агрегатами простоювали у режимі очікування [29]. Незадіяні виробничі активи мають бути виведені з експлуатації. За даними ПАТ «Укртрансгаз» на десять наступних років можна відмовитись від експлуатації приблизно 400 км газопроводів.

Водночас, особливість української ГТС полягає в тому, що транзит газу для інших країн та його транспортування для власних споживачів здійснюється одними й тими самими газопроводами. Наприклад, за умови введення в експлуатацію європейського проекту TANAP та газопроводу Турецький потік український маршрут трансбалканського напрямку залишиться без обсягів транзиту. Але повністю відключити магістральні газопроводи Південного коридору не можна, оскільки вони постачають газ і власним споживачам. Варіантом вирішення проблеми є побудова газопроводів-відгалужень від магістральних газопроводів Західного коридору, на створення яких за оцінками Міненерго України потрібно до 2 млрд доларів [30].

3. При збереженні в Україні атомно-вугільної генерації потреба в імпорті газу буде зменшуватись (табл. 7), для її покриття достатньо буде існуючих можливостей закупівлі газу в Європі та його постачання через Словаччину та Польщу (за умови побудови газопроводу інтерконектора Польща–Україна). При збільшенні частки

відновлюваних джерел енергії в структурі генеруючих потужностей та відмови від вугільної генерації на користь газової, потреба в імпорті природного газу суттєво зростає. А припинення транзиту російського газу через українську ГТС суттєво ускладнить закупівлю природного газу для потреб нашої країни в Європі. На сьогодні газ купується на європейських хабах, але фізично Україна отримує його за схемою заміщення, повертаючи російський газ, який був транспортований до Словаччини. Водночас, Словаччина, маючи великі транзитні потужності, не має джерел надходження додаткового природного газу. Газ для України із західного напрямку до Словаччини може надходити через Чехію або Австрію, а ці країни не є країнами-транзитерами, їх газові мережі не розраховані на транспортування додаткових обсягів газу для інших країн (табл. 9, 10).

Таблиця 9

Можливості ГТС Словаччини щодо транзиту газу із західного напрямку до України на 01.01.2021, млрд м³ [31]

	Технічна потужність	Вільна (доступна) потужність на 2021 рік
Точка входу Ланжот (з Чехії)	55,1	15,7
Точка входу Баумгартен (з Австрії)	8,7	8,7
Власне споживання Словаччини*		5,0
Разом		19,4

** У 2017 році за даними [32]*

Таблиця 10

Технічна можливість реверсного постачання газу до України з Європи, млрд м³ [33]

Точка входу	Країна, через яку здійснюється постачання	Технічна потужність
Будінце	Словаччина	14,6
Берегдароц	Угорщина	7,1
Германовичі	Польща	1,6 / 5,0*
Гребеники	Румунія через Молдову	1,5
Разом		24,8 / 28,2

** За умови будівництва першої черги інтерконектора Польща–Україна.*

Отже, сценарій, пов'язаний з припиненням транзиту російського газу через територію нашої країни, є критичним і вимагає кардинальної зміни структури ГТС. Водночас, навіть за наявності

транзиту російського газу в обсязі 40–60 млрд м³ на рік, необхідна модернізація ГТС України із зміною її структури, адже терміни експлуатації її окремих газопроводів перевищують 40 років. Терміни реалізації проекту модернізації магістрального газопроводу становить понад 2 роки підготовчих робіт та 2–3 роки безпосереднього будівництва. Але ці роботи неможливі без вирішення, у першу чергу на політичному рівні, проблеми заповнення ГТС необхідними для її ефективної роботи транзитними об'ємами газу.

Дослідження показують, що робастним рішенням щодо модернізації ГТС України є:

– проведення модернізації підземних сховищ газу західного регіону, що дасть можливість надавати послуги зі зберігання газу для країни Східної Європи;

– модернізація і забезпечення роботи у реверсному режимі компресорних станцій, які сполучаються з газовимірвальними станціями на західному кордоні, та тими, що розташовані на перетині основних магістральних газопроводів, що дасть можливість забезпечити українських споживачів імпортом газом будь-якого походження;

– будівництво інтеконектора Польща–Україна, що дасть можливість отримувати через територію Польщі додаткові обсяги природного газу, у тому числі з терміналу в м. Свіноуйсьце.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Ukraine Sustainable Development Goals. Goal 7: Affordable and Clean Energy [Електронний ресурс]
<http://www.ua.undp.org/content/ukraine/en/home/sustainable-development-goals/goal-7-affordable-and-clean-energy.html>
2. The World Bank Data, Energy use (kg of oil equivalent per capita). URL: /
<http://data.worldbank.org/indicator/EG.USE.PCAP.KG.OE>
3. The World Bank Data, Energy use (kg of oil equivalent) per \$1,000 GDP (constant 2011 PPP). URL:
<http://data.worldbank.org/indicator/EG.USE.PCAP.PP.KD>.
4. Леонтьев В. и др. Исследование структуры американской экономики. Москва: Государственное статистическое издательство, 1958. С. 27–63.
5. Кубонива М. и др. Математическая экономика на персональном компьютере. Финансы и статистика. Москва. 1991. С. 179–188.
6. Картер А. Структурные изменения в экономике США. Статистика. Москва. 1974. С. 150–191.

7. Eurostat Manual of Supply, Use and Input-Output Tables, 2008 edition, p.p. 447–534, (<http://europa.eu>).
8. Кулик М.Н. Новые модели равновесных цен в теории межотраслевого баланса. Проблемы загальної енергетики. 2018. Вип. 1(52). С. 12-23. <https://doi.org/10.15407/pge2018.01.012>.
9. Bhardwaj, Amit & Singh Tung, Navpreet & Kamboj, Vikram. (2012). Unit Commitment in Power System: A Review. International Journal of Electrical and Power Engineering. 6. 51-57. 10.3923/ijepe.2012.51.57., 2012
10. Poncela-Blanco, M. Spisto, A. Hrelja, N. Fulli, G.; Generation Adequacy methodologies review; doi: 10.2790/054903, 2016, 108 pages.
11. NuScale Power, LLC. URL: <https://www.nuscalepower.com/>
12. SMR LLC. URL: <https://smrllc.com/>
13. Projected Costs of Generating Electricity 2015 Edition. International Energy Agency, Nuclear Energy Agency, Organisation for Economic Co-Operation and Development. 2015. . URL: <https://www.iea.org/publications/freepublications/publication/ElecCost2015.pdf>
14. Нечаева Т.П. Модель та структура довгострокового розвитку генеруючих потужностей електроенергетичної системи з урахуванням динаміки вводу-вибуття потужностей та зміни їх техніко-економічних показників. Проблемы загальної енергетики. 2018. № 3(54). С. 5–9. <https://doi.org/10.15407/pge2018.03.005>.
15. Білан Т.Р. Балансово-оптимізаційна модель визначення обсягів власного видобутку вугілля та його імпортування з урахуванням впливу заходів з модернізації та реконструкції на техніко-економічні показники функціонування вуглевидобувних підприємств. Проблемы загальної енергетики. 2017. Вип. 4(51). С. 15—22. <https://doi.org/10.15407/pge2017.04.015>.
16. Кулик М.М., Горбулін В.П., Кириленко О.В. Концептуальні підходи до розвитку енергетики України (аналітичні матеріали). Інститут загальної енергетики НАН України, 2017. 78 с.
17. Макаров В.М., Перов М.О. Оцінка стану вугільної промисловості на тимчасово окупованих територіях. Проблемы загальної енергетики. 2018. Вип. 3(54). С. 16—22. <https://doi.org/10.15407/pge2018.03.016>.
18. Лещенко І.Ч. Система математичних моделей дослідження перспектив функціонування і розвитку газової галузі в сучасних умовах. Проблемы загальної енергетики. 2017. Вип. 3 (50). С. 5-14. <https://doi.org/10.15407/pge2017.03.005>.
19. Россия закончила строительство морской части Турецкого потока. 19.11.2018. Сайт Ліга.Бізнес. URL: <https://biz.liga.net/ekonomika/tek/novosti/rossiya-zakonchila-stroitelstvo-morskoy-chasti-turetskogo-potoka>.
20. Сайт IGI-Poseidon URL: <http://igi-poseidon.com>.

21. Сайт The World Bank URL:
<http://projects.worldbank.org/P157416/?lang=en&tab=details/>
22. Сайт Eugal. URL: <https://www.eugal.de/en/eugal-pipeline/project-phases//>
23. Газопровод EUGAL включен в план развития газотранспортной сети Германии на 2018-2028 гг. Сайт Neftegaz.RU. 13.02.2018. URL:
<https://neftegaz.ru/news/view/169100-Gazoprovod-EUGAL-vklyuchen-v-plan-razvitiya-gazotransportnoy-seti-Germanii-na-2018-2028-gg/>
24. Говорим EUGAL, подразумеваем «Северный поток-2». Сайт Deutsche Welle. URL: <https://www.dw.com/ru/говорим-eugal-подразумеваем-северный-поток-2/a-42274788>.
25. Єгер Д.О., Лещенко І.Ч., Гришаненко В.П. Проблеми та перспективи стабілізації і нарощування видобутку природного газу в Україні. Проблеми загальної енергетики. 2019. Вип. 1(56). С. 4–11.
<https://doi.org/10.15407/pge2019.01.004>.
26. Széles Z. EU natural gas demand and supply // Group of Experts on Gas Fourth Session. European Commission DG Energy, B2 27 March 2017, Geneva. URL: https://www.unece.org/fileadmin/DAM/energy/se/pdfs/nat_gas/geg/geg4_March2017/Item_4_-_Szeles_EU_demand_supplyWeb.pdf.
27. Future European Gas Transmission Bottlenecks in Differing Supply and Demand Scenarios / Petrovich B, Rogers H., Hecking H., Schulte S., Weiser F. Oxford Institute for Energy Studies & ewi Energy Research and Scenarios: NG 119. June 2017. 38 p.
28. Лещенко І.Ч. Оцінка вартісних показників технологічних об'єктів газової галузі за невизначеності умов їх функціонування. Проблеми загальної енергетики. 2013. Вип. 4(35). С. 24-32.
29. Єрьоменко А. Створення ринку газу: імітація чи реальність? Дзеркало тижня. 2016. № 40. URL: http://gazeta.dt.ua/energy_market/stvorennya-rinku-gazu-imitaciya-chi-realnist-.html/.
30. Студенникова Г. Проблема-2019. Украинская власть готовится к прекращению транзита российского газа. Сайт Страна.ua від 13.06.2017. URL: <https://strana.ua/articles/analysis/74433-truba.html>.
31. Сайт Eustream. URL: <https://tis.eustream.sk/TisWeb/#/?nav=bd.cap>.
32. Сайт Кноема. URL: <https://knoema.ru/atlas/>.
33. Сайт Укртрансгаз НАК Нафтогаз України. URL:
<http://utg.ua/utg/business-info/capacities.html>.

ВИВЧЕННЯ ДИНАМІКИ СЕРЕДНЬОРІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ ВАЛОВОЇ ПЕРВИННОЇ ПРОДУКТИВНОСТІ ТЕРИТОРІЇ УКРАЇНИ ВПРОДОВЖ 2000-2010 РР.

В.І. Лялько, О.І. Сахацький, Г.М. Жолобак, О.А. Апостолов,
Л.О. Єлістратова

Науковий центр аерокосмічних досліджень Землі ІГН НАН України

ВСТУП

Одними з ефективних індикаторів агровиробництва та екологічного стану територій для безпечного використання продовольчих та водних ресурсів є показники валової первинної продуктивності (GPP) та чистої первинної продуктивності (NPP) рослинного покриву. З метою опрацювання цього питання у ЦАКДЗ ІГН НАНУ розпочато дистанційні дослідження динаміки та загальної суми поглинання CO₂ в межах різних класів рослинного покриву, зокрема, посівів основних сільськогосподарських культур в окремих областях України [1]. Джерелом супутникових даних були знімки стандартного продукту MOD17 (проект MODIS), який спеціально розроблено для постійного відстежування росту рослинності на всій наземній поверхні планети. Показники GPP та NPP постачаються з борту супутників Terra і Aqua практично в режимі реального часу ще з початку 2000 року і нині знайшли широке застосування в різних напрямках ландшафтно-екологічного аналізу та моделювання динаміки стану наземної рослинності в мінливих умовах довкілля [2,3]. В Україні ці продукти окрім агроорієнтованого аспекту використовувались також при оцінці кореляційних зв'язків між GPP і NPP та різними вегетаційними параметрами лісових формацій Західного Полісся і кліматичними чинниками [4] та для оцінки невизначеностей розрахунків продуктивності рослинного покриву і формування вуглецевого балансу на прикладі Львівської, Волинської, Рівненської та Житомирської областей. [5]. Оскільки Україна за своєю площею займає друге місце в Європі і характеризується високим природно-ресурсними потенціалом, то, маючи в розпорядженні сучасні супутникові знімки MOD17 A3 з річними оцінки GPP та NPP, важливо

дослідити, яким чином простежується вплив розмаїття природних умов на загальну продуктивність рослинного покриву нашої держави.

Метою цієї статті є оцінка просторово-часової варіабельності середньорічних показників GPP за супутниковими даними MOD17 впродовж 2000–2010 рр. в межах всіх адміністративних областей території України.

МЕТОДИКА

Дані продукту MOD17 є у вільному доступі і нами отримані через сайт Numerical Terradynamic Simulation Group. Для підрахунків GPP та NPP в межах адміністративних областей пікселі продукту MOD17 A3 було трансформовано в координатну систему WGS 84 та суміщено з контурами областей, які формують один з шарів цифрової топографічної карти України. Це дозволило виділити для розрахунків GPP та NPP тільки ті пікселі (розрізненністю 1x1 км), які приурочені до території кожної окремої області. Більше того, пікселі, на які була накладена маска продукту MOD17 A3 (населені пункти, водні об'єкти), не враховувались для визначення сумарної площі рослинного покриву при оцінках питомого значення GPP та NPP області. Зокрема, на рис. 1, як приклад, різними кольорами показано розподіл сумарних річних значень GPP для центральних, південних та східних областей України за 2010 рік за даними продукту MOD17 A3. Праворуч на рис. 1 наведено виділений фрагмент для Дніпропетровської області. Білі пікселі фактично відображають маску продукту MOD17 A3 і ці пікселі відкидались при розрахунках.

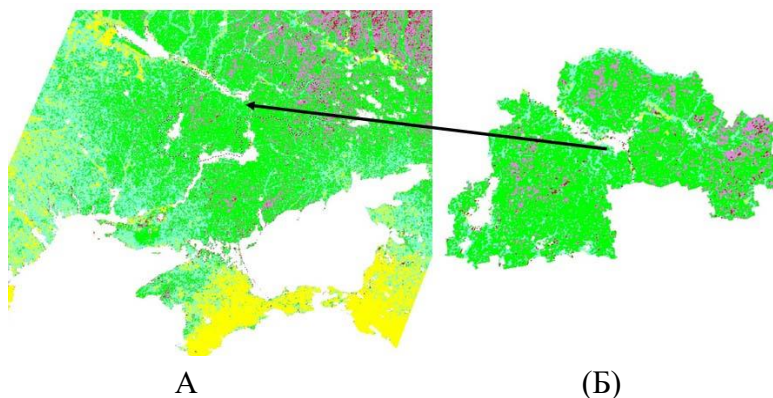


Рис. 1. Розподіл сумарних річних значень GPP рослинного покриву для центральних, південних та східних областей України за 2010 рік за даними продукту MOD17 A3 (А). Виділений фрагмент праворуч територія Дніпропетровської області (Б): річні значення GPP у C kg/m^2 : коричневий

колір – менше 0,4; фіолетовий: 0,4-0,55; зелений: 0,55-0,7; аквамариновий – 0,7-0,9, жовтий понад 0,9; білий колір маска продукту MOD17 A3 (вода, населені пункти)

На основі цих супутникових даних для розрахункової площі кожної області обчислені середньорічні показники валової первинної продуктивності, сформованої внаслідок поглинання вуглецю всім рослинним покривом в межах досліджуваної обласної адміністративної одиниці.

РЕЗУЛЬТАТИ

Для зручності аналізу спочатку виконано спробу зіставлення географічно близьких між собою областей. Зокрема, використано поділ України на 5 регіонів: захід, північ, схід, південь та центр (рис.2), здійснений фахівцями Українського гідрометеорологічного інституту з метою виявлення та врахування можливих територіальних відмінностей у змінах кліматичних характеристик [6].

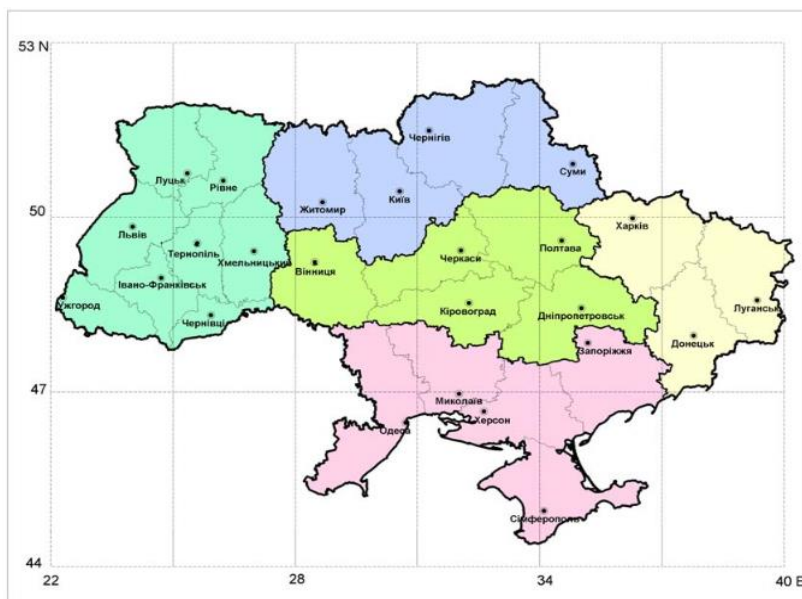


Рис.2. Поділ території України на 5 регіонів із зазначенням обласних центрів [6].

Як зазначають автори [6], під час цього районування враховувались такі параметри: подібність фізико-географічних умов, однотипність прояву кліматотвірних чинників, відносна однорідність кліматичних полів температури та опадів та адміністративно-територіальний поділ держави. Останній чинник враховувався, щоб адаптувати дані

досліджень для стратегічного планування ведення господарства та розвитку регіонів. Розраховані за даними MOD 17 середньорічні показники GPP в межах кожної області було об'єднано в групи згідно з картою, поданою на рис.2, і для зручності аналізу побудовано графіки їх міжрічних коливань (рис.3,4).

На рис.3 (А), який відображає міжрічні коливання середньорічних значень GPP для західного регіону України, чітко помітно дві пари областей, які мають майже тотожну динаміку питомої величини GPP за рік впродовж всього періоду спостережень (2000-2010 рр.). Це Тернопільська та Хмельницька області зі значеннями GPP від 0,81 до 0,917 кг С/м² та Рівненська і Волинська зі значеннями GPP від 0,926 до 1,038 кг С/м².

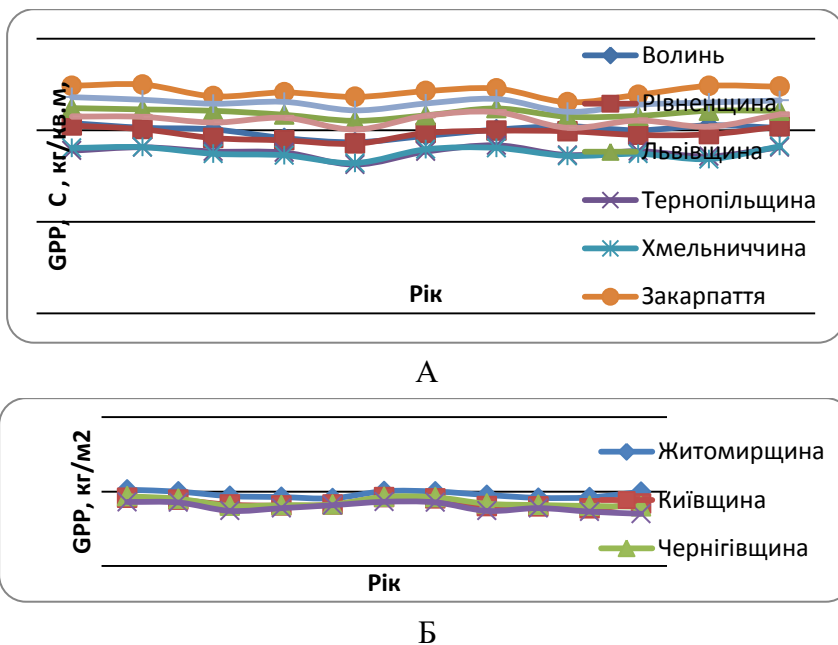
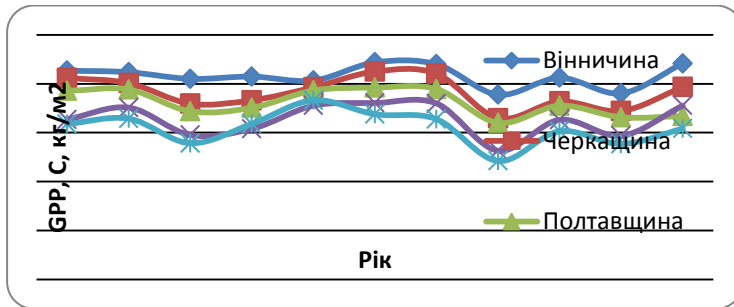


Рис.3. Середньорічні значення GPP західних (А) та північних (Б) областей України

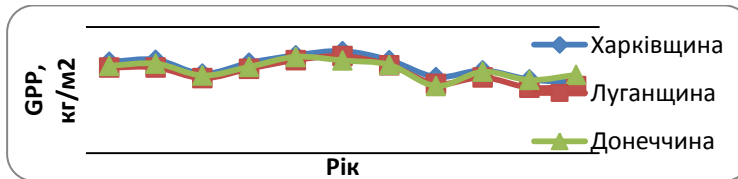
Інші чотири західні області характеризуються щорічною питомою величиною GPP більше 1 кг С/м² і порівняно незначними відмінностями. Зокрема, Буковина, Львівщина, Прикарпаття та Закарпаття в порядку зростання параметрів річної валової первинної продуктивності відрізняються між собою так: кожна наступна область має значення GPP приблизно на 0,05 кг С/м² вищі від попередньої. Як видно з графіків на рис.3 А, середньорічні значення GPP західних областей мають вигляд злегка хвилястих ліній, тобто їм не властиві значні міжрічні коливання.

Подібна форма ліній динаміки властива й середньорічним значенням GPP північних областей (рис. 3, Б). Варто звернути увагу, що серед областей півночі України найвищими показниками відрізняється Житомирщина. В той же час Київська, Чернігівська та Сумська області подібні між собою як за середньорічними значеннями GPP, так і за траєкторіями ліній їх міжрічних змін.

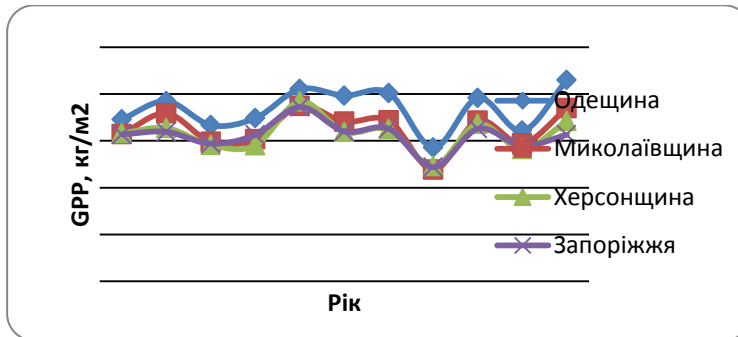
На відміну від північних та західних областей динаміка середньорічних значень GPP інших обласних адміністративних одиниць України має вигляд ломаних ліній із западинами та підняттями, а за величиною показники валової первинної продуктивності в жодній області впродовж одинадцяти проаналізованих років не перевищують $0,887 \text{ кг С/м}^2$ (рис.4). Серед центральних областей найвищими показниками GPP відзначається Вінниччина, яка не зазнала суттєвого зниження валової продуктивності у посушливому 2002 р. Всі решта області цієї частини України мають як мінімум дві западини – періоди виразного зменшення валової продуктивності – у 2002 та у 2007 роках. Особливо чітко ці западини простежуються на графіках зміни GPP східних областей, де між окремими областями практично немає відмінностей: всі три адміністративні одиниці сходу України демонструють майже тотожну конфігурацію ліній динаміки середньорічних значень GPP за період 2000 – 2010 рр. (рис.4, Б). Все ж зменшення GPP було суттєвішим для всіх областей у 2007 році, коли природа України потерпала від сильної посухи. Тоді найнижчі показники середньорічних значень GPP були характерні для Миколаївської, Херсонської, Запорізької та Дніпропетровської областей і коливались в межах $0,476\text{-}0,491 \text{ кг С/м}^2$, тобто вони були практично вдвічі менші від аналогічних показників цього року, одержаних для західних областей України (без Тернопільщини та Хмельниччини). Для центральних та південних областей було виявлено певне зниження показників GPP ще й у 2009 році, якщо порівнювати цей рік з 2008 та 2010, але воно не досягало таких низьких значень як у 2007 році (коливання між $0,554$ та $0,668 \text{ кг С/м}^2$).



А



Б



В

Рис.4. — Середньорічні значення GPP центральних (А), східних (Б) та південних (В) областей України.

Найбільше виразних «зигзагів» можна помітити на лініях динаміки середньорічних значень GPP південних областей (рис.4, В). У роки з достатнім водозабезпеченням адміністративні одиниці цієї частини України формують непогані показники валової первинної продуктивності (наприклад, Одещина у 2004 і 2010 роках сягала значень GPP відповідно 0,821 та 0,859 кг С/м²), але при нестачі вологи цей показник різко падає. Власне саме південні області відреагували зниженням GPP також і в 2003 році, коли там спостерігались посушливі явища.

Якщо ж всі області України за динамікою їх валової первинної продуктивності звести воєдино, то отримаємо зведений графік

міжрічних коливань середньорічних значень GPP (рис.5). На ньому можна виокремити такі три групи областей.

Перша група об'єднує області, лінії динаміки яких розташувались вгорі малюнка, що свідчить про досить високі значення GPP (понад 0,9 кг С/м², тобто близько 1 кг С/м² або більші за цю величину). Водночас коливання їх GPP з року в рік порівняно невеликі. Сюди належать більшість західних областей (Закарпаття, Прикарпаття, Буковина, Львівщина, Волинь, Рівненщина) та північна Житомирська область.

Другу групу утворюють області зі середніми значеннями річного GPP, які варіюють в межах від 0,659 кг С/м² на Черкащині 2007 р. до 0,927 кг С/м² на Чернігівщині у 2005 р. Це так звана збірна група, бо вона охоплює дві західні області – Тернопільську та Хмельницьку, дві центральні – Вінницьку та Черкаську, та три північні – Київську, Чернігівську та Сумську. З 2000 до 2004 року середньорічні значення GPP областей цієї групи не зазнають значних коливань, хіба що на Сумщині у 2002 році спостерігається певне зниження цього показника. Після 2004 року різку варіабельність крім Сумщини можна побачити ще й на лініях динаміки річного GPP Київщини та Вінниччини. У 2004 р. практично всі ці області демонструють майже однаковий показник GPP (0,816-0,824 кг С/м²). Так на зведеному графіку формується своєрідний «вузол», трохи нижче якого знаходиться Черкаська область зі своїм показником середньорічного GPP за 2004 р., що становить 0,785 кг С/м². Лінія динаміки GPP цієї області є свого рожу межею, кордоном, що відділяє другу групу областей від решти адміністративних одиниць із порівняно нижчим значенням GPP.

Третя група, графіки якої розташовуються нижче лінії GPP Черкащини, має помірні значення GPP, які, як правило, не перевищують 0,8 кг С/м² і коливаються від 0,487 кг С/м² на Запоріжжі у 2007 р. до 0,808 кг С/м² на Харківщині у 2005 р. Це найчисленніша за кількістю областей група, до якої належать крім південних та східних ще й три центральні: Дніпропетровська, Кіровоградська та Полтавська (всього десять адміністративних одиниць). Лінії динаміки GPP цих областей мають виразну ламану форму впродовж всього періоду спостережень, що свідчить про чітку залежність валової продуктивності цієї частини України від рівня забезпечення водними ресурсами під час періоду вегетації рослинності. При нестачі вологи показники GPP падають (посушливі 2002, 2003, 2007 рр.), а у сприятливі роки (2001, 2004, 2008 рр.) – зростають. Найбільший діапазон коливань GPP спостерігається для Одеської області (від 0,571

кг С/м² у 2007 р. до 0,859 кг С/м² у 2010 р.), причому на графіку добре помітно, що у 2004-2006, 2008 та 2010 рр. параметри GPP Одещини перевищують значення, властиві іншим областям цієї групи, і навіть пересікають лінію динаміки GPP Черкащини.

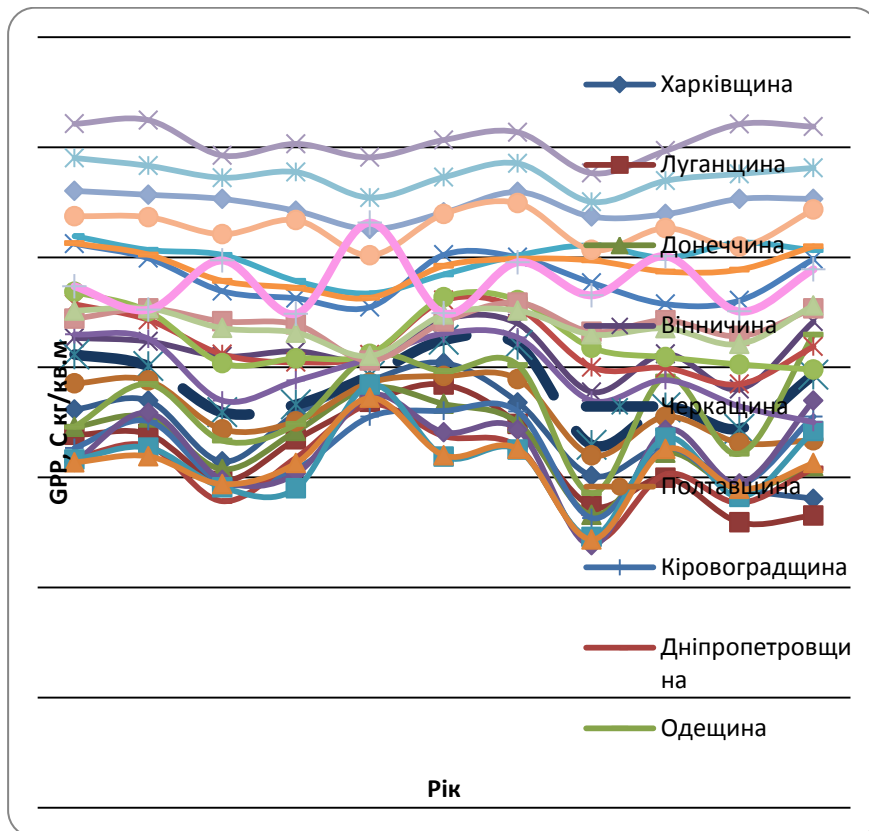


Рис. 5. Середньорічні значення GPP областей України та АР Крим

Особливої уваги заслуговує поведінка середньорічних значень GPP в межах **АР Крим**. Тільки у 2003 та 2005 рр. показники GPP тут опускались ненабагато нижче від 0,9 кг С/м² (відповідно 0,897 та 0,898 кг С/м²). В інші роки значення GPP знаходяться в тій же частині малюнка, де розташовані лінії динаміки переважної кількості західних областей.

Проте, хоча за більшістю значень GPP ця територія і належить до першої групи областей, але через наявність степових екосистем вона є досить чутливою до погодних умов і лінія динаміки її середньорічних значень GPP є зигзагоподібною.

Вище описані відмінності параметрів GPP показано на карті України (рис.6).



Рис. 6. Поділ території України на частини згідно з середньорічними обласними показниками GPP за 2000-2010 рр.

Умовні позначення: 1 – високопродуктивна, 2 – нормально продуктивна, 3 – АР Крим, високо варіабельна, високопродуктивна, біле тло – помірно продуктивна частина території України.

При зіставленні рисунків 2 і 6 слід відзначити незбіжність географічно-адміністративного поділу України з її різними за продуктивністю частинами. Зокрема, високопродуктивна частина формується за рахунок західних областей (за винятком Тернопільської та Хмельницької) та північної Житомирської області. Практично більша частина Поділля (Тернопільська, Хмельницька та Вінницька області) разом з рештою північних областей та центральною Черкаською областю складають нормально продуктивну частину території України. А інші адміністративні області (три центральні – Полтавська, Кіровоградська та Дніпропетровська, східні та південні без АРК) належать до помірно продуктивної частини території держави. Окремо виділено територію АР Крим, що зумовлено особливостями поведінки її середньорічних значень GPP, про які вже йшлося вище.

ОБГОВОРЕННЯ

Отже, нами було встановлено, що за даними MOD 17 значення GPP на території України впродовж 11 років коливаються в діапазоні від 0,487 кг С/м² на Запоріжжі у 2007 р. до 1,25 кг С/м² на Закарпатті у 2001 р. Для порівняння ці цифри зіставлено з отриманими за допомогою цього ж продукту і усередненими за три роки (2001-2003 рр.) річними показниками валової первинної продуктивності для різних типів земної поверхні планети [7]. В цій публікації Zhao M. зі співроб. повідомляють, що сільськогосподарським землям та зімкнутим

чагарникам властиві значення GPP відповідно 721 і 868 г С/м², мішаним лісам – 1125 г С/м², а листопадним широколистяним лісам – 1366 г С/м². Для неущільнених чагарників та пасовищ характерні показники GPP нижче 400 г С/м². Оскільки більша частина території України має середньорічні значення GPP між 0,6 – 1 кг С/м², то це свідчить про переважання тут агроландшафтів та зімкнутих чагарникових насаджень. Отримані значення узгоджуються з дійсністю, бо відомо, що сільськогосподарські угіддя України становлять 69% усієї земельної площі [8]. Ділянки, де середньорічні значення GPP перевищують 1 кг С/м², відповідають лісовкритим площам країни.

Отримана нами карта (рис.6) має ознаки схожості з картою розподілу середньої тривалості вегетаційного періоду за період 1961–1990 рр. (рис.7), складеною фахівцями Інституту економіки та прогнозування НАНУ у співпраці з Міжнародним Інститутом прикладного системного аналізу (IIASA) [9]. Зокрема ними було виконано дослідження земельного потенціалу України за методологією агроекологічного зонування (АЕЗ), яка дозволяє кількісно оцінити продуктивність різних типів землі для різних сільськогосподарських культур і систем організації виробництва. В рамках цього дослідження на основі середніх кліматичних даних територіального розподілу опадів та суми активних температур період 1961–1990 рр. було створено карту просторового розподілу тривалості доступного періоду вирощування для всієї території України (рис.7).

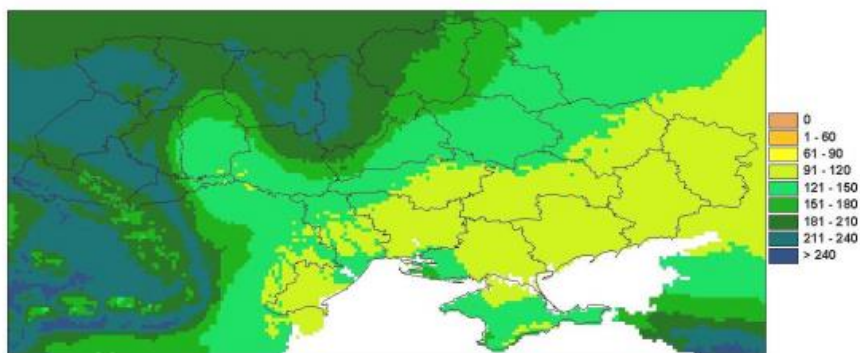


Рис. 7. Карта розподілу середньої тривалості вегетаційного періоду (днів) за період 1961–1990 рр. [9].

Як зазначають автори, західні і північно-західні регіони, практично вся Житомирська і Київська області характеризуються у середньому найбільш тривалим вегетаційним періодом, сприятливим для землеробства – 210–240 і більше днів. Водночас, більшість території

країни характеризується вегетаційним періодом, який триває близько 120–150 днів. Починаючи з південного сходу Одеської області, через Миколаївську і Херсонську області і далі на схід простягається широка смуга територій з найменшим вегетаційним періодом довжиною 90–120 днів. На крайньому сході вона охоплює всю Донецьку і Луганську області.

Як бачимо, регіони з тривалим вегетаційним періодом майже відповідають високопродуктивній частині території, за винятком Київської та Тернопільської областей. Ці дві області в XXI ст. за даними середньорічних показників GPP формують перелік областей з нормальною продуктивністю, що відповідає тривалості вегетаційного періоду 120–150 днів. В той же час Полтавська та Харківська області на підставі GPP за MOD 17 демонструють більшу схожість зі степовими регіонами держави, де довжина вегетаційного періоду становить 90–120 днів. Отже, при зіставленні рис.6 та 7 простежується як схожість між загальною конфігурацією частин України стосовно поділу території на три частини за показниками валової первинної продуктивності та за тривалістю вегетаційного періоду, так і деякі відмінності в розмірах окремих з цих частин. Отриману подібність можна обґрунтувати спираючись на відомий факт про те, що основними екологічними чинниками, які пояснюють різницю між екосистемами в засвоєнні вуглецю, є тривалість часу, впродовж якого складаються умови, придатні для фотосинтезу, та ґрунтові ресурси (вода, поживні речовини), доступні для формування та забезпечення функціонування площі листкової поверхні рослинності в конкретній екосистемі [10]. Відмінності, в першу чергу, пов'язані з різним відтинком часу, який брався до аналізу: Міщенко Н. М., Гуменюк К. [9] склали його для періоду 1961–1990 рр., а наші дослідження GPP за MOD 17 стосуються новітнього періоду 2000-2010 рр. Крім того, якби наші дослідження проводились не на рівні області, а на рівні адміністративних районів, то можна було б отримати більш детальну карту мінливості показників продуктивності.

ВИСНОВКИ

Таким чином, на підставі аналізу динаміки середньорічних значень GPP обласних адміністративних одиниць України впродовж 11 років можна зробити такі висновки.

1. За величиною показників первинної валової продуктивності територія України розділяється на три частини:

- високопродуктивна зі середньорічними значеннями GPP від 0,9 до 1,25 кг С/м²;
- нормально продуктивна зі середньорічними значеннями GPP від 0,7 до 0,9 кг С/м²;
- помірно продуктивна зі середньорічними значеннями GPP від 0,5 до 0,85 кг С/м².

2. Високопродуктивні області на відміну від інших мають меншу міжрічну варіабельність показників, за винятком АР Крим. Водночас помірно- та нормально продуктивні частини України демонструють порівняно великі міжрічні коливання показників GPP, особливо це справедливо для південних та східних областей.

Для того, щоб отримані дистанційно значення первинної продуктивності розглядати як такі, що характеризують рівень поглинання вуглекислого газу рослинним покривом, слід аналогічно вивчити варіабельність показників NPP, котрі формуються з урахуванням витрат органіки на дихання самих продуцентів, що планується здійснити в наступних роботах.

Публікація містить результати досліджень, проведених при грантовій підтримці Державного фонду фундаментальних досліджень за конкурсними проектами N Ф64/25-2015 і N Ф64/20-2016, та за підтримки Інноваційного центру НАН України.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Сахацький О. І., Жолобак Г. М. Дослідження валової первинної продуктивності основних сільськогосподарських культур центральних та південних областей України з використанням супутникового продукту MOD17 // Доповіді НАНУ. – 2015, №10.– С.40-48.
2. Zhao M., Running S., Heinsch F.A., Nemani R.R. MODIS-Derived Terrestrial Primary Production In: Land Remote Sensing and Global Environmental Change: NASA's Earth Observing System and the Science of ASTER and MODIS – Springer Science+BusinessMedia,LLC.– 2011 – P. 635-660.
3. Pan S., Tian H., Dangal S. R. S. et al., Modeling and Monitoring Terrestrial Primary Production in a Changing Global Environment: Toward a Multiscale Synthesis of Observation and Simulation // Advances in Meteorology.–V. 2014, Article ID 965936, 17 p.– 2014. Режим доступу <http://www.hindawi.com/journals/amete/2014/965936/cta/>
4. Мовчан Д.М. Оцінка динаміки параметрів лісового покриву на території України (Західне Полісся) на основі даних дистанційного

- зондування. // Космічна наука і технологія. – 2013, Т. 19, № 4. – С. 29–43.
5. Костюченко Ю.В., Мовчан Д.М., Артеменко І.Г., Білоус Ю.Г. Оцінка невизначеностей при визначенні продуктивності рослинного покриву та формуванні вуглецевого балансу територій за даними ДЗЗ // Геоінформатика. – 2013, №3. – С. 67-75.
 6. Звіт про науково-дослідну роботу “Розроблення сценаріїв зміни кліматичних умов в Україні на середньо- та довгострокову перспективу з використанням даних глобальних та регіональних моделей” – К., 2013.– Режим доступу <http://uhmi.org.ua/project/rvndr/climate.pdf>
 7. Zhao M. S., Heinsch F. A., Nemani R. R., Running S. W. Improvements of the MODIS terrestrial gross and net primary production global data set // Remote Sensing of Environment 2005.– V. 95 N 2– P. 164–176.
 8. Екологічні проблеми землеробства / І.Д. Примак, Ю.П. Манько, Н.М.Рідей [та ін.]; За ред..І.Д.Примака.– К.: Центр учбової літератури, 2010.– 456 с.
 9. Міщенко Н. М., Гуменюк К. В. Оцінка потенціалу сільськогосподарських земель України за методологією агроекологічного зонування ФАО / Економіка і прогнозування. - 2006. - № 4. - С. 55-75.
 10. Chapin, F. Stuart (Francis Stuart), III Principles of terrestrial ecosystem ecology / F. Stuart Chapin III, Pamela A. Matson, Harold A. Mooney.– New York : Springer-Verlag – 2002 – 392 s.

ІНТЕГРОВАНА ОЦІНКА РИЗИКІВ ЗАБРУДНЕННЯ ВОДИ З ВИКОРИСТАННЯМ СУПУТНИКОВИХ ДАНИХ В РАМКАХ МУЛЬТИ-МОДЕЛЬНОГО ПІДХОДУ

В.І. Лялько, Ю.В. Костюченко, М.В. Ющенко, І.Г. Артеменко,
І.М. Копачевський

Науковий центр аерокосмічних досліджень Землі ІГН НАН
України

Ключові слова: якість води, гідроекологія, соціально-екологічний ризик, супутникові спостереження, багатомодельний підхід

ВСТУП: ОЦІНКА ЯКОСТІ ВОДИ В КОНТЕКСТІ УПРАВЛІННЯ РЕСУРСАМИ

Сучасний розвиток прикладної математики та обчислювальних методів дозволяє формувати і розв'язувати нові задачі, в першу чергу у галузі контролю і теорії прийняття рішень, включаючи завдання, спрямовані на управління ризиками та контроль безпеки. Можна використати нові типи даних та нові інструменти моніторингу, можна аналізувати більш широкі сфери людської діяльності та життя. Оскільки інноваційні технології повинні сприяти підвищенню якості життя, важливим завданням є використання прикладних обчислювальних методів, спрямованих на оцінку ризиків та загроз, пов'язаних з погіршенням стану довкілля.

Забруднення води є однією з найбільших екологічних проблем, а також пов'язані з нею забруднення ґрунту та повітря. Нітрати є одним із найбільш поширених забруднювачів у поверхневих та підземних водах. Основним джерелом підвищеної концентрації нітратів в ґрунтових і поверхневих водних об'єктах є дифузне забруднення ґрунтів і повітря від сільськогосподарських робіт та тваринництва [1]. Азот є життєво важливим поживним елементом для рослин, що мотивує інтенсивне використання добрив для підвищення продуктивності рослин. Але збільшення використання добрив також має соціальні та екологічні наслідки. Добрива погіршують якість води,

що викликає економічні та екологічні проблеми. У минулому столітті автоматизація сільського господарства та впровадження високопродуктивних культур сприяли використанню добрив, збільшенню концентрації нітратів в ґрунтових водах.

У деяких випадках, коли через природні та штучні обставини застосування азоту перевищує попит і здатність денітрифікувати ґрунт, азот може проникати у воду, як правило, як нітрат.

В Європі середнє використання азотних добрив становить 70 кг/га [2]. У деяких районах з інтенсивним зрошенням концентрації нітратів у водних об'єктах коливається в межах 50-100 мг/л [3]. Моніторингові дослідження в Україні свідчать, що приблизно 50% підземних вод мають концентрацією нітратів більше 50 мг/л і 70% більше 25 мг/л. Азот з сільськогосподарських джерел складає від 50 до 80% нітратів, що надходять у води Європи [1].

Тому оцінка забруднення води та якості води є невідкладним завданням соціально-екологічної безпеки. У цьому контексті, з точки зору прикладної математики, найбільш поширеною є проблема неконтрольованої невизначеності.

Дуже легко контролювати один обраний параметр з необхідною точністю. Але, якщо нам доведеться керувати великим набором просторово розподілених параметрів на тривалих проміжках часу, критично зростають невизначеності - як алетаторичні, так і епістемічні. Це типова ситуація для аналізу якості води, де потрібно контролювати широкий діапазон параметрів одночасно. У цій ситуації прийняття рішень та аналіз ризиків є складними завданнями [4].

Є кілька методів контролю невизначеності, включаючи невизначеності, що створюються складними мультифізичними системами [5]. Але також може бути сформульоване завдання щодо використання методу обчислення для оцінки ризику з обмеженим набором параметрів. У таких випадках ми можемо зменшити кількість керованих змінних, не забуваючи про системні процеси, рушії та зворотні зв'язки.

Такий підхід має включати формулювання коректної методології, метод вибору змінних, метод вибору показників та метод оцінки ризику з обмеженим набором параметрів.

Цей розділ присвячено оцінці ризику забруднення вод та аналізу якості води за допомогою даних супутникового спостереження водних об'єктів, ґрунтового покриву та перенесення забруднювачів у повітрі у широкому контексті надійного управління ресурсами.

У цьому контексті запропонований підхід спрямований на оцінку обсягу доступних водних ресурсів по відношенню до наявних. Відмінності між цими двома обсягами визначаються забрудненням. На наступному етапі дослідження слід оцінити об'єм використовуваних водних ресурсів. Обсяг використаних ресурсів залежить від технологій, що застосовуються для споживання води.

МЕТОДОЛОГІЯ: МУЛЬТИМОДЕЛЬНИЙ ПІДХІД

Оцінка ризиків на основі використання обмежених наборів параметрів, отриманих з різних джерел з різними рушіями, масштабами та природою, є нетривіальною та актуальною задачею.

Для її вирішення, перш за все, необхідно розглянути проблему застосування моделей до вибору оптимального набору показників дистанційного зондування в задачах оцінювання ризику [6, 7,46].

На початковому етапі процес формування прогнозу повинен базуватися на безлічі початкових припущень, виражених вектором x ($x = (x^1, x^2, \dots, x^s)$). Це можуть бути апріорні припущення, спостережувані чи виміряні значення.

Наступним кроком є моделювання: модель перерахування цих значень в групу основних гідрологічних, біофізичних та кліматологічних серій ($F(x, \varepsilon, y) = 0, (x, \varepsilon) \rightarrow y$), зібраних у вектор y . Далі, спираючись на інформацію з пари (x, y) , ми обчислюємо значення для переліку параметрів, згрупованих у те, що називається вектором моделей на основі супутникових індикаторів: $z = (z^1, z^2, \dots, z^s)$ ($z^s = g^s(x, y), (x, y) \rightarrow z^s$).

В результаті інтегрованого моделювання параметри підсумовуються в триплет (x, y, z) . Цей комбінований вектор є вихідною точкою для моделювання соціально-економічних, соціально-екологічних параметрів та показників ризику (рис.1).

Зазвичай ми розглядаємо групу моделей S на основі супутникових даних, позначених міткою $s \in \{1, 2, \dots, s\}$. Кожне з цих рівнянь таке, що ендогенні змінні z^s можна отримати як явне відображення змінних ядра $z^s = g^s(x, y)$.

Супутникова модель може бути концептуально представлена рядками часу (x, y, z) , які визначатимуть поведінку z_t^s , із залишковим членом μ_t^s :

$$z_t^s = f(x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-L}, y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-L}, z_{t-T}^s, \mu_t^s). \quad (1)$$

Показник z_t^s є єдиною змінною в лівому боці рівняння, відносини в моделі є односпрямованими: від (x, y) до z . Таким чином, проста серія супутникових даних базової моделі формально дозволяє не взаємодіяти з іншими супутниковими змінними, ані будь-яким зворотним зв'язком між z_t^s і основними припущеннями в (x, y) [8], тому ми можемо використовувати цю методологію, використовуючи як окремі, так і взаємопов'язані показники.

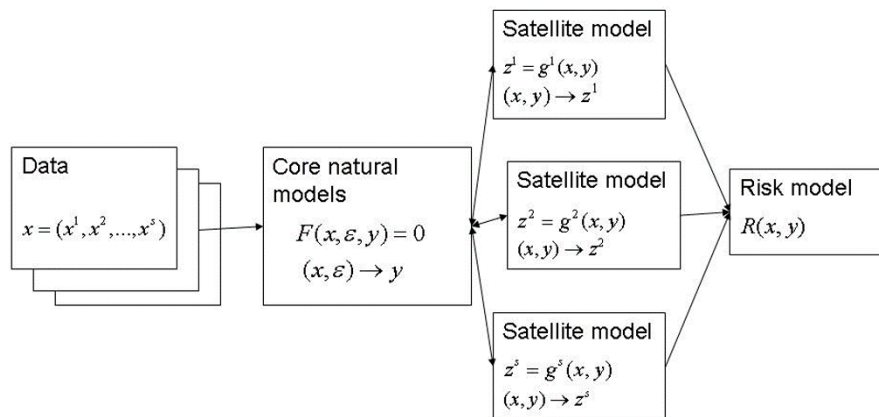


Рис. 1. Багатомодельний підхід до оцінки соціально-екологічних ризиків

Традиційні моделі часових серій, такі як авторегресійні середні моделі, є гарними прикладами моделей на основі супутникових даних. Можна застосувати ряд стандартних методологій (наприклад, нелінійну авторегресійну екзогенну модель), щоб знайти найбільш зручну модель процесу створення даних для даного показника ризику Z_t :

$$Z_t = c + \sum_{l=0}^N \beta_l X_{t-l} + \sum_{l=0}^P \rho_l Y_{t-l} + \sum_{l=1}^L \delta_l Z_{t-l} + \sum_{k=0}^K \theta_k \varepsilon_{t-k}, \quad (2)$$

де Z_t є супутникова змінна, X_t це вектор початкових екзогенних змінних ядра, Y_t - вектор серії параметрів шару основних змінних, і ε_t це значення стохастичної помилки. Параметри c , β , ρ , δ невідомі і мають бути оцінені.

Однак, авторегресійні моделі часто призводять до неявного впливу деяких драйверів на цільову змінну. Таким чином, загальною та рекомендованою практикою є виключення авторегресійних умов з

додаткових рівнянь [9]. Тому залежно від метрики ризику Z_i та типу додаткової змінної може бути застосована інша форма рівняння (2). Наприклад, для аналізу ризику, пов'язаного з кліматом, може бути застосований підхід, оснований на вивченні зв'язків [10].

Ключовим аспектом розробки супутникової моделі є варіант вибору, спрямований на те, щоб визначити, які основні рушії найкраще пояснюють динамічну поведінку досліджуваної соціально-екологічної змінної ризику [11]. Відповідно до сучасних принципів наук про Землю пропонується підхід до відбору змінних ґрунтується на поєднанні екології, кліматології, гідрогеології, гідрології та геостатистики як розгляду статистичних властивостей оціночної моделі [12, 46].

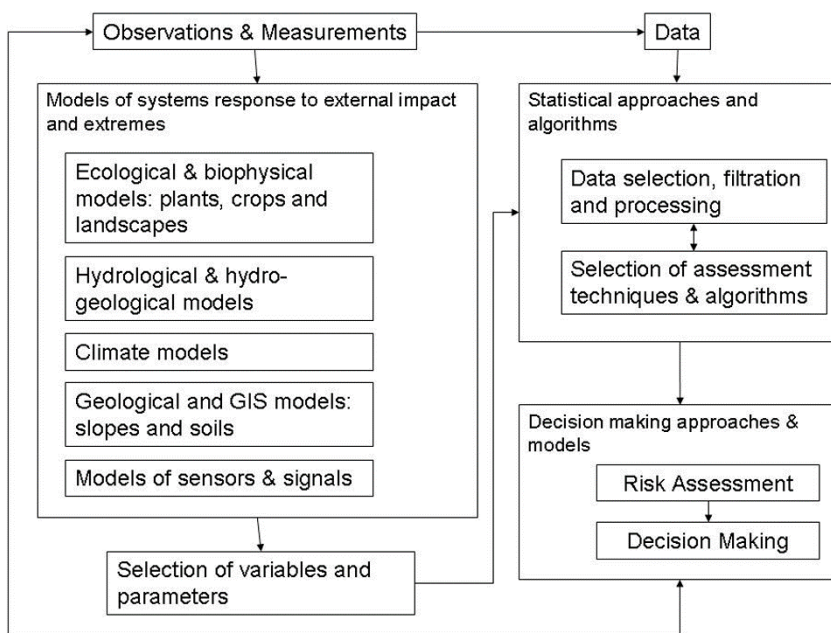


Рис.2. Використання даних у рамках підходу для моделювання для оцінки соціально-екологічних ризиків

Моделі, побудовані з використанням чистих методів отримання даних або принципів, таких як машинне навчання, нейронна мережа тощо (хоча вони можуть добре відповідати наявним даним), найчастіше є невдалими при змінах зовнішнього середовища, оскільки не мають теоретичного підґрунтя. Найкращі аналітичні та прогнозні моделі використовують поєднання статистичної строгості з фізичними принципами [10]. Отже, пропонується моделі об'єднують геоекологічні

моделі з статистичною оптимізацією (рис.2). Моделі, побудовані таким чином, мають додаткову перевагу простоти інтерпретації.

Процес розробки супутникової моделі полягає у виборі оптимальних екзогенних рушіїв X_t , Y_t у рівнянні (2) з набору потенційних рушіїв. Коли остаточна модель буде обрана та оцінена, умовні динамічні прогнози Z_t будуть генеруватися з урахуванням множин кінцевих оцінок параметрів та прогнозів основних змінних з першого етапу (рис. 2). Останній крок полягає в тому, щоб перевірити остаточну модель у вибірці.

Процедура вибору оптимальних рушіїв полягає в наступному. Потенційні рушії визначаються на підставі відповідної теорії та забезпечуються калібрувальними вимірюваннями або припущеннями. Це гарантує, що ми отримаємо найбільш надійну та прогнозовану модель, доступну з перевірених змінних. Щоб уникнути переобладнання моделі, бажано вибрати незв'язані керуючі рушії. Вибрані рушії мають бути значними на звичайному рівні та мати відомі параметри розподілу. Щоб отримати необхідний розподіл, слід застосувати процедуру регуляризації [12]. Остаточні моделі, обрані процедурою пошуку, розглядаються для узгодженості з початковими припущеннями.

Отже, проблема полягає у виборі змінних для кожного типу моделі $(x, \varepsilon) \rightarrow y$, пошуку відповідного типу формальних взаємовідносин $(x, y) \rightarrow z^s$ між фізичним та спостережуваним змінними параметрами та розробці загального розподілу для кожного досліджуваного типу ризику (2). Тут також слід окремо розглянути проблему регуляризації початкових розподілів змінних [12].

Після того, як ми отримаємо розподіл параметрів, що визначають стан системи, нам необхідно оцінити розподіл ризику та прийняти управлінські рішення.

МОДЕЛІ ОЦІНКИ РИЗИКІВ І ПІДТРИМКИ РІШЕНЬ

На основі отриманих наборів показників можна запропонувати методологію оцінки ризику на основі оптимальних рішень [5].

В рамках завдання оцінки ризиків та управління ризиками, на відміну від класичного прикладу управління ресурсами, як кількісні характеристики слід використовувати зменшення або незростання втрат. Змінні, які впливають на характеристики системи управління (або системи прийняття рішень), можуть бути такими, на які ми

можемо впливати (контрольовані), або незалежні від нашого впливу (некеровані). Таким чином, контрольовані змінні - це параметри прийняття рішень під впливом інформації (вхідних даних) на поведінку некерованих змінних. Аналіз ефективності повного процесу збору, обробки, інтерпретації інформації про вивчену систему, прийняття рішень, аналіз відповідності системи рішенням можна розглядати як частину формалізації "інформаційної відповіді".

Така формалізація може бути зроблена наступним чином [13]: визначити як $I(x,y,z)$ (імовірно стохастичну) інформацію, отриману з прямих (польових) вимірювань, спостережень та моделей прогнозів; $H_I(i|\theta)$ - це функція розподілу ймовірностей і де θ - стан вивченого природного об'єкта або системи. Загалом, стан системи не можна точно визначити, і таким чином ми повинні визначити відповідний розподіл імовірності $p(\theta)$ і розподіл $H_I(i|\theta)$, який описує апріорну неповноту доступної інформації про вивчену систему.

Створення та реалізація управлінських рішень формалізується як відповідь на вхідну інформацію як функцію прийняття рішень $d(I)$. Класичний підхід припускає, що у випадку певної конкретної стратегії прийняття рішень в умовах постійного стану природних систем, θ або з певною зміною цього стану, втрати визначаються як $l(d(I), \theta)$. Для функціонування рішення очікувані втрати або ризики, пов'язані з розробкою небезпечних процесів, пов'язані з прийняттям управлінських рішень на основі отриманої інформації, можуть бути описані як:

$$R(I, d) = R[H_I(\bullet), d, d] = \iint l(d(i), \theta) dH_I(i|\theta) p(\theta) d\theta. \quad (3)$$

Цей ризик мінімізується оптимальною функцією прийняття рішень d^* , що має назву функції рішення Баєса, і визначається інформацією I :

$$R(I(z^s), d^*) = \min_{d(i)} \iint l(d(i), \theta(x, y)) dH_I(i|\theta) p(\theta) d\theta. \quad (4)$$

Таким чином, ризик - це просто функціональна функція рішення. Важливо, щоб мінімізація втрат вимагала наміру повноти інформації про досліджувану систему, тобто визначення станів θ , для кожного з яких можна визначити розв'язок $\{a\}$ (які складають набір можливих рішень або адміністративних дій A).

Давайте розглянемо реалізацію набору даних (інформація, отримана з прямих вимірів (поля), спостережень та модельні прогнози) i^* , яка оптимізує функцію прийняття рішення d^* і мінімізує

відповідний ризик, тому номінально робить інформацію (I) формально завершеною (I^*)

З офіційної точки зору, $I^* \equiv I$ (інформація номінально повна), якщо існує функція $\phi(i)$, що коли $H_I(i|\theta) \neq 0$, $\theta = \phi(i)$. Іншими словами, повнота формально означає, що існує єдиний стан вивченого природного об'єкта або системи, що відповідає всім набором даних - окрема реалізація інформації I . Це означає, що ми повинні розробити набір моделей $(x, \varepsilon) \rightarrow y$, які експлуатували набір параметрів $(x, y) \rightarrow z^s$, який можна контролювати певними технологічними інструментами в рамках стійкої методології вимірювання. У нашому випадку ці вимоги відповідають даним і методам супутникового спостереження поверхні Землі z_i^s .

У описаному випадку функція оптимального рішення може бути визначена наступним чином:

$$d^*(i^*) = b, l(b, \phi(i^*)) = \min_a l(a, \phi(i^*)). \quad (5)$$

Тоді, при оптимальному функціонуванні рішення та номінально повної інформації про досліджувану систему, ризик буде визначатися як:

$$R(I^*, d^*) = \int_{a \in A} \min l(a, \theta) p(\theta) d\theta. \quad (6)$$

Для кожного випадку слід описувати моделі, спрямовані на аналіз поведінки розподілу $H_I(i|\theta)$ та $p(\theta)$, і тому до визначення реалізації i^* множини I . Як оптимальну функцію рішення в цьому підході можна використовувати стохастичний [14], Байєсівський [15] або нечіткі оператори, [16, 17] в залежності від завдання, доступності даних та властивостей їх розподілу.

Розглянутий комплекс аналітичних моделей спрямований на розрахунок унікального набору параметрів, які повинні бути отримані з визначених систем спостереження, використовуючи визначені інструменти обробки та інтерпретації даних. Рівняння (6) дозволяє оцінити розподіл ризику стихійних лих, а також створити підвалу для системи прийняття рішень щодо управління ризиками.

Як було показано в роботах [7, 17, 46, 47], моделювання геосистем повинно бути невід'ємною частиною як методів інтерпретації дистанційного зондування, так і систем оцінки ризику на основі використання даних дистанційного зондування. Це вимагає підвищення рівня наших знань у галузі наук про Землю, а також

збільшення вимог у сфері прийняття рішень. Нові виклики визначають нові методологічні вимоги.

По-перше, запропонована методика дозволяє розширити проблему визначення використання супутникових спостережень у завданнях соціально-екологічної безпеки. На додаток до традиційного статистичного аналізу, спрямованого на виявлення змін поверхні, можна аналізувати та прогнозувати стан досліджуваних систем, спираючись на моделі геосистем.

Це, безумовно, розширює обсяг та сферу застосування підходу та може позитивно вплинути на надійність результатів, отриманих завдяки використанню різних джерел даних.

По-друге, запропонована методологія включає зворотний зв'язок між управлінськими рішеннями та станом системи. Таким чином, передбачається, що стан системи залежить від спостерігача: ризики залежать від прийнятого рішення та впливу на управління (минулого, поточного та запланованого) системи.

Це може позитивно впливати на ефективність управлінських рішень та на якість оцінки ризиків [18].

ОСНОВНІ ПРИРОДНІ МОДЕЛІ: ФОРМУВАННЯ ТА ПЕРЕНЕСЕННЯ ЗАБРУДНЕНЬ

На основі описаної загальної методології моделювання для досліджуваної проблеми можна запропонувати проблемно-орієнтований багатомодельний підхід (рис.3).

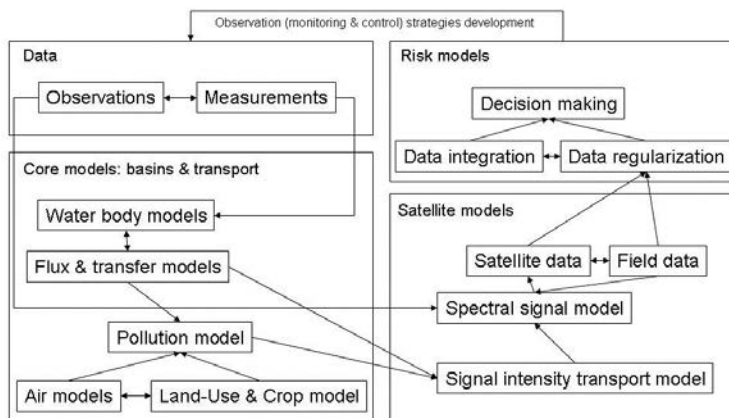


Рис. 3. Проблемно-орієнтований багатомодельний підхід до оцінки ризику якості води

Основні моделі повинні включати моделі водних об'єктів і потоків, орієнтованих на аналіз переносу забруднення та моделювання гідрохімічного балансу в водних екосистемах. Крім того, слід розглянути моделі забруднення навколишнього середовища, включаючи викиди у повітряний простір та забруднення сільськогосподарських угідь. Набір змінних, що описують якість води, є результатом цього етапу аналізу. Моделі супутникових даних повинні включати моделі формування сигналів та аналіз зв'язків між супутниковими та наземними даними. Набір основних моделей на основі вибраних показників є результатом цього етапу моделювання. Моделі ризику повинні бути спрямовані на побудову алгоритму оцінки ризику з використанням набору вибраних показників.

Модель водного тіла: загальна модель просторово розподіленої водної екосистеми

Нехай визначаємо $c(x, y, z, t)$ як концентрацію просторово розподіленої матерії. Загальне математичне подання динаміки речовини j буде описано наступним рівнянням:

$$\frac{\partial c_j}{\partial t} = F_j(c_1, c_2, \dots, c_n, x, y, z, t) + D \left(\frac{\partial^2 c_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_j}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (V_x c_j) - \frac{\partial}{\partial y} (V_y c_j) - \frac{\partial}{\partial z} (V_z c_j), \quad (7)$$

де V_x, V_y, V_z - компоненти вектору швидкості.

Система $\frac{\partial c_j}{\partial t} = F_j(c_1, c_2, \dots, c_n, t)$ з $j = 1, 2, \dots, n$ - точна модель з розподіленими параметрами; функція $F_j(c_1, c_2, \dots, c_n, x, y, z, t)$ може бути лінійною або нелінійною з змінними коефіцієнтами залежно від часу t .

Загальна модель потоків та транспортування забруднень в екосистемі

Нехай аналізуємо об'ємний елемент вивченої середовища $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ (рис.4)

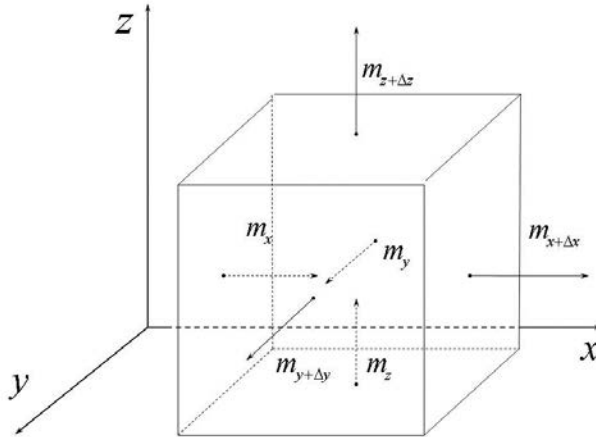


Рис. 4. Передача забруднень у водному середовищі

Маса переміщуваного забруднення речовин через одиницю площі в одиницю проміжку часу вздовж (Ox) , (Oy) та (Oz) складають відповідно m_x , m_y та m_z . Тому ми можемо записати наступне рівняння:

$$m_x = -D \frac{\partial c}{\partial x}, \quad m_y = -D \frac{\partial c}{\partial y}, \quad m_z = -D \frac{\partial c}{\partial z}, \quad (8)$$

де m_x , m_y , m_z - щільність потоку, D - коефіцієнт дифузії.

Якщо наше середовище змінюється зі швидкістю $V(V_x, V_y, V_z)$, ми можемо написати:

$$m_x = cV_x - D \frac{\partial c}{\partial x}, \quad m_y = cV_y - D \frac{\partial c}{\partial y}, \quad m_z = cV_z - D \frac{\partial c}{\partial z}, \quad (9)$$

де V_x , V_y , V_z є компонентами вектору швидкості.

У об'ємі частки $\Delta W = \Delta x \Delta y \Delta z$ за часовий інтервал Δt буде відкладатися маса:

$$\Delta M = -\frac{\partial m_x}{\partial x} \Delta W \Delta t - \frac{\partial m_y}{\partial y} \Delta W \Delta t - \frac{\partial m_z}{\partial z} \Delta W \Delta t. \quad (10)$$

Розподіл речовин у статичному середовищі буде описаний як:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right). \quad (11)$$

І в різноманітній обстановці наступним чином:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (V_x c) - \frac{\partial}{\partial y} (V_y c) - \frac{\partial}{\partial z} (V_z c). \quad (12)$$

Якщо ми прирівнюємо $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$, то статичний розподіл речовин статичний:

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} = 0. \quad (13)$$

І для різноманітного середовища:

$$D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (V_x c) - \frac{\partial}{\partial y} (V_y c) - \frac{\partial}{\partial z} (V_z c) = 0. \quad (14)$$

Якщо в навколишньому середовищі представлено джерело речовин G або хімічних або біологічних перетворень $F(c, x, y, z, t)$, ці рівняння будуть представлені наступним чином:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = F(c, x, y, z, t) + D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right), \quad (15)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = F(c, x, y, z, t) + D \Delta c - V_x \frac{\partial c}{\partial x} - V_y \frac{\partial c}{\partial y} - V_z \frac{\partial c}{\partial z}. \quad (16)$$

Модель водного та гідрохімічного балансу водних екосистем

У різноманітному водному середовищі існує багато способів транспортування речовин [19]. Нехай як D_x , D_y і D_z визначають компоненти коефіцієнта турбулентної дифузії. У цьому випадку відповідні компоненти потоку забруднюючих речовин з концентрацією $c(x, y, z, t)$ будуть визначені як:

$$V_x c - D_x \frac{dc}{dx}, V_y c - D_y \frac{dc}{dy} \text{ та } V_z c - D_z \frac{dc}{dz}. \quad (17)$$

Рівняння для транспортування неконсервативних речовин (забруднюючих речовин) у потоці води:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial c}{\partial x} - V_x c \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial c}{\partial y} - V_y c \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial c}{\partial z} - V_z c \right) - \alpha^* c + f(x, y, z, t), \quad (18)$$

де α^* - коефіцієнт швидкості осідання, $f(x, y, z, t)$ - внутрішні джерела та функція стоку.

Граничні умови можуть бути визначені як:

$$c(x, y, z, t_0) = c(x, y, z), \quad (19)$$

$$c(x, y, z, t) \Big|_{x=x_1} = c_1(y, z, t) \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=x_2} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial n} = 0, \quad (20)$$

де $x=x_1$ - зазвичай верхня ділянка водяного тіла, $x=x_2$ - нижня ділянка, n - зовнішня норма до поверхні.

У разі наявності напливу забруднюючих речовин з опадів:

$$\left[V_z c - D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]_{z=0} = c_{pr} q_{pr}, \quad (21)$$

де q_{pr} - випадання на одиницю площі водоймища, c_{pr} - концентрація забруднювача в атмосферних опадах.

У разі наявності забруднюючих речовин у донних відкладах, зокрема фільтрації підземних вод:

$$c(x, y, h_b, t) = c_f; \quad \left[V_z c - D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]_{z=h_b} = c_f v_f, \quad (22)$$

де c_f - концентрація забруднюючих речовин у ґрунтових водах; v_f - вертикальна складова вектору швидкості фільтрації підземних вод; (h_b) - глибина водоймища.

Щоб вирішити цю проблему, давайте розділимо наше середовище на n комірок. Для кожної комірки $i = 1, 2, 3, \dots, n$ досліджуваного середовища можна визначити: q^i, c^{ij} - флюс води з комірки (i) до комірки $(i + 1)$ і приведену концентрацію речовини j в комірці i ; $q^{i-1}, c^{i-1,j}$ - флюс води з комірки $(i-1)$ до комірки (i) , і приведена концентрація речовини j в комірці $(i-1)$; q_k^i, c_k^{ij} - флюс води з притоку (k) до комірки (i) і приведену концентрацію речовини j в комірці (i) , $(k=1,2,3,\dots,n_i;4)$; q_f^i, c_f^{ij} - проникнення ґрунтових вод із забруднювачем (j) та концентрації речовини (j) ; q_{pr}^i, c_{pr}^{ij} - випадання в комірку (i) із забруднювачем (j) та концентрацією (j) ; q_{wd}^i - попит на воду; q_{ev}^i - випаровування з комірки $(i-1)$; $m_{bs}^i(c^{ij}, c_{bs}^{ij})$ - маса речовини (j) у комірці (i) , що перевозиться з донних покладів, та її концентрація c_{bs}^{ij} ; α^{ij}, λ^j - коефіцієнти седиментації, хімічне та біологічне розкладання; $W^i(t), W_0^i$ - обсяг комірки (i) в момент t і початковий час $t = t_0$; $F^{ij}(c^{ij}, c_{hb}^{ij}, t)$ - функція масового обміну речовини (j) у комірці (i) з гідро-біотою; t - час.

Маса речовини (забруднювача) (j) ми можемо оцінити, використовуючи диференціальне рівняння:

$$\frac{dM^{ij}}{dt} = q^{i-1}c^{i-1,j} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_f^i c_f^{ij} + q_{pr}^i c_{pr}^{ij} + m_{bs}^{ij}(c^{ij}, c_{bs}^{ij}, t) - (q^i + q_{wd}^i)c^{ij} - (\alpha^{ij} + \lambda^j)W^i c^{ij} - F^{ij}(c^{ij}, c_{hb}^{ij}, t), \quad (23)$$

Маса речовини (j) також може бути виражена через об'єм і концентрацію води:

$$M^{ij}(t) = c^{ij}(t)W^i(t) = c^{ij}(t) \left(W_0^i + \left(q^{i-1} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_f^i + q_{pr}^i - q^i - q_{wd}^i - q_{ev}^i \right) t \right), \quad (24)$$

Отже, ми можемо обчислити:

$$\frac{dc^{ij}}{dt} = \frac{1}{W^i} \left(q^{i-1}c^{i-1,j} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_f^i c_f^{ij} + q_{pr}^i c_{pr}^{ij} + m_{bs}^{ij}(c^{ij}, c_{bs}^{ij}, t) - \left(q^i + q_{wd}^i + \frac{dW^i}{dt} \right) c^{ij} \right) - (\alpha^{ij} + \lambda^j)c^{ij} - f^{ij}(c^{ij}, c_{hb}^{ij}, t), \quad (25)$$

Також слід додати рівняння водного балансу комірки (i):

$$\frac{dW^i}{dt} = q^{i-1} + q_f^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{pr}^i - q^i - q_{wd}^i - q_{ev}^i. \quad (26)$$

Якщо q^{i-1} , q_f^i , q_k^i , q_{pr}^i , q^i , q_{wd}^i , - постійні, ми можемо інтегрувати:

$$W^i = W_0^i + \left(q^{i-1} + q_f^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{pr}^i - q^i - q_{wd}^i - q_{ev}^i \right) t. \quad (27)$$

А якщо $c^{i-1,j}$, c_f^i , c_k^i , c_{pr}^i також неперервні і диференційовані, а $m_{bs}^{ij} = f^{ij} = \alpha^{ij} = \lambda^{ij} = 0$, ми можемо інтегрувати:

$$c^{ij}(t) = c^{ij*} + (c_0^{ij} - c^{ij*}) \left(\frac{W_0^i}{W^i(t)} \right)^{\frac{q_{in}^i}{q_{in}^i - q_{out}^i}}, \quad \text{де } q_{in}^i = q^{i-1} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_f^i + q_{pr}^i, \quad \text{та}$$

$q_{out}^i = q^i + q_{wd}^i + q_{ev}^i$, c^{ij*} - рівноважні концентрації:

$$c^{ij*} = \frac{q^{i-1}c^{i-1,j} + q_f^i c_f^{ij} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_{pr}^i c_{pr}^{ij} + m_{bs}^{ij}}{q^{i-1} + q_f^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{pr}^i - q_{ev}^i}. \quad (28)$$

Якщо рівень води в досліджуваному тілі змінюється незначно, ми можемо запропонувати:

$$c^{ij}(t) = c_{\beta}^* + (c_0^{ij} - c_{\beta}^*) \exp\left(-\frac{1 + \beta^{ij} \tau_0^i}{\tau_0^i} t\right). \quad (29)$$

Де:

$$c_{\beta}^* = \frac{q^{i-1} c^{i-1,j} + q_f^i c_f^{ij} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_{pr}^i c_{pr}^{ij} + m_{bs}^{ij}}{(1 + \beta^{ij} \tau_0^i) \left(q^{i-1} + q_f^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{pr}^i - q_{ev}^i \right)}, \quad (30)$$

$$\tau_0^i = \frac{W_0^i}{q^{i-1} + q_f^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{pr}^i - q_{ev}^i}, \quad \beta^{ij} = \alpha^{ij} + \lambda^{ij}, \quad (31)$$

$$\alpha^{ij} \neq 0, \quad \lambda^j \neq 0, \quad \text{та} \quad f^{ij}(c^{ij}, c_{hb}^{ij}, t) = 0. \quad (32)$$

Ця модель має високу ефективність при аналізі гідрохімічного та водного балансу водних об'єктів [20].

Моделі дисперсії забруднення атмосферного повітря

Для оцінки ризиків та завдань з управління безпекою необхідно провести аналіз транспортування забруднюючих речовин в атмосфері. Існує багато способів аналізу розподілу атмосферних забруднень. Ключові математичні моделі забруднення атмосферного повітря та дисперсії забруднення описані в [21].

Розподіл забруднюючих речовин в атмосфері можна проаналізувати за допомогою моделей дисперсії частинок та моделей забруднення повітря [22].

Є кілька основних моделей дисперсії:

- Ейлерівська дисперсійна модель (чисельне рішення рівняння дифузії атмосфери);
- Гаусова модель дисперсії (концентрація забруднювача, що описується як гаусівський розподіл);
- Лагранжева дисперсійна модель (аналіз процесів у динамічному повітряному середовищі або імітація дисперсії з умовними частинками).

Моделі забруднення повітря можуть бути розділені на напівемпіричні (на основі емпіричної параметризації), стохастичні та імітаційні моделі. Для прогнозування розподілу забруднюючих речовин можна застосувати рівняння молекулярної та конвективної

дифузії. Це рівняння описує транспорт речовини в різних середовищах з певними обмеженнями кордонів.

У найпростішому випадку може бути застосована одномірна емпірична модель:

$$v(t) = \frac{dx}{d(t-t_0)}, \quad (33)$$

де v - швидкість забруднення, t - час від початкового моменту t_0 ; x - це координата.

Більш точні розрахунки можуть бути виконані за допомогою тривимірного параболічного рівняння (National Research Council, 1992):

$$Q(T, t) = \frac{\partial C(x, y, z^*, t)}{\partial t} + v(x, y, z^*, t) \text{grad}C(x, y, z^*, t) - \text{div}D\text{grad}C(x, y, z^*, t), \quad (34)$$

де C - концентрація, D - коефіцієнт турбулентного транспорту, t - час від початкового моменту t_0 , Q - інтенсивність джерела забруднення, v - швидкість забруднення; z^* - вертикальна координата зменшена до місцевості z_0 з урахуванням ефективною глибини рослинності, T - температура.

Модель забруднення: нітратне забруднення

Для аналізу забрудненням азоту потрібна модель забруднення, яка ґрунтується на розумінні циклу азоту в навколишньому середовищі (рис. 5) і, насамперед, на моделі врожайності (продуктивності рослин), оскільки сільське господарство є основним джерелом дифузного забруднення нітратами [23, 46, 47, 48].

Аналіз продуктивності рослин, що є необхідним для оцінки забруднення нітратами, може бути розрахований згідно з наступним рівнянням:

$$Y_{s,y} = a + b \cdot W_{s,y} + c \cdot W_{s,y}^2 + d \cdot N_{s,y} + e \cdot N_{s,y}^2 + f \cdot W_{s,y} \cdot N_{s,y}, \quad (35)$$

де $Y_{s,y}$ - врожайність з площі s протягом року y (кг/га), $W_{s,y}$ - вода, витрачена на культуру, розташовану на площі s (м³/га), і $N_{s,y}$ - добриво, яке застосовується для культури, розташованій на площі s (кг/га) протягом року. Коефіцієнти a, \dots, f відкалібровані (наприклад, методом найменших квадратів) за допомогою даних вимірювань у полі.

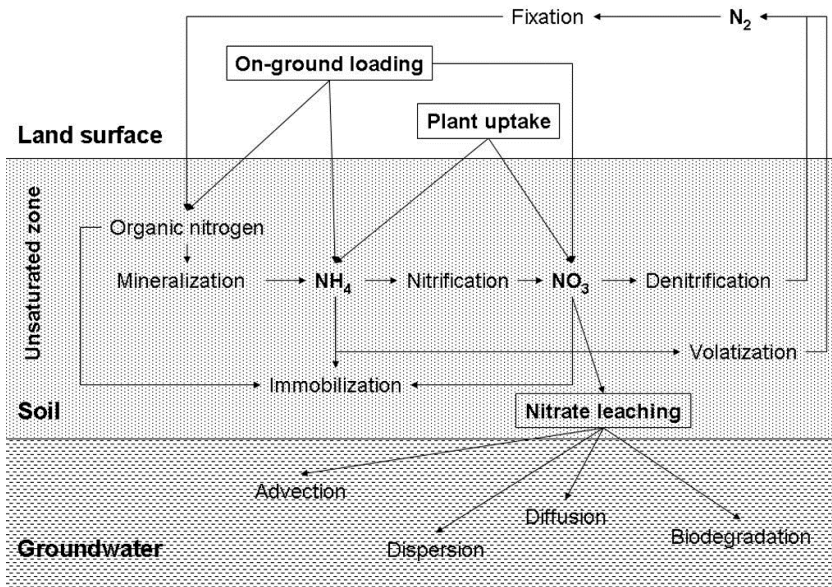


Рис. 5. Загальна модель циклу азоту.

Встановлено, що кількість вилугування, а отже, і кількість нітратів в ґрунтових водах залежить від термінів застосування добрив, рослинного покриву, пористості ґрунту, способу внесення добрив, швидкості зрошення [24]. Як тільки азот застосовується до рослин, він зазнає деяких перетворень. Після засвоєння та перетворення рослини частина цього азоту перетворюється в нітрат, який може просочитися до водоносного горизонту. Кількість виведеного азоту була введена в модель управління як квадратичні функції наступним чином:

$$L_{s,y} = g + h \cdot W_{s,y} + i \cdot W_{s,y}^2 + j \cdot N_{s,y} + k \cdot N_{s,y}^2 + l \cdot W_{s,y} N_{s,y}, \quad (36)$$

де $L_{s,y}$ - виведений азот (кг/га), а коефіцієнти g, \dots, l відкалібровані (наприклад, за допомогою методу найменших квадратів) за даними вимірювань. Нітрат, що вилучається в (кг/га), розбавляються зрошувальною водою, тому концентрація нітратів $cr_{s,x,y}$, що надходить у водоносний горизонт, становить:

$$cr_{s,x,y} = \frac{L_{s,x,y}}{r_{s,x,y}}, \quad (37)$$

де $r_{s,x,y}$ - вода, яка наповнює водоносний горизонт (мЗ/га) за період y , і $L_{s,x,y}$ - викид азоту з кожної площі s (кг/га) в період y . Підіндекс y в формулюванні відноситься до року в межах горизонту планування чи кількості послідовних років, в яких застосовується добриво. Вектор n елементів $cr_{s,x,y}$ відповідає концентрації протягом періоду управління y та місця розташування s .

А концентрація нітратів $\rho_{t,x,y}$ в момент t на площі s може бути розрахована як:

$$\rho_{t,x,y} = \alpha_0 + \alpha_1 \rho_0 + \alpha_2 \sum_{s,x,y} (A_{s,t} cr_{s,x,y} + \mathcal{G}_s) + \varepsilon, \quad (38)$$

де $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ - коефіцієнти регресії, ρ_0 - початкова концентрація, A_s - площа культивованих рослин; \mathcal{G}_s - коефіцієнтом інфільтрації, і ε - коефіцієнт невизначеності.

З точки зору соціально-екологічного контролю, цей алгоритм повинен бути частиною гідро економічного підходу, моделі оптимізації, яка повинна бути розроблена для визначення ефективного та безпечного розподілу добрив у сільському господарстві. Необхідно оцінити, коли і скільки зменшення добрив необхідно застосовувати, щоб відповідати стандартам навколишнього середовища (якість підземних вод) на спеціальних контрольних ділянках водоносного горизонту.

У рамках цієї гідро економічної моделі проблема зменшення забруднення повинна бути виражена як максимізація добробуту рослинницької промисловості з урахуванням обмежень, які контролюють вплив на навколишнє середовище рішень у досліджуваному регіоні. Добробут оцінювався як приватний чистий дохід, розрахований за допомогою функцій рослинництва та даних про культури, ціни на азот та воду. Гідро економічна модель об'єднує екологічний вплив шляхом моделювання динаміки ґрунтового азоту та циклу і транспортування нітратів в ґрунтових водах з економічним впливом (сільськогосподарською дохідністю) водних ресурсів та обмеженням добрив, що оцінюються за допомогою агрономічних функцій, що представляють врожайність. Рішення змінних полягає в стійких кількостях азоту на гектар, що застосовуються в різних районах (джерелах дифузного забруднення) для задоволення екологічних обмежень. Модель управління забрудненням підземних вод може бути сформульована таким чином:

$$\max\{G\} = \sum_{s,y} \frac{A_s(p_s Y_{s,y} - p_n N_{s,y} - p_w W_{s,y} - C_s + S_s)}{(1+r)^y}, \quad (39)$$

з обмеженнями:

$$\left(\sum_{s,x,y} cr_{s,x,y} \frac{\rho_{x,y} t}{c_{s,y}} \right) \leq q_{ct}, \quad \forall c, t, y, \quad (40)$$

де G - максимальна цільова функція (поточна вартість чистої вигоди від сільськогосподарського виробництва, визначеного як доходи від сільськогосподарських культур, за мінусом змінних витрат на добрива та воду), A_s - площа, визначена для культивування, розташована в районі s ; p_s - ціна на культуру (за кг); $Y_{s,y}$ - виробнича врожайність у районі s у плановому році y (кг/га), що залежить від застосовуваного азотного добрива та зрошувальної води; p_n - ціна азоту (за кг); $N_{s,y}$ - добриво, яке застосовується до врожаю, розташованому у районі s у році y (кг/га), p_w - вартість води, і $W_{s,y}$ - вода, яка застосовується до посіву, розташованому у районі s , у кожному році планування y (м³); C_s - сукупні витрати на гектар; S_s - субсидії на культуру, розташовану у районі s ; r - щорічна дисконтна ставка, $\rho_{x,y}$ - концентрація нітратів для кожного району s , t - час (кількість років протягом горизонту планування y), $c_{s,y}$ - кількість контрольних місць для кожного району s посівних культур у період y ; q_{ct} є вектором стандарту якості води на контрольних ділянках; $cr_{s,x,y}$ - описаний вище трикомпонентний вектор, який відповідає концентрації нітрату, що досягає підземних вод у районі s .

МОДЕЛІ СУПУТНИКОВИХ ДАНИХ

Модель відбиття обумовлена перенесенням забруднюючих речовин у динамічному середовищі

З точки зору використання супутникових даних поширення забруднюючих речовин у воді та навколишньому середовищі може моделюватися шляхом оцінки варіацій розподілу інтенсивності на супутникових знімках. Тому для аналізу розподілу забруднювачів ми можемо вивчати просторово-часові розподіли спектральної рефлексії, використовуючи часові ряди супутників.

На підставі рівняння переносу та нестационарного рівняння Нав'є-Стокса може бути побудований підхід до ітеративної мінімаксної

оцінки швидкості коливань оптичного потоку [25, 48]. Використовуючи цей підхід, можна вирішити проблему дискретності даних спостережень/вимірювань та контролювати невизначеність. Модель інтенсивності сигналу, пов'язана з розподілом забруднювачів в мінливому середовищі, може бути запропонована на основі цього підходу.

Інтенсивність I змінюється у поле швидкості $\mathbf{v} = (u(x, y, t), v(x, y, t))^T$, що може бути описано рівняннями Нав'є-Стокса:

$$\begin{aligned} \partial_t u + u \partial_x u + v \partial_y u + \partial_x p &= \nu \Delta u + e_u^m, \\ \partial_t v + u \partial_x v + v \partial_y v + \partial_y p &= \nu \Delta v + e_v^m, \\ \partial_x u + \partial_y v &= 0, \quad (x, y, t) \in \Omega_T, \\ \mathbf{v}(x, y, t) &= 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega, \\ \mathbf{v}(x, y, t_0) &= \mathbf{v}_0(x, y) + \mathbf{e}^b(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \end{aligned} \quad (41)$$

де \mathbf{v}_0 - початкове поле швидкості, e_u^m , e_v^m , \mathbf{e}^b - члени до опису епістемної невизначеності (моделі).

Розподіл спостережуваних значень $I(x_k, y_l, t_s)$ функції інтенсивності $I(x, y, t)$ в точках зображення сайту Ω можна виразити так:

$$\begin{aligned} Y_s^{kl} &= \int_{\Omega_T} g_s^{kl}(x, y, t) I(x, y, t) dx dy dt + \eta_s^{kl}, \\ k &= \overline{1, N_x}, \quad l = \overline{1, N_y}, \quad s = \overline{1, S}. \end{aligned} \quad (42)$$

Де g_s^{kl} функція отримання процедури отримання зображення, η_s^{kl} - випадкова невизначеність (помилка спостереження).

Якщо згідно з припущенням кожен елемент зображення відповідає полем швидкості $\mathbf{v} := (u(x, y, t), v(x, y, t))^T$, а його інтенсивність постійна вздовж повної траєкторії ($I(x, y, t) \approx \text{const}$), функція інтенсивності відповідатиме обмеженням [26]:

$$\frac{d}{dt} I(x, y, t) = \partial_t I + u(x, y, t) \partial_x I + v(x, y, t) \partial_y I = e^o(x, y, t). \quad (43)$$

Тут ми припускаємо, що існують всі часткові похідні I , і є $e^o \in L_2(t_0, T, L_2(\Omega))$, які описують невизначеність.

Мінімаксна оцінка поля швидкості \mathbf{v} побудована з використанням часової серії дискретних зображень Y_s^{kl} , ґрунтуючись на припущенні, що невизначені параметри e^o , e_u^m , e_v^m , e^b належать обмеженому опуклим множині $L_2(\Omega_T)$, і η_s^{kl} є незалежними скалярними випадковими значеннями з нульовим середнім та коваріаціями R_s^{kl} .

Для заданої області швидкості \mathbf{v}^* можна побудувати оцінку інтенсивності \hat{I}^* , яка визначається цим полем та обмеженнями. Оцінка \hat{I}^* повинна відповідати даним спостережень Y_s^{kl} , з випадковими помилками η_s^{kl} та епістемічною невизначеністю \mathbf{v}^* .

Оцінка градієнту ∇I^* обчислюється з використанням побудованої оцінки функції інтенсивності \hat{I}^* . Використовуючи заміну \mathbf{v}^* і ∇I замість цього ∇I^* , можна отримати систему лінійних рівнянь для I і v для подальшого побудови \mathbf{v}^{**} - оптимальної оцінки поля швидкості \mathbf{v} (для якого відповідна I^{**} має оптимальну кореляцію з даними Y_s^{kl}).

Ітераційний метод складається з двох етапів. По-перше, оцінку поля швидкості $\hat{\mathbf{v}}^i = (\hat{u}^i, \hat{v}^i)^T$ слід замінити на рівняння оптичних потоків:

$$\partial_t I = -\hat{u}^i(x, y, t) \partial_x I - \hat{v}^i(x, y, t) \partial_y I + e^o(x, y, t). \quad (44)$$

Визначивши це рівняння як рівняння стану, можна обчислити мінімаксну оцінку \hat{I}^i функції інтенсивності I та оцінку ∇I^* градієнта зображення ∇I .

По-друге, беручи до уваги ∇I^* та $\hat{\mathbf{v}}^i$, можна побудувати наступне рівняння стану:

$$\begin{aligned} \partial_t I &= -u(x, y, t) \partial_x I - v(x, y, t) \partial_y I + e^o(x, y, t) \\ \partial_t u + \hat{u}^i \partial_x u + \hat{v}^i \partial_y u + \partial_x p &= v \Delta u + e_u^m, \\ \partial_t v + \hat{u}^i \partial_x v + \hat{v}^i \partial_y v + \partial_y p &= v \Delta v + e_v^m, \\ \partial_x u + \partial_y v &= 0, (x, y, t) \in \Omega_T, \\ v(x, y, t) &= 0, (x, y) \in \partial\Omega \end{aligned} \quad (45)$$

Ця система лінійних параболічних рівнянь може бути використана для розрахунку мінімаксної оцінки $\hat{\mathbf{V}}^{i+1}$. Також для оцінки невизначеності важливо отримати лінійну оцінку функції інтенсивності I .

Мінімаксна оцінка \hat{I} функції I є рішенням системи рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{I}}{dt} &= L_\varepsilon(t, \mathbf{v})\hat{I} + BQ^{-1}B^*\hat{p}, \\ \hat{I}(x, y, t_0) &= \bar{I}_0 + B_0Q_0B_0^*\hat{p}(x, y, t_0), \quad N_\Gamma\hat{I} = 0, \\ -\frac{d\hat{p}}{dt} &= L_\varepsilon^*(t, \mathbf{v})\hat{p} + \sum_{s=1}^N \sum_{k,l=1}^M g_s^{kl} (R_s^{kl})^{-1} (Y_s^{kl} - \int_{\Omega_T} g_s^{kl} \hat{I} dx dy dt), \\ \hat{p}(x, y, T) &= 0, \quad N_\Gamma\hat{p} = 0. \end{aligned} \quad (46)$$

Де $L_\varepsilon(t, \mathbf{v}) := -u(t, x, y)\partial_x - v(t, x, y)\partial_y + \varepsilon^2\Delta$, $\varepsilon > 0$. $L_\varepsilon(t, \mathbf{v})$ є лінійним диференціальним оператором; $\bar{I}_0 \in L^2(\Omega)$ є початковим станом (початковий образ тимчасової серії); B_0 та B - лінійні обмежені оператори в $L^2(\Omega)$, які є додатковими обмеженнями для невизначених параметрів; e^o , e^b - реалізація незалежних випадкових процесів:

$$\begin{aligned} m_0(x, y) &:= Ee^b(x, y), \quad m_0 = L^2(\Omega), \\ m(x, y, t) &:= Ee^o(x, y, t), \quad m \in L^2(\Omega_T). \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} Q_0(x, y, x', y') &:= Ee^b(x, y)e^b(x', y') \in L^2(\Omega \times \Omega), \\ Q(x, y, t, x', y', t') &:= Ee^o(x, y, t)e^o(x', y', t') \in L^2(\Omega_T \times \Omega_T). \end{aligned} \quad (48)$$

Рішення цієї системи рівнянь є наступними:

$$\hat{I} = \bar{I} + \sum_{s=1}^N \sum_{k,l=1}^M (R_s^{kl})^{-1} (Y_s^{kl} - \beta_s^{kl}) I_s^{kl}, \quad (49)$$

$$\hat{p} = \sum_{s=1}^N \sum_{k,l=1}^M (R_s^{kl})^{-1} (Y_s^{kl} - \beta_s^{kl}) p_s^{kl}, \quad (50)$$

де β_s^{kl} ($k = \overline{1, N_x}, l = \overline{1, N_y}, s = \overline{1, S}$) є рішенням:

$$\beta_s^{kl} + \sum_{s'=1}^N \sum_{k',l'=1}^M \left[\int_{\Omega_T} g_s^{kl} (R_{s'}^{k'l'})^{-1} I_{s'}^{k'l'} dx dy dt \right] \beta_{s'}^{k'l'} \quad . \quad (51)$$

$$= \int_{\Omega_T} g_s^{kl} \bar{I} dx dy dt + \sum_{s'=1}^N \sum_{k',l'=1}^M \left[\int_{\Omega_T} g_s^{kl} (R_{s'}^{k'l'})^{-1} I_{s'}^{k'l'} dx dy dt \right] Y_{s'}^{k'l'}$$

У результаті ми отримуємо розподіл \hat{I} , що є мінімаксною оцінкою функції інтенсивності I і на цю базу можна обчислити мінімаксну оцінку градієнта зображення ∇I^i .

У сфері управління та контролю безпеки є важливим розподіл екстремумів. У цьому класі завдань лінійна мінімаксна оцінка \hat{I} функції I , яка дозволяє визначити крайності розподілу спектрального відбиття, є оптимальним рішенням представленої системи рівнянь.

Тому перенесення забруднюючих речовин може бути оцінено шляхом вибірки розподілу інтенсивності в окремих спектральних діапазонах.

Модель відгуку спектрального відбиття якості води

Як свідчить досвід супутникових спостережень [15, 27, 28, 47, 48], індекси спектрального відбиття можуть використовуватися як показники екологічного стану водних екосистем. Зокрема, Нормалізований Диференційний Вегетаційний Індекс NDVI може слугувати показником якості води внутрішньої та морської води ($NDVI_w$). Розподіли NDVI мають хороші кореляції з концентраціями хлорофілу- α , мінеральної суспензії, з чіткістю води та іншими якісними характеристиками.

Загальна модель формування сигналу поверхні води може бути представлена як суперпозиція яскравості (рис.6) [29, 30, 48]:

$$L_t(\lambda) = \sum_{\lambda} (L_R^{(\lambda)} + L_A^{(\lambda)} + T_{\omega}^{(\lambda)} L_G^{(\lambda)} + T_v^{(\lambda)} L_C^{(\lambda)} + T_v^{(\lambda)} L_W^{(\lambda)}), \quad (52)$$

де $L_t(\lambda)$ - яскравість на датчику, $L_W^{(\lambda)}$ це сигнал на поверхні води, $L_R^{(\lambda)}$ це яскравість, відповідна атмосферному розсіюванню Релея, $L_A^{(\lambda)}$ це яскравість, відповідна атмосферному аерозольному розсіюванню, $L_G^{(\lambda)}$ та $L_C^{(\lambda)}$ яскравість, пов'язана з поверхневими блиском і піною, $T_{\omega}^{(\lambda)}$ є спектральним спрямованим пропусканням, $T_v^{(\lambda)}$ є спектральний дифузний прохідність. Яскравість L пов'язана з інтенсивністю I через проекцію джерельної зони за допомогою простого співвідношення

$L = dI/dA \cos \theta$, де A - квадрат області спостережуваного джерела, а θ - кут між лінією спостереження і нормою поверхні.

В рамках цієї моделі індекс $NDVI_w$ може бути представлений як:

$$NDVI_w = \frac{L_W^{\lambda_1} - L_W^{\lambda_2} + L_A^{\lambda_1} - L_A^{\lambda_2}}{L_W^{\lambda_1} + L_W^{\lambda_2} + L_A^{\lambda_1} + L_A^{\lambda_2}}, \quad (53)$$

де $L_{W,A}$ - яскравість сяйва з поверхні води з довжиною хвилі λ та яскравістю молекулярного та аерозольного розсіювання, λ_1 відповідає діапазону довжин хвиль [0,84-0,88] мкм, λ_2 - до діапазону [0,63-0,68] мкм.

Враховуючи молекулярне розсіювання:

$$NDVI_w = \frac{L_A^{\lambda_1} - L_A^{\lambda_2}}{L_A^{\lambda_1} + L_A^{\lambda_2}} = \frac{L_{AZ}^{\lambda_1} + L_M^{\lambda_1} - L_{AZ}^{\lambda_2} - L_M^{\lambda_2}}{L_{AZ}^{\lambda_1} + L_M^{\lambda_1} + L_{AZ}^{\lambda_2} + L_M^{\lambda_2}}, \quad (54)$$

тут L_{AZ} - яскравість аерозольного розсіювання, L_M - яскравість молекулярного розсіювання, відповідно до:

$L_M(\lambda) = \tau_R(\lambda) F_0'(\lambda) R(\alpha_S, \alpha_V, \varphi_S, \varphi_V) / 4\pi$, де $\tau_R(\lambda)$ - оптична товщина шару молекулярного розсіювання; τ_{OZ} - оптична товщина озонового шару; $F_0^* = F_0 \exp[-\tau_{OZ}(1/\cos \alpha_S + 1/\cos \alpha_V)]$ - опромінення на рівні води; F_0 - опромінення на рівні верхньої атмосфери; $\alpha_S, \alpha_V, \varphi_S, \varphi_V$ є зенітними та азимутальними кутами Сонця та сенсору.

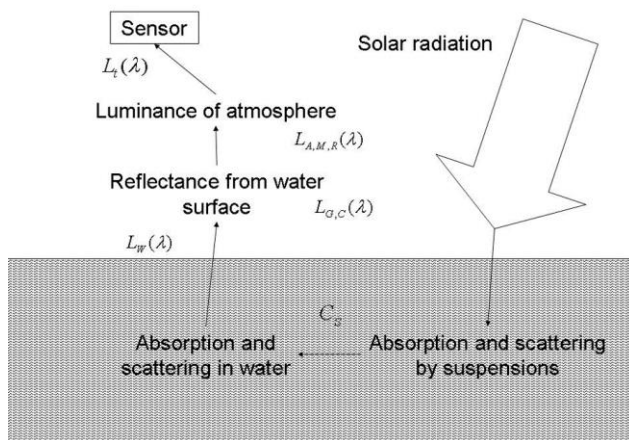


Рис. 6. Сигнальна модель водної поверхні ($L(\lambda)$ це яскравість, C_s - концентрація водних суспензій)

Розрахункові значення $L_M^{\lambda_{1,2}}$, виміряні з зенітним та азимутальним кутами датчика та Сонця у діапазоні $[0^0; 50^0]$ знаходяться в інтервалі $L_M^{\lambda_1} \in [0,4; 0,48]$, $L_M^{\lambda_2} \in [1,81; 2,15]$ (Вт/мм²мкм·ст), що становить менше 10% від середнього атмосферного розсіювання ($L^{\lambda_{1,2}} \in [2,6; 25,1]$). Отже, можна припустити, що в нашій моделі $L_M \rightarrow 0$ і є допустимим.

Компонент аерозольного розсіювання можна розрахувати так: $L_{AZ}(\lambda) = F_0'(\lambda) \cdot C_{AZ} \cdot \lambda^{-\alpha}$. Отже, з урахуванням попереднього рівняння і припускаючи $L_M \rightarrow 0$, ми можемо запропонувати:

$$NDVI_W = \frac{F_0'^{\lambda_1} \cdot C_{AZ} \cdot (\lambda_1)^{-\alpha} - F_0'^{\lambda_2} \cdot C_{AZ} \cdot (\lambda_2)^{-\alpha}}{F_0'^{\lambda_1} \cdot C_{AZ} \cdot (\lambda_1)^{-\alpha} + F_0'^{\lambda_2} \cdot C_{AZ} \cdot (\lambda_2)^{-\alpha}}. \quad (55)$$

$$\text{Тому: } \alpha = -1,56 - 3,5 \ln \frac{1 + NDVI_W}{1 - NDVI_W}$$

Значення $NDVI_W$ для чистої води змінювалося в інтервалі $[-0,41; -0,6]$; і показник Ангстрема змінювався в $[1,8; 3,28]$. Варіація α , ймовірно, пов'язана з різноманіттям частинок: більші значення α відповідають великим частинкам [31].

У внутрішній і морській воді є два типи частинок, які можуть розпорощувати світло і сформуванати розподіл інтенсивності та спектральної картини відбитого світла. Це мінеральні та органічні суспензії. Взаємозв'язок енергії, відбитої двома частинками з різними показниками заломлення n_1 і n_2 :

$$\frac{E_1}{E_2} \propto \frac{\left(\frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 2}\right)^2}{\left(\frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2}\right)^2}. \quad (56)$$

Середня величина для мінеральної суспензії $n_1 = 1,15$, а для органічного - $n_2 = 1,02$. Отже, розпорощена енергія на мінеральних частинках в 50-70 разів більше, ніж на органічних частинках.

Зворотне розсіювання у воді з різноманітними розмірними частками можна описати як [32]: $b_b(\lambda) = 0,5b_w(\lambda) + B_s b_{ps}(\lambda) P_s + B_1 b_{pl}(\lambda) P_1$, де показники w , s , l відповідають чистій воді, малим і великим частинкам; імовірність розсіювання малими та великими частками: $B_s = 0,039$ та $B_1 = 0,00064$; P_s та P_1 - концентрації мінеральних та органічних частинок (г/м³);

коефіцієнти розсіювання для чистої води $b_w(\lambda) = 5,826 \cdot 10^{-3} (400/\lambda)^{4,322}$, дрібних частинок $b_{ps}(\lambda) = 1,1513(400/\lambda)^{1,7}$ і великих частинок $b_{pl}(\lambda) = 0,3411(400/\lambda)^{0,3}$; λ - довжина хвилі, нм.

Звичайним способом отримати зв'язок між концентрацією частинок і розподілом спектральних показників є аналіз емпіричних даних в рамках описаних модельних припущень (рис. 7, 8).

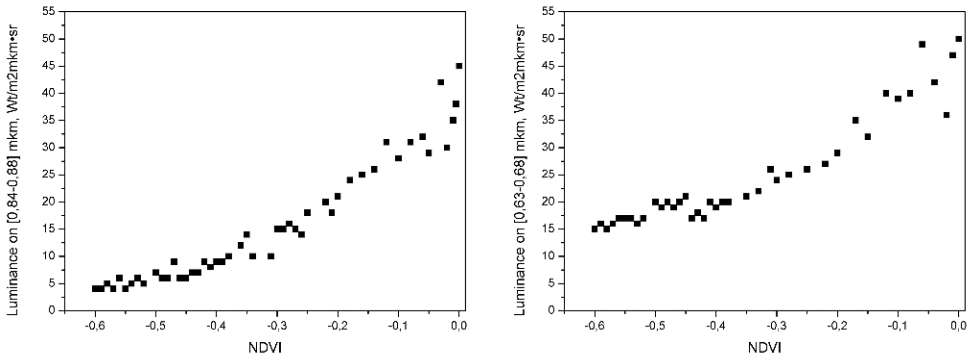


Рис. 7. Яскравість поверхні води з NDVI для різних довжин хвиль.

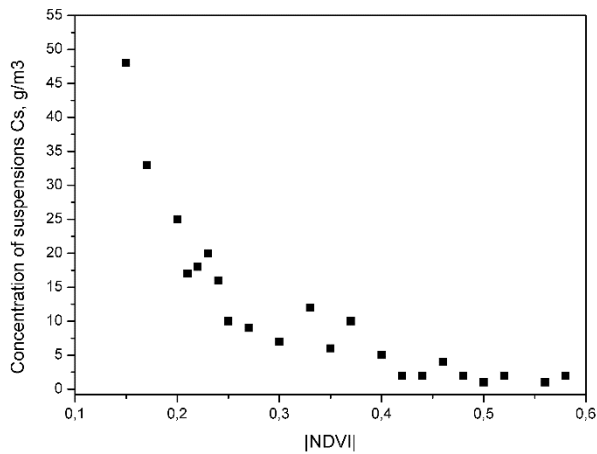


Рис. 8. Загальна концентрація суспензій у водному середовищі до спектрального індексу $NDVI_w$ (емпіричне відношення за даними супутникових даних, що калібруються за наземними даними, перевіреними лабораторними вимірами)

Для калібрування отриманих регресивних співвідношень були використані дані наземних спектрометричних вимірювань на тестових ділянках з Spectoradiometer FieldSpec [33, 48]. У період 2010-2015 рр. На 6 тестових майданчиках було зібрано 263 спектральні сигнатури водних об'єктів, які використовувались для калібрування моделей та супутникових даних. Для перевірки регресії були використані лабораторні вимірювання, що надаються Інститутами гідробіології, гідрометеорології та колоїдної хімії НАН України [34, 35] на обраних тестових майданчиках у 2009-2014 роках.

Розподіл $L_A^{\lambda_1}$ і $L_A^{\lambda_2}$ може бути проаналізований як мінімум функції $L_t(\lambda)$, і так визначається, як $L_A^{\lambda_1} \approx 4,5$, $L_A^{\lambda_2} \approx 16,3$ (Вт/м²мкм•ст). Виходячи з емпіричних відносин $L_t = f(NDVI)$ та $NDVI = -0,605(P_s + P_l)^{-0,326}$, ми можемо запропонувати:

$$P_s + 0,01P_l = 11,43(P_s + P_l)^{-0,652} - 21,46(P_s + P_l)^{-0,326} + 10,06. \quad (57)$$

Відповідні регресії для досліджуваних водних об'єктів можуть бути представлені наступним чином:

$$L_t^{\lambda_1} = 113,4(NDVI)^2 + 133,5NDVI + 43,67; \quad (58)$$

$$R^2 = 0,91$$

$$L_t^{\lambda_2} = 96,85(NDVI)^2 + 109,9NDVI + 47,5; \quad (59)$$

$$R^2 = 0,86$$

Вимірювання показують, що емпіричне співвідношення хлорофілу-а для концентрацій менших за 3 мг/л може бути представлено як співвідношення частинок у формі:

$$P_s = 0,059P_l^{1,17}.$$

Супутникові спостереження, відкалібровані за даними польової спектрометрії, підтверджені лабораторними вимірами, дозволяють визначити емпіричне відношення для суми концентрації суспензії:

$$C_s = 0,21 \cdot |NDVI_w|^{-3,05}. \quad (60)$$

Склад суспензій дуже змінюється і залежить від сезонного впливу людини. У більшості вивчених випадків близько 80% суспензій склалися з органічних речовин (планктон, детрит, інші органічні речовини), а мінеральні речовини менше 20%. Великі органічні частинки статистично домінують як у прісних водах, так і у морському середовищі.

Таким чином, ми отримуємо можливість визначити розподіл концентрацій окремих компонентів суспензій за допомогою спектральної відбиття. Це методичний підґрунтя для оцінки екологічного стану водного середовища та якості води за супутниковими спектральними показниками.

МОДЕЛЬ РИЗИКУ

Цей розділ спрямований на розробку формальної моделі інтегрування різнорідних наборів даних для оцінки якості води з точки зору ризиків, тобто як ймовірність деградації якості води з наявністю забруднюючих речовин.

Згідно з нормативними документами, якість води оцінюється за класами (від I до IV) та категоріями (від I до VII) (рис. 9). Для кожного класу і категорії якість води визначається не тотожними наборами показників (див. рис. 10), які об'єднуються в три кластери: сольовий склад (3 параметри), екологічні та санітарні критерії (20 параметрів) та специфічне токсичне забруднення (до 15 параметрів). Ці показники взаємопов'язані і пов'язані з класами якості більш методично, ніж генетично [36].

Class of water quality	I		II		III		IV	V
Water quality categories	1	2	3	4	5	6	7	
Name of classes and categories by state of water bodies	Excellent	Good		Satisfactory		Bad	Very bad	
Name of classes and categories by purity / contamination rate	Excellent	Very good	Good	Satisfactory	Mean	Bad	Very bad	
Trophic types (preferential)	Very clear	Clear		Polluted		Polluted	Very Polluted	
	Very clear	Clear	Quite clear	Mild contaminated	Moderate polluted	Polluted	Very Polluted	
Saprophytes	Oligotrophic	Mesotrophic		Eutrophic		Polytrophic	Hypertrophic	
	Oligotrophic - Oligomesotrophic	Mesotrophic	Mesoeutrophic	Eutrophic	Eupolytrophic	Polytrophic	Oligotrophic - Oligomesotrophic	
Saprophytes	Oligo- Saprobic		β-meso- Saprobic		α- meso- Saprobic		Poly- Saprobic	
	β- Oligo- Saprobic	α- Oligo- Saprobic	β'- meso- Saprobic	β"- meso- Saprobic	α'- meso- Saprobic	α"- meso- Saprobic	Poly- Saprobic	

Рис. 9. Класи та категорії якості води: схема класифікації прісноводної екологічної класифікації.

У реальних ситуаціях на великих територіях на довгих інтервалах часу ми можемо контролювати (вимірювати, спостерігати або розраховувати) лише обмежену кількість параметрів, які не пов'язані безпосередньо з вказаними показниками. Наприклад, супутникові спостереження водних спектральних показників можуть відповідати показникам якості води.

Це означає, що в найбільш поширених випадках, коли обмежені набори непрямих даних, проблема повної та точної оцінки якості води методично дуже складна. Однак ми можемо оцінити ймовірність зміни

класу (або категорії) якості води відповідно до змін спостережуваних показників, які співвідносяться з показниками якості [37].

Тому проблема полягає в тому, щоб створити формальний алгоритм для отримання безмірних інтервальних оцінок з використанням наборів критеріїв діапазону [38, 47, 48].

Оцінка ризиків, пов'язаних із забрудненням води, з використанням обмеженого набору даних з визначеними критеріями та схемами класифікації, може бути сформульована як складна нечітка проблема. Відповідний підхід у найпростішому випадку може бути побудований на основі теорії нечітких множин [39, 48].

Indexes	Salt composition index	Ecological and sanitarian criteria index					Specific toxic contaminants content index
Groups and types of parameters	Pollutants content	Hydro-physical	Hydro-chemical	Hydro-biological	Bacteriological	Bio-indicators	Pollutants content
Parameters, units	Ions sum, mg/dm ³	Clarity, m	pH	Phytoplankton Biomass, mg/dm ³	Bacterial plankton, bln. cl/cm ³	P-B Index	Hg, mg/dm ³
	Chlorides, mg/dm ³	Suspended matters, mg/dm ³	Nitrogen of Ammonium, mgN/dm ³	Self-purification /Contamination Index	Saprophytic Bacteria, bln. cl/cm ³	G-W Index	Ka, mg/dm ³
	Sulfates, mg/dm ³		Nitrogen of Nitrites, mgN/dm ³				Saprophytes
			Nitrogen of Nitrates, mgN/dm ³			Trophic types (preferential)	Zn, mg/dm ³
			Phosphorus of Phosphates, mgP/dm ³				Pb, mg/dm ³
			Oxygen dissolved, mgO ₂ /dm ³				Cr (general), mg/dm ³
			Oxygen saturation, %				Ni, mg/dm ³
			Permanganate oxidation, mgO/dm ³				Ar, mg/dm ³
			Bio-chromatic oxidation, mgO/dm ³				Fe (general), mg/dm ³
			Biochemical Oxygen Demand BOD ₅ , mgO ₂ /dm ³				Mn, mg/dm ³
						Fluorides, mg/dm ³	
						Cyanides, mg/dm ³	
						Oils, mg/dm ³	
						Phenols, mg/dm ³	
						Synthetic surfactants, mg/dm ³	
Types of indicators:		Directly observable parameters	Calculated and indirectly observable parameters	Measurable parameters			

Рис. 10. Критерії та показники якості води

Алгоритм оцінки ризику можна розділити на кілька стадій, і його можна представити у відносно простому вигляді.

Сукупність індексів оцінки ризику буде визначатися як:

$$M = (x_1, x_2, \dots, x_n) = \{x_i\}, i = 1, 2, \dots, n, \quad (61)$$

де n - кількість вибраних оціночних параметрів, x_i - параметр із набору i^{th} параметрів ризику/забруднення (в основній частині реальних випадків це обмежена кількість відомих забруднювачів, наприклад, вимірювані або спостережувані параметри: ясність, концентрація суспензії, біомаса фітопланктону, трофічність, поверхнево-активні речовини, тобто $n = 6$).

Слідуючи критеріям якості води, встановленим Європейською Директивою про води та національним регулюванням, сукупність критеріїв оцінки ризику повинна відповідати кількості введених класів (або категорій):

$$D = (d_1, d_2, \dots, d_m) = \{d_j\}, j = 1, 2, \dots, m, \quad (62)$$

де m - кількість класів або категорій якості води d_j , які відповідають оцінюваним забрудненням i^{th} , зазвичай $m = 5$ (кількість класів).

Нехай ризики забруднення води будуть поділені на обмежену кількість інтервалів: малий ризик, прийнятний ризик, неприпустимий ризик, високий ризик та катастрофічний ризик.

Тоді матриця членів Z зв'яже індекси ризику M та критеріїв якості води D як:

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} \cdots W \cdots z_{1m} \\ A \cdots C \cdots T \\ z_{n1} \cdots E \cdots z_{nm} \end{bmatrix}, \quad (63)$$

де z_{ij} - ступінь оцінки ризику окремих параметрів i^{th} за критеріями якості води j^{th} .

Для визначення ваги індексів V_i може використовуватися коефіцієнт варіації [40]:

$$V_i = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i)^2}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i}, \quad (64)$$

де $0 \leq V_i \leq 1$.

У цьому випадку матриця F оцінки ризику може бути представлена як:

$$F = V \bullet Z = (f_1 \cdots f_2 \cdots \dots f_m). \quad (65)$$

І кількісні показники оцінки ризику RI можна обчислити за відносно простого алгоритму [41, 47]:

$$RI = \frac{\sum_{j=1}^n f_i \times j}{\sum_{j=1}^n f_i}. \quad (66)$$

Таким чином може бути побудований порівняно простий алгоритм обчислення інтервальних оцінок ризику забруднення води у відповідності до критеріїв якості води та використання наборів спостережуваних та вимірних даних. Запропонований спосіб вимагає додаткової калібровки на широкому діапазоні басейнів за допомогою наземної спектрометрії.

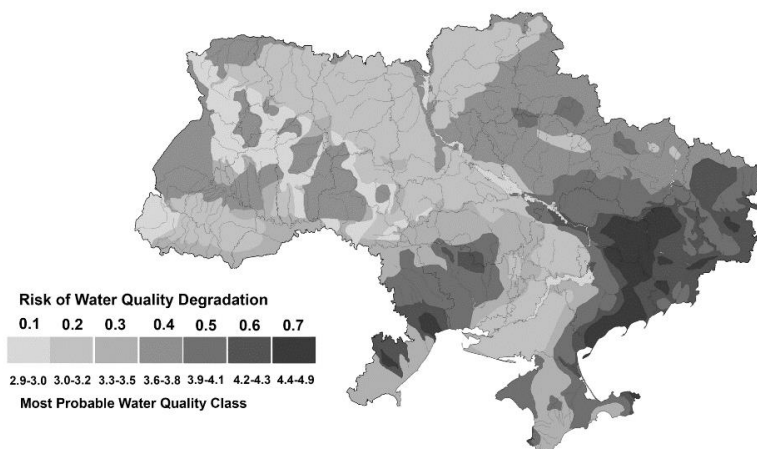


Рис. 11. Ризик деградації якості води [47]

Використовуючи запропонований алгоритм, може бути розрахований розподіл ризику деградації якості води з точки зору найбільш імовірних класів якості, що виникають в результаті впливу невизначених забруднень (рис.11).

Є два питання, які важливі з точки зору впливу якості води на соціально-екологічну безпеку: міжрічну та внутрішнь-річну динаміку показників ризику. Оскільки не середні значення визначають вплив, а варіації та різноманітність.

За критеріями багатовимірного багатомірного тесту Колмогорова-Смірнова без розподілу [42] розраховані розподіли параметрів ризику відповідають розподілу точкових вимірювань на мережі гідрологічних та гідрохімічних ділянок [36, 43] з рівнем α краще 5%.

Запропонований підхід дозволяє вирахувати параметри ризику з тимчасовою роздільною здатністю, що базується на точкових просторово розподілених даних, близьких до часового дозволу спостережень. В той же час, з урахуванням можливості класифікації покриттів, параметри ризику можуть бути розраховані для різних типів водних об'єктів протягом вибраного періоду (рис. 12).

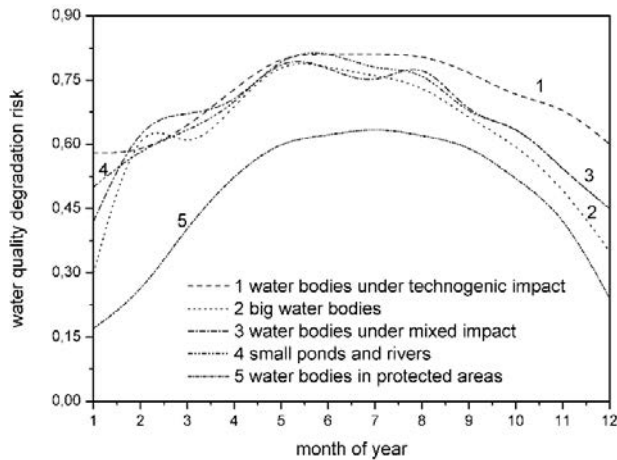


Рис. 12. Щорічна динаміка ризику забруднення води [48]

Порівняльний тест був наданий відповідно до [44]. Якщо параметр $\rho(x) \leq \alpha$ (де α - рівень статистичної значущості), ми вважатимемо, що ці розподіли $(F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x))$ є однаковими щодо середнього регіонального розподілу, представленого еталонним зразком $F(x)$. $F_n(x)$ це емпіричні функції розподілу вимірюваного параметра ξ на вибірці $X = (X_1, \dots, X_n)$. Цільовий параметр можна знайти як:

$$\rho(x) = \sup_x |F_n(x) - F(x)|, \quad \text{і} \quad \text{розраховується} \quad \text{як}$$

$$\rho(x) = \frac{\sqrt{2\pi}}{x} \sum_{k=1}^{\infty} e^{-(2k-1)^2 \pi^2 / (8x^2)}.$$

Зв'язані з деградацією якості води соціально-екологічні ризики можуть бути оцінені окремо. Нехай ймовірність деградації якості води у точці (x, y) визначається як P^{deg} . Ця ймовірність може бути розрахована в кожній точці поверхні за допомогою набору розрахованих значень за допомогою правила Байеса:

$$P_{x,y}^{\text{deg}}(\Omega_{x,y} | Q_{\text{deg}}) = \frac{P_S(x,y) \cdot \prod_N P_N(\Omega_{x,y} | Q_{\text{deg}})}{\int_{x,y} P_N(\Omega_{x,y} | Q) dP_S(x,y)} =$$

$$= \frac{P_S(x,y) \cdot P_N(\Omega_{x,y} | Q_{\text{deg}})}{P_N(\Omega_{x,y} | Q_{\text{deg}})P_S(x,y) + P_N(\Omega_{x,y} | Q_0)P_0(x,y)} \quad (67)$$

Де $\Omega_{x,y}$ - розподіл виявленого забруднення води, зменшене за період спостереження, Q_{deg} - це ділянки з деградованою якістю води, підтверджені вимірюваннями на місцях та лабораторією, Q_0 - ділянки, які не мають деградації якості води.

Розподіл $\Omega_{x,y}$, що розраховується з використанням даних $h(x,y)$ процедури регуляризації:

$$\Omega_{x,y} = \sum_{m=1}^n w_{x,y}(\tilde{h}_m(x,y))h_m(x,y), \quad (68)$$

де $w_{x,y}(\tilde{h}_m)$ - коефіцієнт зважування, розрахований відповідно:

$\min\{\sum_{m=1}^n \sum_{f_m \in F} w_{x,y}(\tilde{h}_m)(1 - \frac{h_m}{\tilde{h}_m})^2\}$ де m - число точок спостереження; n - номер серії спостережень; h_m - розподіл вимірювань; F загальний набір вимірювань; \tilde{h}_m - середній розподіл вимірюваних параметрів.

Ймовірність $P_S(x,y)$ розраховується напівемпірично. Відношення між $P_S(x,y)$ і $P_0(x,y)$ визначається як $\lim_{x,y,\tau} (P_S(x,y)_\tau + P_0(x,y)_\tau) = 1$ (на тривалі періоди спостереження $P_S(x,y) = 1 - P_0(x,y)$).

Ймовірність $P_S(x,y)$ може бути визначена за допомогою функції зважування Гауса:

$$P_S(x,y) = P_{\min} + (P_{\max} - P_{\min}) \cdot e^{d_s^2/2\sigma_p^2}, \quad (69)$$

де $P_S(x,y)$ - ймовірність забруднення протягом періоду спостереження, розрахована за запропонованим підходом; P_{\max} - максимальна ймовірність забруднення, розрахована основними моделями та регіональною статистикою (Bernardo and Smith, 2001) (P_{\max} для використовуваних датчиків може бути оцінений на рівні 0,75-0,78); P_{\min} - мінімальна ймовірність забруднення, розрахована з використанням регіональної статистики (P_{\min} може бути визначено

приблизно 0,02-0,04); $d_s(x, y)$ - відстань від джерела забруднення до оціночної точки; σ_p - емпіричний параметр залежно від датчика та локальних особливостей (σ_p може бути оцінений на рівні близько 0,6 км).

Для оцінки впливу на соціально-екологічну безпеку, згідно з [45], коефіцієнт стійкості β може бути запропонований за допомогою функції щільності імовірності як гауссової міри можливого пошкодження:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_{x,y}^{sub}) \cdot k = \left(\frac{0 - \tilde{P}^{sub}}{\sigma_{x,y}(P_{x,y}^{sub})} \right) \cdot k, \quad (70)$$

де k - структурний коефіцієнт популяції, емпірично описуючи уразливість різних груп населення до змін в якості води. Середні значення коефіцієнта β для досліджуваної області лежать в інтервалі [0,5; 3,5], що відповідає забрудненню середньої інтенсивності (середні показники ризику забруднення води 0,35-0,45). Цей параметр має сенс інтегрованого впливу зміни якості води на населення та може бути використаний як впливовий фактор для розподілу та структури населення. Зі збільшенням розрахункового рівня ризику значення коефіцієнта стійкості β зменшується.

Це метод визначення регіональних ризиків деградації якості води та соціально-екологічного впливу шляхом використання даних супутникових спостережень та калібрування землі. Цей метод дозволяє отримати регуляризовані просторово-часові розподіли параметрів ризику зі згладженою надійністю.

Такий тип просторового та часового розподілу параметрів ризику є більш адекватною базою для прийняття рішень у сфері соціально-екологічної безпеки, ніж сукупність точкових вимірювань.

ВИСНОВКИ

Ідея цього дослідження полягає у створенні гіпотези застосовності та корисності алгоритмів обчислень в управлінні безпекою: якщо існує апріорна інформація про початковий стан системи, дослідник може моделювати ключові процеси в цій системі, які формують взаємопов'язані параметри соціально-екологічної безпеки, можна виділити і контролювати обмежений набір показників, на підставі яких можна підрахувати найбільш імовірну еволюцію системи. Таким чином, можна зменшити кількість керованих змінних, отримати можливість використовувати дані з багатьох джерел, спростити

проблему контролю невизначеності та отримувати просторово-часові розподілені оцінки за шкалою, близькою до розподільної здатності спостереження.

У ситуації обмеженого доступу до даних, ці алгоритми стають особливо корисними: не так багато параметрів безпосередньо вимірюються з необхідними просторовими, часовими, спектральними та радіометричними показниками розрізнення, в той же час можна спостерігати багато параметрів і майже все ми можемо моделювати. Отже, ця техніка особливо важлива в галузі соціально-екологічної безпеки.

Комплексне управління безпекою вимагає інтегрованого підходу до оцінки соціально-екологічного ризику, включаючи моделювання водного, ґрунтового та повітряного середовища. Для розв'язання цієї складної задачі слід використовувати весь набір існуючих даних, методів та інструментів. Запропонована методологія спрямована на розширення набору доступних для аналізу даних серед обсягу наявних даних.

Було продемонстровано, що, спираючись на точкові просторово розподілені вимірювальні дані, запропонований підхід дозволяє розрахувати параметри ризику з часовим розрізненням, близьким до часового розрізнення спостережень. Крім того, використовуючи існуючу класифікацію наземних покривів, параметри ризику можуть бути розраховані для різних типів водних об'єктів протягом обраних міжрічних періодів. Ця модель просторового та часового розподілу параметрів ризику є більш корисною і адекватною базою для прийняття рішень у сфері соціально-екологічної безпеки, ніж гетерогенний набір точкових вимірювань. Тому запропонований підхід є корисним прикладним інструментом.

Запропонований підхід та отримані результати можуть бути застосовані в аерокосмічній промисловості для розробки сенсорів і систем для аерокосмічного моніторингу Землі, а також для розробки автоматичних систем проектування інтегрованих систем управління.

Водночас, основною проблемою, яка має бути вирішена на наступному етапі дослідження, є аналіз невизначеностей, пов'язаних із класифікацією земних покривів, а також розробка проблемно-орієнтованого класифікаційного підходу, пристосованого для запропонованого алгоритму. Крім того, подальші дослідження мають бути спрямовані на аналіз якості води в локальному масштабі.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. European Commission, 2005. Common implementation strategy for the water framework directive (2000-60-EC). Groundwater summary report. Technical report on groundwater body characterization, monitoring and risk assessment issues as discussed at the WG C workshop in 2003-2004
2. European Environment Agency), 2003. Europe's Water: An Indicator-based Assessment. Topic Rep. 1, Copenhagen, Denmark
3. Martínez, Y. and J. Albiac, 2006. Nitrate pollution control under soil heterogeneity. *Land Use Policy* 23 (4), 521–532.
4. Polasky, S., Carpenter, S. R., Folke, C., & Keeler, B. (2011). Decision-making under great uncertainty: environmental management in an era of global change. *Trends in ecology & evolution*, 26(8), 398-404.
5. Ermoliev, Y., Makowski, M., & Marti, K. (2012). Robust management of heterogeneous systems under uncertainties. In *Managing Safety of Heterogeneous Systems* (pp. 1-16). Springer Berlin Heidelberg.
6. Kostyuchenko, Y. V., Movchan, D., Kopachevsky, I., & Bilous, Y. (2015, November). Robust algorithm of multi-source data analysis for evaluation of social vulnerability in risk assessment tasks. In *SAI Intelligent Systems Conference (IntelliSys)*, 2015 (pp. 944-949). IEEE, doi 978-1-4673-7606-8/15
7. Kostyuchenko, Y. V., (2018). On the Methodology of Satellite Data Utilization in Multi-Modeling Approach for Socio-Ecological Risks Assessment Tasks: A Problem Formulation // *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*, Vol. 3, No. 1, pp. 1–8
8. Campbell, J. B., & Wynne, R. H. (2011). *Introduction to remote sensing*. Guilford Press.
9. Engle, R. F., & Russell, J. R. (1998). Autoregressive conditional duration: a new model for irregularly spaced transaction data. *Econometrica*, 1127-1162.
10. Kostyuchenko, Y. V., Bilous, Y., Kopachevsky, I., & Solovyov, D. (2013). Coherent risk measures assessment based on the coupled analysis of multivariate distributions of multisource observation data. In *Proceedings of 11-th International Probabilistic Workshop*, pp.183-192.
11. Kostyuchenko, Y. V., Yuschenko, M., Movchan, D., Zagorodny, A. G., & Yermoliev, Y. M. (2013). Regional risk analysis based on multisource data statistics of natural disasters. In *Integrated modeling of food, energy and water security management for sustainable social, economic and environmental developments*, 229-238.
12. Kostyuchenko, Y. V. (2015). Geostatistics and remote sensing for extremes forecasting and disaster risk multiscale analysis. In *Numerical Methods for*

- Reliability and Safety Assessment* (pp. 439-458). Springer International Publishing. DOI 10.1007/978-3-319-07167-1_16
13. Schlaifer, R., & Raiffa, H. (1961). *Applied statistical decision theory*.
 14. Kopachevsky, I., Kostyuchenko, Y. V., & Stoyka, O. (2016). Land Use Drivers of Population Dynamics in Tasks of Security Management and Risk Assessment // *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*, v.1, pp. 18-24
 15. Kostyuchenko, Y. V., Kopachevsky, I., Yuschenko, M., Solovyov, D., Marton, Laszlo, & Levynsky, S. (2012). Spectral reflectance indices as indirect indicators of ecological threats. In *Sustainable Civil Infrastructures—Hazards, Risk, Uncertainty*, Phoon, KK, Beer, M., Quek, ST & Pang, SD (editors), Research Publishing, Singapore, p, 557-562.
 16. Kostyuchenko, Y. V., Movchan, D., Artemenko, I., & Kopachevsky, I. (2016). Stochastic Approach to Uncertainty Control in Multiphysics Systems: Modeling of Carbon Balance and Analysis of GHG Emissions Using Satellite Tools // in: *Mathematical Concepts and Applications in Mechanical Engineering and Mechatronics*, ed. by Mangey Ram and J. Paulo Davim, IGI Global, USA, 2017, pp. 350-378, DOI: 10.4018/978-1-5225-1639-2.ch017
 17. Kostyuchenko Yuriy V., Sztoyka Yu., Kopachevsky I., Artemenko I., Yuschenko M., Multisensor satellite data for water quality analysis and water pollution risk assessment: decision making under deep uncertainty with fuzzy algorithm in framework of multimodel approach // SPIE Remote Sensing conference papers, Paper 10421-5
 18. Ermoliev, Y., & von Winterfeldt, D. (2012). Systemic risk and security management. In *Managing safety of heterogeneous systems* (pp. 19-49). Springer Berlin Heidelberg.
 19. Baird, A. J., & Wilby, R. L. (1999). *Eco-hydrology: plants and water in terrestrial and aquatic environments*. Psychology Press.
 20. Koch, H., & Grünwald, U. (2009). A comparison of modelling systems for the development and revision of water resources management plans. *Water resources management*, 23(7), 1403.
 21. Moussiopoulos, N., Berge, E., Bohler, T., Leeuw, F., Gronskei, K. E., Mylona, S., & Tombrou, M. (1997). Ambient Air Quality, Pollutant Dispersion and Transport Models, European Topic Centre on Air Quality, Topic Report 19. *European Environment Agency, EU Publications*, Copenhagen.
 22. Zannetti, P. (1970). Numerical simulation modeling of air pollution: an overview. *WIT Transactions on Ecology and the Environment*, 1.
 23. Zheng, C., & Bennett, G. D. (2002). *Applied contaminant transport modeling* (Vol. 2). New York: Wiley-Interscience.
 24. Canter, L. W. (1996). *Nitrates in groundwater*. CRC press.

25. Herlin, I., Nakonechnyi, O., & Zhuk, S. (2012, September). Minimax optical flow estimation from a sequence of 2D images. In *XX International Conference on Problems of Decision Making under Uncertainties (PDMU)*.
26. Horn, B. K., & Schunck, B. G. (1981). Determining optical flow. *Artificial intelligence*, 17(1-3), 185-203.
27. Zilioli, E., & Brivio, P. A. (1997). The satellite derived optical information for the comparative assessment of lacustrine water quality. *Science of the Total Environment*, 196(3), 229-245.
28. McFeeters, S. K. (1996). The use of the Normalized Difference Water Index (NDWI) in the delineation of open water features. *International journal of remote sensing*, 17(7), 1425-1432.
29. Kogan, F., Stark, R., Gitelson, A., Jargalsaikhan, L., Dugrajav, C., & Tsooj, S. (2004). Derivation of pasture biomass in Mongolia from AVHRR-based vegetation health indices. *International Journal of Remote Sensing*, 25(14), 2889-2896.
30. Gordon, H. R., Brown, J. W., & Evans, R. H. (1988). Exact Rayleigh scattering calculations for use with the Nimbus-7 coastal zone color scanner. *Applied optics*, 27(5), 862-871.
31. Kaufman, Y. J., & Tanre, D. (1992). Atmospherically resistant vegetation index (ARVI) for EOS-MODIS. *IEEE transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 30(2), 261-270.
32. Mueller, J., Mueller, J. L., Pietras, C., Hooker, S. B., Clark, D. K., Frouin, A. M. R., & Fargion, G. S. (2002). Ocean Optics Protocols For Satellite Ocean Color Sensor Validation, Revision 3, volumes 1 and 2. *NASA tech. memo*, 210004.
33. Lyalko V.I., Kostyuchenko Yu.V., Elistratova L., Artemenko I., et al. (2015) *The greenhouse effect and climate change in Ukraine: assessment and effect*. Kiev, "Naukova Dumka", 283 p. (in Ukrainian)
34. Romanenko O.V., Arsan O.M., Kipnis L.S., Sytnyk Yu.M. (2015) *Ecological problems of the Kiev reservoirs and adjoining territories*. Kiev., Naukova Dumka, 190 p. ISBN 978-966-00-1506-7 (in Ukrainian)
35. Osadchy V.I., Nabyvanets B.I., Osadcha N.M., Nabyvanets Yu. B. (2008) *Hydrochemical guide. Surface water of Ukraine. Hydrochemical calculations. Methods of analysis*. Kiev, "Naukova Dumka", 656 p. (in Ukrainian)
36. Liu, Y. G., Wang, N. L., Wang, L. G., Zhao, Y. Q., & BoWu, X. (2013). Application of GIS in regional ecological risk assessment of water resources. *Environmental Engineering & Management Journal (EEMJ)*, 12(7).

37. Landis, W. G., & Thomas, J. F. (2009). Regional risk assessment as a part of the long-term receiving water study. *Integrated environmental assessment and management*, 5(2), 234-247.
38. Jason, R. E., & Shepard, C. N. (2006). Water Suppliers.
39. Li, J., Huang, G. H., Zeng, G., Maqsood, I., & Huang, Y. (2007). An integrated fuzzy-stochastic modeling approach for risk assessment of groundwater contamination. *Journal of Environmental Management*, 82(2), 173-188.
40. Wang, T. R., Sun, G. N., & Liu, S. Y. (2011). Relationship between Spatiotemporal Variation of Water Pollution and Runoff Volume of Mainstream Section of the Weihe River in Shaanxi Province. *Arid Zone Research*, 28(4), 599-615.
41. Geng, Y., Zhang, J., Zhou, Q., Xu, C., & Zhao, Y. Q. (2011). Fuzzy synthetic evaluation of Weihe water quality.
42. Justel, A.; Peña, D.; Zamar, R. (1997). A multivariate Kolmogorov–Smirnov test of goodness of fit. *Statistics & Probability Letters*. **35** (3): 251–259. doi:10.1016/S0167-7152(97)00020-5
43. Nabyvanets B.I., Osadchy V.I., Osadcha N.M., Nabyvanets Yu. B. (2007) *Analytical chemistry of surface water*. Kiev, “Naukova Dumka”, 456 p. (in Ukrainian)
44. Marsaglia G, Tsang W.W, Wang J (2003). Evaluating Kolmogorov's Distribution. *Journal of Statistical Software*. **8** (18): 1–4
45. Straub, D. (2009). Stochastic modeling of deterioration processes through dynamic Bayesian networks. *Journal of Engineering Mechanics*, 135(10), 1089-1099.
46. Kostyuchenko, Y. V. (2018). On the Methodology of Satellite Data Utilization in Multi-Modeling Approach for Socio-Ecological Risks Assessment Tasks: A Problem Formulation. *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*, 3(1), 1-8.
47. Kostyuchenko, Y. V., Sztoyka, Y., Kopachevsky, I., Artemenko, I., & Yuschenko, M. (2017, November). Multisensor satellite data for water quality analysis and water pollution risk assessment: decision making under deep uncertainty with fuzzy algorithm in framework of multimodel approach. In *Remote Sensing for Agriculture, Ecosystems, and Hydrology XIX* (Vol. 10421, p. 1042105). International Society for Optics and Photonics.
48. Kostyuchenko, Y. V., Stoyka, Y., Negoda, I., & Kopachevsky, I. (2018). Decision Making Under Deep Uncertainty With Fuzzy Algorithm in Framework of Multi-Model Approach: Water Pollution Risk Assessment Using Satellite Data. In *Soft Computing Techniques and Applications in Mechanical Engineering* (pp. 1-34). IGI Global.

ПІДХІД ДО АНАЛІЗУ СОЦІАЛЬНОЇ ВРАЗЛИВОСТІ ПО ВІДНОШЕННЮ ДО КАТАСТРОФ РІЗНОГО ПОХОДЖЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ДАНИХ З РІЗНИХ ДЖЕРЕЛ

Ю.В. Костюченко, В.І. Лялько, М.В. Ющенко, Д.М. Мовчан., І.М.
Копачевський

Науковий центр аерокосмічних досліджень Землі ІГН НАН України

Ключові слова: сприйняття ризику, землекористування, агроекологічні умови, соціальна вразливість, аналіз ризику

ВСТУП

Гуманітарні проблеми стають основними складовими сучасної концепції безпеки [1, 2]. Сучасне розуміння комплексної безпеки та комплексного управління ризиками вимагає аналізу всіх природних і соціальних явищ, залучення всіх наявних даних, побудови передових аналітичних інструментів та вдосконалення нашого розуміння уразливості, сприйняття ризику та безпеки [2]. У певному сенсі управління ризиками переходить від проблеми інженерного захисту до предметної області соціального управління [3, 4].

Традиційно використовувані детерміновані моделі, що застосовуються, як правило, для аналізу ризиків, важко застосовувати до аналізу соціальних проблем, а також при аналізу багатовимірних комплексних явищ. Їх важко визначити кількісно, тому що багатовимірний розподіл досліджуваних параметрів спричиняє високу невизначеність, а система не є ергодичною в суворому сенсі [5, 6]. Тому стохастичні моделі аналізу ризику є кращими для кількісного аналізу соціальних питань, таких як поведінка людей, соціальна вразливість та сприйняття ризику. Вплив соціальних факторів та параметрів збитків від катастроф має бути кількісно оціненом через аналіз безпеки та вразливості.

Тому питання ризику та сприйняття загроз мають бути описані в рамках моделей аналізу ризиків, з використанням відповідних

інструментів та підходів, пов'язаних з людським виміром вразливості [7].

ОСНОВИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЗА УМОВ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ З ВРАХУВАННЯМ МОДЕЛЕЙ ПОВЕДІНКИ

Для включення людського виміру в аналіз ризиків ми повинні визначити ризик через соціальні, культурні та поведінкові фактори. Зокрема, для вивчення сприйняття ризиків можна визначити культуру як систему цінностей, що домінує у певній групі людей у певний час і визначає певний тип соціальної поведінки та набір відповідних практик. Різні культури виробляють різні типи комунікативних інструментів, соціального життя та групового поділу, відповідно до теорії Дуглас [8]. Мотивація кожної групи людей у рамках відповідних культур різноманітна і ґрунтується на сукупності цінностей. Відповідно до теорії Шварца, мотивація цілей, віддзеркалена в цінностях [9]: Взаємодія цих цінностей визначає інтенсивність розвитку, поведінки та сприйняття загроз.

Ми також визнаємо стабільні набори інструментів комунікації, притаманні певній групі людей у певний час як основні соціальні чинники, які впливають на сприйняття ризику. Таким чином, соціокультурні фактори - це параметри, що характеризують стабільний тип людських відносин, реалізовані у вигляді специфічного набору засобів комунікації.

Вплив соціокультурних факторів на сприйняття ризику можна описати узагальненою моделлю збільшення премії ризику як готовності "платити за ризик". У цьому випадку підвищення готовності платити за ризик, підвищення страхових премій буде виражатися в максимізації страхової премії шляхом уникнення невизначеності, максимізації повернених цін і мінімізації збитків.

Таке формалізоване сприйняття ризику в більшості загальних випадків може бути представлено як [10]:

$$F_t(X_t) \rightarrow f(V(\mathbf{X}), R(\mathbf{X})) \quad (1)$$

Де - $F_t(X_t)$ це "функція готовності платити за ризик" - очікувана віддача відсотків, премія за ризик, яку можна тлумачити як ступінь сприйняття ризику; $V(\mathbf{X})$ - повернення ризикованих значень $\mathbf{X}=(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$, i - активи; $R(\mathbf{X})$ - функція ризику, t -час. У найпростішому

випадку ринкової поведінки представлене рівняння може бути представлене у формі:

$$F_t(X_i) \propto \sum_{i,t=0}^T [V_t(\mathbf{X}_i) - b_i R_t(\mathbf{X}_i)], \quad (2)$$

де b - коефіцієнт чутливості, відомий як "очікувані активи, що повертаються до надлишкових доходів ринку".

Отже, роль соціокультурних та когнітивних евристичних фільтрів полягає в максимізації очікуваного повернення інтересу (пошуку $\text{Arg max}_{i,t} \{V_t(X_i)\}$), уникнення невизначеність, максимізація (пошук $\text{Arg max}_i \{V_t(X_i)\}$) і мінімізація втрат (знахідка $\text{Arg min}_i \{X_i^t\}$).

Ця задача була сформульована та розв'язана для окремих випадків [11] як моделі "збільшення прибутку".

Опитування та розрахунки показують, що для більшості спільнот існують деякі важливі гіпотези, такі як: i) соціальна справедливість та, зокрема, справедливий розподіл доходів, що підвищує стабільність суспільства [12]; ii) індивідуалістичні групи є більш стабільними і мають премії з підвищеним ризиком через надмірність впевненості та прихильність до високої самооцінки [13]; iii) вища маскуліність призводить до збільшення вразливості [14]; iv) ухилення від невизначеності здебільшого, але не завжди призводить до підвищення стійкості, оскільки прагне до безпечних інвестицій [15].

Обидва компонента правої сторони рівняння (2) мають значні поведінкові навантаження. Компонента "ринок" $V(\mathbf{X})$ більше залежить від культури, соціальної поведінки та комунікацій, компонента "ризик" - на когнітивну евристику та особисту поведінку під час стихійного лиха. Структура впливу на наше прийняття рішень складна та ускладнена, і може бути представлена як розподіл особистих та колективних упереджень (рис.1).

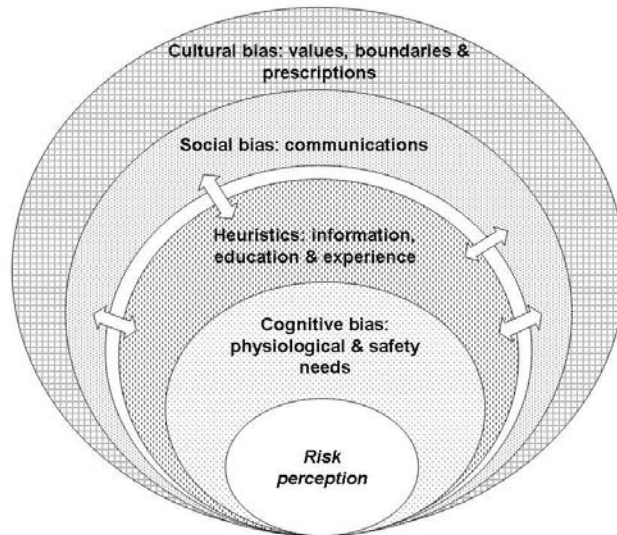


Рис. 1. Компонент сприйняття ризику

У цьому дослідженні ми зосередилися на формалізації когнітивної евристичної складової (компонента "ризик" на рис.1 та 2) щодо сприйняття ризику, враховуючи соціокультурний компонент (ринкова складова на рис.1 і 2) як фільтр сприйняття [16] - комплекс стабільних комунікативних інструментів, які є атрибутами певної соціальної групи [2, 8].

У ситуації, коли дані соціологічних опитувань цінностей в українському суспільстві істотно гетерогенні, і лише вибірково обробляються в рамках методів, орієнтованих на оцінку ризику, ми зосередимо увагу на окремих компонентах сприйняття загроз.

Побудова запропонованих підходів до оцінки сприйняття ризику ґрунтується на теорії когнітивних евристик [21, 22].

ІНСТРУМЕНТИ АНАЛІЗУ ДАНИХ З БАГАТЬОХ ДЖЕРЕЛ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ РИЗИКІВ ТА ВРАЗЛИВОСТІ

Проблема коректної статистики - це звичайна проблема аналізу ризику та вразливості. В рамках найпоширенішого та найповнішого випадку ризик може бути представлений як суперпозиція взаємопов'язаної функції розподілу ($f(x, y)$) та функції пошкодження ($p(x, y)$):

$$R \propto \sum_{x,y} f(x, y)p(x, y) \quad (3)$$

Функція розподілу $f(x, y)$ описує вплив розширення катастрофи; функція пошкодження $p(x, y)$ описує розподіл пошкоджених активів: інфраструктури, людей, тощо. Для аналізу ролі соціальних факторів у варіаціях оцінки ризиків велика вивчалась кількість надзвичайних ситуацій.

Для аналізу ризику було відібрано та проаналізовано 894 надзвичайних ситуації в Україні в період 1960 - 2012 рр. Були виявлені загальні тенденції; а для детального аналізу було обрано період 1991 - 2010 рр., оскільки це часовий проміжок з найбільш надійними статистичними даними [17], підтвердженими супутниковими спостереженнями [18]. Соціально-економічні дані були проаналізовані на вибірці з 42 надзвичайних ситуацій, що включає 11 найбільш руйнівних подій. Перелік основних катастроф включає 6 повеней, 3 бурі, 1 температурну хвилю та 1 епідемію. Загальні збитки від великих надзвичайних ситуацій склали близько 1,67 млрд. євро, постраждали 2 721 918 осіб, а 1,173 людини загинули (таблиця 1). Аналіз найбільш руйнівних подій (таблиця 2) був спрямований на оцінку впливу сприйняття ризику на функцію ушкодження.

Аналіз і картографування просторових і часових розподілів катастроф та його параметрів є дуже складною проблемою, а також пряме порівняння розподілів не є коректним способом аналізу багатофакторних рушіїв катастроф. По-перше, різні типи стихійних лих мають різні довгострокові тенденції. По-друге, рушії різних стихійних лих мають різні просторові та часові масштаби та мінливість.

Проблема побудови коректних інструментів складної регіональної оцінки ризиків вимагає оцінювання всіх рушіїв та параметрів усіх катастроф у досліджуваній області. Це вимагає визначення міри статистичних розподілів спостережень, яка буде інваріантною по відношенню до властивостей даних.

Проблема аналізу даних у контексті соціально-екологічних ризиків часто пов'язана з відсутністю надійних довгострокових спостережень катастрофічних подій, надійних соціально-економічних та екологічних даних. Згідно з загальними оцінками [19] на основі супутникових спостережень та статистичної оцінки, достовірність офіційних даних в окремих галузях становить близько 65-88% (на субрегіональних та локальних масштабах 88-92%). Ці рівні, і особливо варіації достовірності, є недостатніми для коректної комплексної оцінки безпеки. Таким чином, коректна та регулярна статистика є важливою

для побудови адекватної функції ризику, а також для розробки стратегій управління ризиками [19].

Таблиця 1.
Основні надзвичайні ситуації в Україні в 1991 - 2010 рр

Тип лиха	Катастрофа	Кк. подій	Кк. загиблих	Кк. постраждалих	Очікувані збитки (USD, 2001)
Епідемії	Інфекційні хвороби	3	275	6771	n/a
	<i>Середнє за подію</i>		<i>91,7</i>	<i>2257</i>	<i>n/a</i>
Екстремальні температури	Холодні хвилі	1	--	21	850.000
	Гарячі хвилі	2	--	34	1.860.000
	<i>Середнє за подію</i>		<i>--</i>	<i>18,3</i>	<i>903.333,3</i>
	Зимові температурні екстрими	1	801	59.600	78.750
	Літні температурні екстрими	3	11	416	120.500.000
	<i>Середнє за подію</i>		<i>203</i>	<i>15.004</i>	<i>30.144.687,5</i>
	Річкові повені	12	76	2.589.895	1.296.114.000
	<i>Середнє за подію</i>		<i>6,3</i>	<i>215.824,58</i>	<i>108.009.500</i>
Шторми	Невизначений тип	5	10	64.184	120.000.000
	<i>Середнє за подію</i>		<i>2</i>	<i>12836,4</i>	<i>24.000.000</i>
	Екстра-тропічні циклони	2	--	--	190.000.000
	<i>Середнє за подію</i>		<i>--</i>	<i>--</i>	<i>95.000.000</i>
	Тропічні циклони	2	11	1.000	35.600.000
	<i>Середнє за подію</i>		<i>5,5</i>	<i>500</i>	<i>17.800.000</i>
	Всі типи	9	21	65.184	345.600.000
	<i>Середнє за подію</i>		<i>2,3</i>	<i>7242,7</i>	<i>38.400.000</i>
Всі катастрофи		31	1.173	2.721.918	1.675.002.750
<i>Середнє за подію</i>			<i>37,52</i>	<i>87.803,8</i>	<i>54.032.346,78</i>

Щоб оцінити регіональний показник ризику, нам потрібен специфічний підхід до розуміння складних системних взаємозв'язків між розподілами частоти та інтенсивності надзвичайних ситуацій та соціальними параметрами. Тому розробка альтернативних способів аналізу багатовимірних розподілів є основним елементом регіонального аналізу та управління ризиком надзвичайних ситуацій [19].

Запропонований метод базується на нелінійному ядерелівському алгоритмі головних компонент (КРСА), модифікованому за специфікою даних: соціально-економічних, статистикою надзвичайних ситуацій, кліматичних, екологічних розподілом інфраструктури тощо [19]. Використовуючи цей метод, був проаналізований набір довгострокових регіональних статистичних даних про розподіл наслідків надзвичайних ситуацій.

Таблиця 2.

Найбільш впливові події в Україні в 1990 - 2010 роках - основні катастрофи, включені до аналізу

Катастрофа	Дата	Загіблі	Постраждали
Температурні екстремуми	Січень 2006	801	59.600
Епідемії	Січень 1995	204	1.380
Повінь	Червень 1995	2	1.700.000
Повінь	Липень 2008	38	224.725
Повінь	Листопад 1998	18	24.570
Повінь	Червень 1997	11	12.870
Повінь	Березень 2001	9	342.000
Повінь	Грудень 1993	5	25.000
Повінь	Липень 1993	4	300.000
Ураган	Липень 2000	4	39.010
Ураган	Листопад 2000	4	7.552

Використовуючи алгоритм КРСА, можна отримати регуляризований просторово-часовий розподіл досліджуваних параметрів протягом всього періоду спостереження з виправленою достовірністю та контрольованою невизначеністю [19, 20], як показано на рисунках 2, 3.

Кількісний аналіз спостережень [6] показує, що кількість усіх видів надзвичайних ситуацій зростає. Крім того, представлений розподіл демонструє істотне збільшення втрат, що пов'язано з зареєстрованим зростанням частоти та інтенсивності надзвичайних ситуацій, а також із збільшенням вартості пошкодженої інфраструктури.

Представлений розподіл демонструє, що відносні збитки від надзвичайних ситуацій в період з початку 1990-х дещо збільшуються, що, ймовірно, пов'язане з впливом зміни клімату та змінами структури управління. Загальні тенденції в світі та Європі демонструють загальне зменшення індексу відносних збитків *IoD*, що пов'язано з економічним зростанням (підвищення економічної стійкості до катастрофічних подій) та успішною реалізацією стратегій управління ризиками. В той самий час на території України з 1980-х рр. і, особливо з 1990-х рр., *IoD* значно зростає. Це пов'язано з економічною деградацією та відсутністю належних системних стратегій управління ризиками.

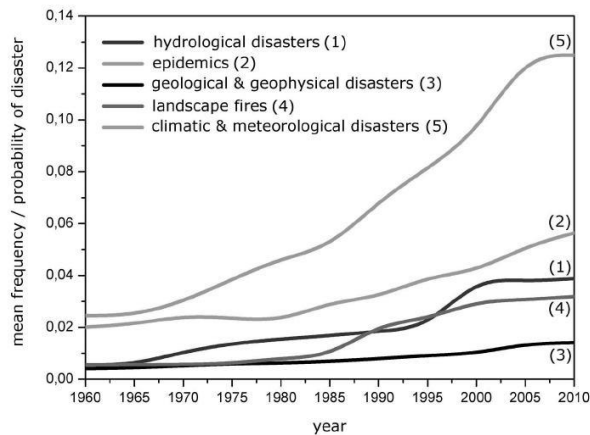


Рис. 2. Розподіл частоти надзвичайних в Україні 1960-2010 [18] та [2]

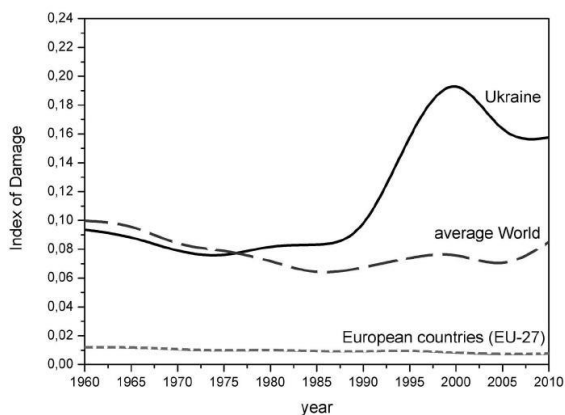


Рис.3. *IoD* (Індекс втрат від стихійних лих, пов'язаних із збитками до річного ВВП) в Україні 1960-2010 [18] та [2]

Представлені розподіли більш очевидно відображають той факт, що стале економічне зростання та впровадження адекватних стратегій оцінки та управління ризиками дозволяють зменшити уразливість суспільства до природних катастроф навіть із збільшенням їхньої частоти, інтенсивності та прямих втрат. Представлені розподіли надзвичайних ситуацій для України демонструють необхідність запровадження системних стратегій оцінки та управління ризиками, включаючи соціокультурну складову.

ФУНКЦІЯ СПРИЙНЯТТЯ РИЗИКІВ: ВРАХУВАННЯ СОЦІАЛЬНИХ ФАКТОРІВ ТА РУШІВ РИЗИКІВ ТА ЗБИТКІВ

Виходячи з теорії прийняття рішень з невизначеністю щодо когнітивної упередженості та поведінки з ризиком [21], ми пропонуємо записати функцію втрат наступним чином: $p(x, y | \alpha(t))$. Така функція модифікованого збитку включає в себе функцію усвідомлення $\alpha(t)$, яка є в такому випадку суперпозицією функції сприйняття ризику (r_p) та функції освіти та раціонального досвіду (c): $\alpha(t) \rightarrow (c + r_p)$ відповідно до [22].

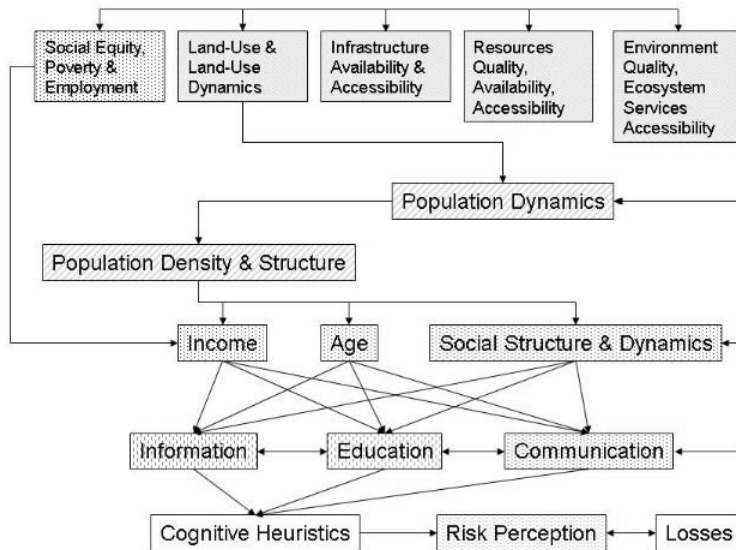


Рис. 4. Рушії сприйняття ризику

Функція освіти $c(t)$ в даному випадку описує поєднання освіти та досвіду. Функція сприйняття ризику r_p відображає концепцію безпеки в поведінці людей, і є основою для прогнозування соціально-економічних та соціально-екологічних процесів. Слід зазначити, що сприйняття ризику суттєво залежить від останніх подій.

Функція усвідомлення може бути представлена в узагальненому вигляді таким чином [2]:

$$\alpha(t) = \sum_i (c_i + (r_p)_i) \quad (4)$$

Таким чином, можна було б проаналізувати дві компоненти цієї функції: рушії, які формують довгострокову відповідь; і параметри, які формують середньо-і короткострокові параметри сприйняття ризику (рис. 4).

Ці різні компоненти, які можна розглядати окремо.

ОСВІТА ТА ВІКОВА СТРУКТУРА, ЯК ВЕЛИКОМАСШТАБНІ СОЦІОКУЛЬТУРНІ РУШІ РОЗПОДІЛУ РИЗИКУ

За допомогою представленої формалізації ми можемо представляти окремі розподіли параметрів. Для оцінки втрат, пов'язаних із рівнем базової освіти людей, пропонується регресія [2, 23]:

$$p(\alpha)_c = a_0 + p_o(x, y) \sum_{i,t} (E_{i,t}^{(x,y)} + A_{i,t}^{(x,y)}) + \sum_{i,t} (r_p)_{i,t}^{(x,y)} \quad (5)$$

Тут a_0 - постійний коефіцієнт; p_o - базовий рівень фізичних втрат на ділянці (x, y) ; $E_{i,t}$ - рівень освіти людей групи i в часі t на ділянці (x, y) ; $A_{i,t}$ - вік групи людей i в часі t на ділянці (x, y) .

Використовуючи алгоритм (5) з наявною статистикою, ми не маємо інструментів для прямої оцінки функції сприйняття ризику. Отже, для оцінки варто застосовувати непрямі алгоритми.

У такому вигляді компонента $\sum_{i,t} (r_p)_{i,t}^{(x,y)}$ може бути інтерпретована як коефіцієнт невизначеності [24]. Тож якщо для спостережень на ділянці $M(x, y)$ з двох джерел/записів доступні кілька досить надійних інтервалів τ протягом тривалого періоду t , ми можемо запропонувати таку оцінку невизначеності [2]:

$$(r_p)_{i,t}^{(x,y)} = \delta p(\alpha) = \left| p_1(\alpha)_{i,t}^{(x,y)} - p_2(\alpha)_{i,t}^{(x,y)} \right| / \left(\frac{\sigma_\tau \sum_{\tau,m} \left(\frac{|p_1(\alpha)_{m,\tau \in t}^{(x,y) \in M} - p_2(\alpha)_{m,\tau \in t}^{(x,y) \in M}|}{2} - \sum_{\tau} p_1(\alpha)_{m,\tau \in t}^{(x,y) \in M} \right)}{CoVar_m} \right) \quad (6)$$

Це рівняння можна використати [2] як просту форму для оцінки функції сприйняття ризику групи населення i з рівнем освіти E та віковим діапазоном A на ділянці (x, y) за часовим інтервалом τ в межах географічного регіону M та період спостереження t .

Комбінація рівнянь (5) - (6) описує розподіл функцій освіти серед досліджуваних груп населення за часовим інтервалом τ в межах географічного регіону M та періоду спостереження t (рис. 5, 6). Представлені розподіли демонструють, що при всіх видах надзвичайних ситуацій менш освічені люди страждають більше (поранення, зникнення та смертність).

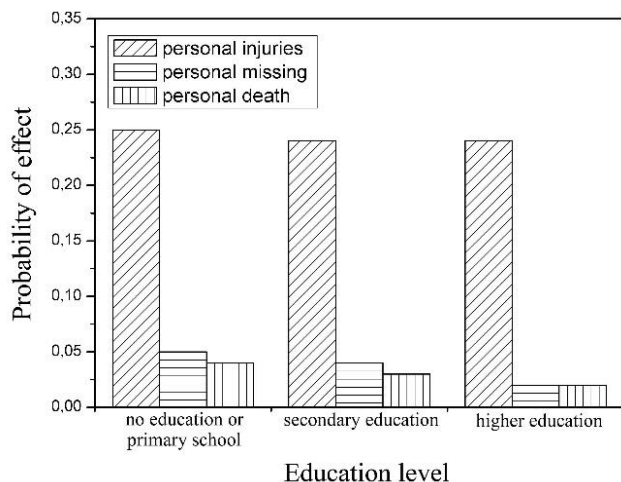


Рис. 5. Розподіл імовірності впливу на особу (смерть, поранення чи зникнення) в залежності від освіти [2]

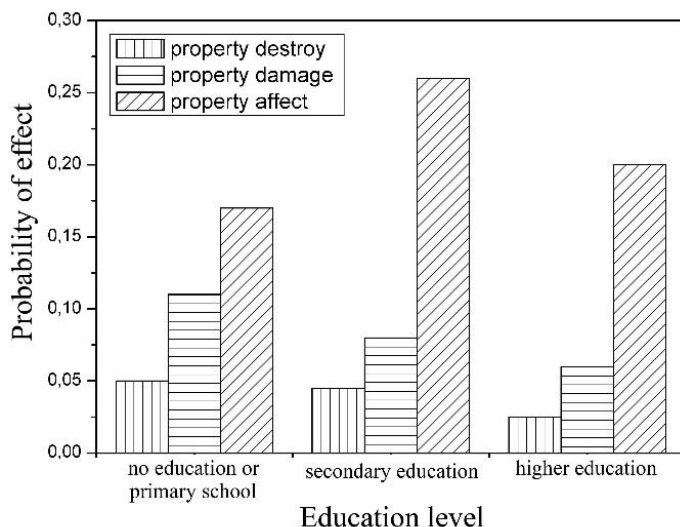


Рис. 6. Розподіл імовірності майнового збитку (будинки та бізнес, зруйновані, пошкоджені та постраждалі) в залежності від освіти [2]

СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНІ РУШІ РИЗИКУ І ВТРАТ НА КОРОТКИХ ТА СЕРЕДНІХ МАСШТАБАХ

Дані про катастрофи [17] були проаналізовані, використовуючи модифікований нелінійний алгоритм кернелівського аналізу головних компонент (КРСА). В результаті були отримані регуляризовані в просторі і часі розподіли з нормованою достовірністю.

На рисунках 5 та 6 представлено розподіл ймовірності враження людей, що залежить від освіти, розрахований за статистикою найбільш значних надзвичайних ситуацій в Україні в період 1991 - 2012 [17, 25]. Цей розподіл відповідає середнім світовим тенденціям [25]. Крім того, розподіл відображає невідповідність розподілу майна в Україні та важливий зв'язок з моделями соціальної справедливості.

Компонент ризику, обумовлений освітою (і опосередковано за віком), тісно пов'язаний з економічними показниками, такими як дохід на душу населення. Опитування показують, що ці взаємовідносини різноманітні, і вони значно гетерогенні в просторі і часі.

На рисунках 7 і 8 наведені розподіли ймовірності враження людей, в залежності від особистого доходу. Ці розподіли виглядають передбачуваними, оскільки відповідають середнім світовим тенденціям [25]: зокрема, збільшення доходів веде до збільшення захисту.

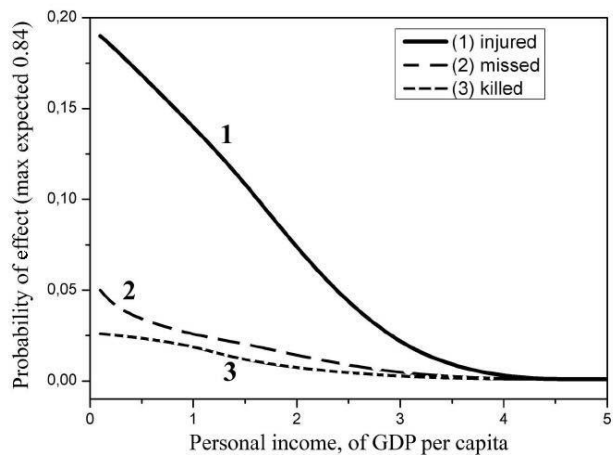


Рис. 7. Розподіл імовірності впливу на індивідуума в залежності від особистого доходу. ВВП: валовий внутрішній продукт [2]

Піки ймовірності індивідуального пошкодження та майнового збитку з низьким рівнем доходу та збільшенням імовірності руйнування майна з високим рівнем доходу, показані на малюнку 8, демонструють цікаві особливості українського суспільства: найбільш бідні та найбільш багаті люди найбільш вразливі до катастроф. Найбідніші є вразливими через брак інфраструктури та доступності ресурсів; найбагатші через нехтування правилами безпеки. Це різні аспекти поведінки соціальних груп, і їх можна назвати проблемою прийняття рішень в умовах невизначеності [26].

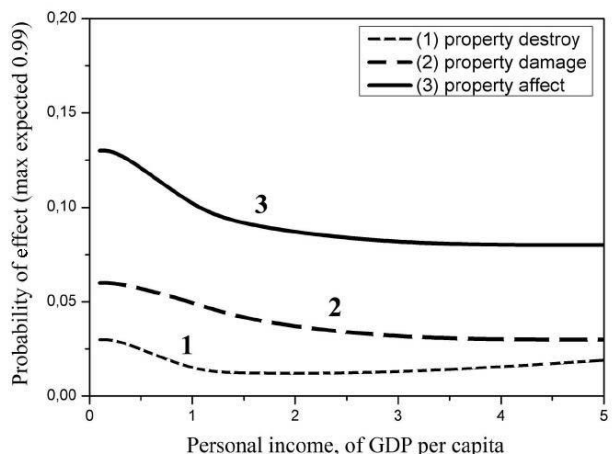


Рис. 8. Розподіл ймовірності майнового збитку в залежності від особистого доходу. ВВП: валовий внутрішній продукт [2]

У загальному випадку лінеаризована форма може бути запропонована таким чином [19, 27]:

$$\ln(p_{i,t}(x, y))_r = a_1 P_{i,t} + a_2 F_{i,t}^d + a_3 \ln I_{i,t} + a_4 (\ln I_{i,t})^2 + a_5 P_{i,t}^{UR} + a_6 (\ln I_{i,t} P_{i,t}^{UR}) + \xi_{i,t}^{(x,y)} \quad (7)$$

Тут a_n - регресійні емпіричні коефіцієнти; $F_{i,t}^d$ - частота катастроф на ділянці (x, y) ; $I_{i,t}$ - дохід на душу населення групи людей i у часі t на ділянці (x, y) ; $P_{i,t}$ - сукупність за часом t на ділянці (x, y) ; $P_{i,t}^{UR}$ - міське населення/соціальна щільність у часі t на ділянці (x, y) ; і ξ - коефіцієнт невизначеності.

Запропоноване рівняння, що описує втрати, вимагає докладних даних про використовувані параметри, зокрема, про розподіл щільності населення або дохід.

СТОХАСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ НАСЕЛЕННЯ

Зазвичай ми не маємо точних даних про розподіл та динаміку населення, тому демографічна статистика є об'єктом статистичних оцінок. Ми можемо оцінити значення $P_{i,t}$ - населення за час t на ділянці (x, y) як стохастичне значення.

Якщо ділянка (x, y) є частиною змішаної території з урбанізованими та сільськими територіями, то кількість населення на досліджуваній ділянці може бути представлена як:

$$P_{i,t}^{(x,y)} = \frac{\mu_i^{RUR} P_i^{RUR}}{\sum_{x,y} \mu_{(x,y)}^{RUR}} + \frac{\mu_i^{UR} P_i^{UR}}{\sum_{x,y} \mu_{(x,y)}^{UR}}, \quad (8)$$

Де P_i^{RUR} - сільське населення, P_i^{UR} - міське населення, μ^{RUR} - сільський коефіцієнт щільності ймовірності, μ^{UR} - міський коефіцієнт щільності ймовірності для певного місця.

Щільність сільського населення як функція землекористування та урожайності сільськогосподарських культур

Сільське населення визначається коефіцієнтом щільності ймовірності сільського населення μ_i^{RUR} , яке можна визначити як:

$$\mu_{i(x,y)}^{RUR} = \sum_{n,(x,y)} u_{n,(x,y)} S_{(x,y)}, \quad (9)$$

Де $u_{n,(x,y)}$ - коефіцієнт агроекологічного зонування для типу землекористування n на ділянці (x, y) ; $S_{(x,y)}$ - площа типу землекористування на ділянці (x,y) . Коефіцієнт агроекологічного зонування включає кількість параметрів [28]:

$$u_n \rightarrow h_n(A_n; \delta) \bar{y}_n(x_n), \quad (10)$$

Де h_n - земельний індекс, розрахований для кожного регіону з урахуванням забруднень та деградації ґрунтів, A_n - тип землекористування, δ - параметр масштабування, \bar{y}_n - максимальна досяжна врожайність, залежна від x_n - агроекологічного стану, який включає в себе параметри місцевості, ґрунту, води: вологість та опади, клімат і температура. Максимально досяжна врожайність може бути оцінена як функціональна максимальна річна статистична дохідність:

$$\bar{y}_n \rightarrow y \cdot (1 - u) \cdot f(k) \cdot S(T, W, R) + \Delta \quad (11)$$

Де u - індекс деградації врожаю; $f(k)$ - функція щільності врожаю; $S(T, W, R)$ - функціонал продуктивності, що залежить від розподілів температури, водного навантаження та сонячного випромінювання; Δ - коефіцієнт невизначеності [29].

Вразливість сільських жителів визначається природними умовами, якістю земель, ефективністю землекористування, інтенсивністю забруднення, коливаннями урожайності зерна в період сівозміни [30, 31] та ринковою кон'юнктурою.

Крім того, існує локальний параметр, який поєднує розподіл населення та доходів через варіації споживчих цін на сільськогосподарське виробництво. У рамках загальної стохастичної соціально-економічної регіональної моделі (Fischer et al., 1996) виробнича функція "сукупного фермера" повинна включати індекс виробництва з наявними цінами конкретного регіону p_{rc} на урожай y_{rc} , національними цінами p_c , включаючи коефіцієнт зважування w_l [32]:

$$p_r^i = w_l \frac{\sum p_{rc} y_{rc}}{\sum p_c y_{rc}} \quad (12)$$

Де w_l є коефіцієнт доступності інфраструктури, що відображає якість дорожньої інфраструктури β , відстань l' між даною ділянкою

та усіма іншими містами та ділянками, а також щільність міського населення P_i^{UR} , як:

$$w_l = \sum_r \frac{P_r^{UR}}{\exp(0.01 \cdot \beta_l \cdot distance_{l,r})}. \quad (13)$$

Цей тип стохастичного підходу з необхідними обмеженнями та змінними обговорюється в [31]. Також запропоновано методи контролю поточної продуктивності y_{rc} , а також її варіації [30]. Тому, як впливає з (12)-(13), вразливість сільського населення буде залежати також від розподілу міського населення, зокрема, відстані до міських центрів l та від національного розподілу вирощування сільськогосподарських культур.

Розподіл міського населення як функція доступності інфраструктури та соціально-економічної ситуації

Населення на урбанізованих територіях розподіляється іншим чином, і його вразливість має бути описана іншими відносинами. Загальна модель щільності міського населення p_n в регіоні n може бути представлена відповідно до [33, 34] як:

$$p_n(r) \propto \sum_{n(x,y)} p_{n(o)} \cdot \exp\left(-\frac{r_n}{r_{n(o)}}\right)^\sigma, \quad (14)$$

Де $p_{n(o)}$ - щільність населення у міському центрі, r_n - відстань ділянки n з локалізацією (x,y) до центру урбанізованої зони, $r_{n(o)}$ - функціональний радіус урбанізованої області, σ - параметр стадії розвитку міста.

Щоб зменшити різницю між типами землекористування та міськими ландшафтами всередині міст та урбанізованих зон, скористаймося коефіцієнтом дрібнення відповідно до [35, 36]:

$$\lambda_i = \sum_m \left(r_{im} - \frac{\sum d_{im}}{D_{im}} \right). \quad (15)$$

Де d_{im} - розмір землекористування типу i в локації m , D_{im} - розмір міських локації m , що включає різні види землекористування d_{im} , r_{im} - відстань від локації m до міського центру.

$$\mu_{i(x,y)}^{UR} = \sum_{n(x,y)} \frac{r_n}{\lambda_i} A_n \ln A_{(x,y)} \exp\left(-\frac{r_n}{(A_{(x,y)} / \pi)^{1/2}}\right) \sigma \quad (16)$$

Де A_n - муніципальна територія, $A_{(x,y)}$ - площа міста, r_n - відстань до міського центру, σ - параметри стадії розвитку міста. Параметр стадії містобудування може бути представлений у формі:

$$\sigma_{n(x,y)} = \sum_{n(x,y)} \left(\frac{A_{b(x,y)} + A_{i(x,y)}^{q_m}}{A_{(x,y)}} + \beta_l \frac{l_{im}}{r_n} \right), \quad (17)$$

Де $A_{b(x,y)}$ - забудована територія міста, $A_{i(x,y)}$ - промислова зона, l_{im} - щільність доріг, β - коефіцієнт доступності інфраструктури (що відображає якість дорожнього покриття), q_m - місцевий рівень зайнятості.

Отже, ми можемо зробити висновок, що вразливість міського населення залежить від розподілу дрібнення міста та якості міського середовища: щільність, якість та наявність інфраструктури, баланс між виробничими, житловими та рекреаційними зонами, ефективності використання міського землекористування та управління ландшафтом, соціальної політики, зокрема, зайнятості.

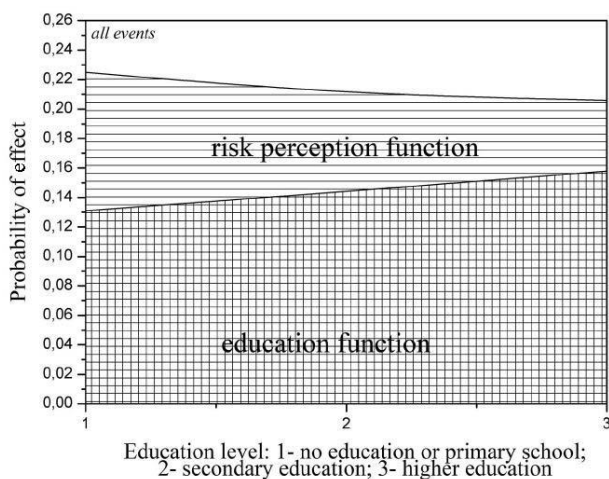


Рис. 9. Розрахунковий розподіл сприйняття ризику та освітня складова функції усвідомлення для всіх досліджених подій [2]

Запропоновані рівняння (7) з додатковими компонентами (8) - (17), що описують збитки від надзвичайних ситуацій, відповідають спостережуваним розподілам. Ця регресія добре співвідноситься з результатами інших досліджень [37].

Наявна статистика надзвичайних ситуацій була проаналізована, використовуючи запропонований підхід (8) - (10) та алгоритм КРСА. Результат демонструє взаємозв'язаний вплив функції освіти та функції сприйняття ризику на функцію ушкодження як міри вразливості до надзвичайних ситуацій (рис. 9-10). Отже, ми можемо окремо аналізувати вплив освіти, багаторічний досвід та короткострокову інформацію на динаміку втрат як функцію соціальної поведінки.

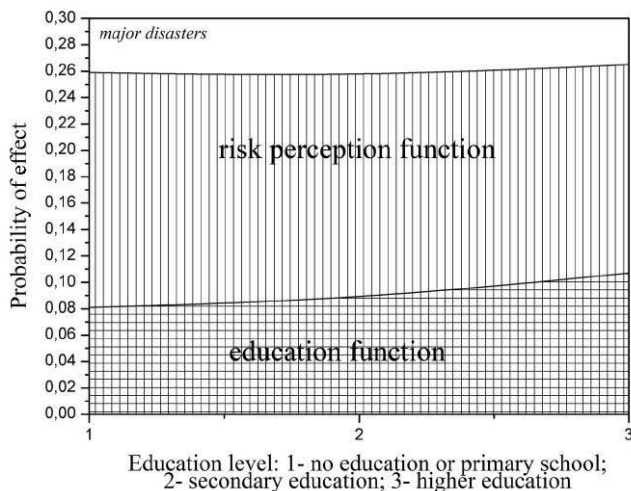


Рис. 10. Оціночний розподіл сприйняття ризику та освітній компонент функції усвідомлення "швидких катастроф" (11 великих катастроф) [2]

Дані показують, що не менше 7-11% прямих втрат залежать від короткострокової поведінки "інформаційних агентів": соціальна активність експертів, вчених, правильні дискусії в медіа тощо. Інші 8-10% втрат пов'язані з рівнем державної та професійної освіти. Таким чином, вартість систематичної освіти та тривалої підготовленості - це не менше 10-15% загальних втрат, а витрати на відповідальну інформацію, соціальну поведінку та формування політики складають до 8-20% (у випадку великих катастроф) [2].

ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ

Сучасний світ заснований радше на відносинах, ніж на причинно-наслідкових зв'язках, тому комунікативні, соціально-економічні та соціокультурні питання важливі для розуміння природи ризиків та прийняття правильних рішень. Сьогодні більшість аналітиків з питань безпеки оголосили про новий характер сучасних ризиків [38]. Ми зіткнулися з узгодженими або системними ризиками, реалізація яких призводить до ефекту доміно [39], несподіваним зростанням втрат і

смертельних випадків [40]. Цей тип ризиків виник внаслідок складного характеру гетерогенного середовища, тісного взаємозв'язку інженерних мереж та зміни структури суспільства. Гетерогенне багатоагентне середовище створює системні ризики, що вимагає аналізу даних з багатьох джерел, з застосуванням складних інструментів. Формальна основа для аналізу цього типу ризиків розробляється протягом останніх 5-7 років [40]. Але проблеми соціальної справедливості, етики та освіти потребують подальшого розвитку. Один з аспектів аналізу соціальних питань управління ризиками представлено в даній роботі.

Результати аналізу даних надзвичайних ситуацій свідчать про те, що близько половини прямих втрат від надзвичайних ситуацій можуть бути спричинені соціальними чинниками: освітою, досвідом та соціальною поведінкою. Використовуючи представлені дані, можна оцінити кількісні параметри розподілу втрат. Рівняння (5) та (7) визначають співвідношення між освітою, віком, досвідом та втратами. Рівняння (7) з компонентами (8) - (17) дозволяє оцінити вразливість (з точки зору ймовірного збитку) по відношенню до фінансового стану в поточній соціальній щільності залежно від стану навколишнього середовища, землекористування та інфраструктури. Отже, в загальному контексті освіта визначає сприйняття ризику та уразливість громад.

Але на місцевому рівні існують важливі неоднорідності. Структура землекористування та урбанізація впливають на вразливість у короткостроковому масштабі менше, ніж 3 роки (регіональний період сівозміни), а також на просторовому масштабі менше 20 км (розмір ландшафтного різноманіття).

Модель показує, що вразливість сільської громади залежить від наявності і доступності води, якості ґрунтів, ефективності землекористування (включаючи адаптацію до змін клімату), інтенсивності забруднення, коливання врожайності рослин протягом періоду сівозміни, річного національного розподілу вирощування сільськогосподарських культур та відстані до міських центрів. Тут слід зазначити, що "відстань до міських центрів" не є всеосяжним показником доступності ринку в загальному випадку: якість та наявність транспортної інфраструктури слід описувати більш детально на наступних етапах аналізу.

Вразливість міського населення визначається розподілом дрібнення міської забудови та якістю міського середовища: щільністю, якістю та наявністю інфраструктури, рівновагою між промисловими,

житловими та рекреаційними зонами, ефективністю міського землекористування та управління ландшафтами, а також соціальною політикою, зокрема, в галузі зайнятості.

На основі запропонованого підходу, зокрема, використовуючи рівняння (5), (7), (8) та (14), можна розрахувати розподіл вразливості з точки зору найбільш імовірних втрат для різних спільнот, використовуючи дані [17], [41] та [42]. На рис.11 представлений такий розподіл. Як ми бачимо, розрахункова вразливість відповідає розподілу надзвичайних ситуацій, щільності населення та соціально-економічним параметрам. Аналіз цих даних потребує більш детальних розрахунків з кращою сіткою, а також інтерпретації більш детальних даних.

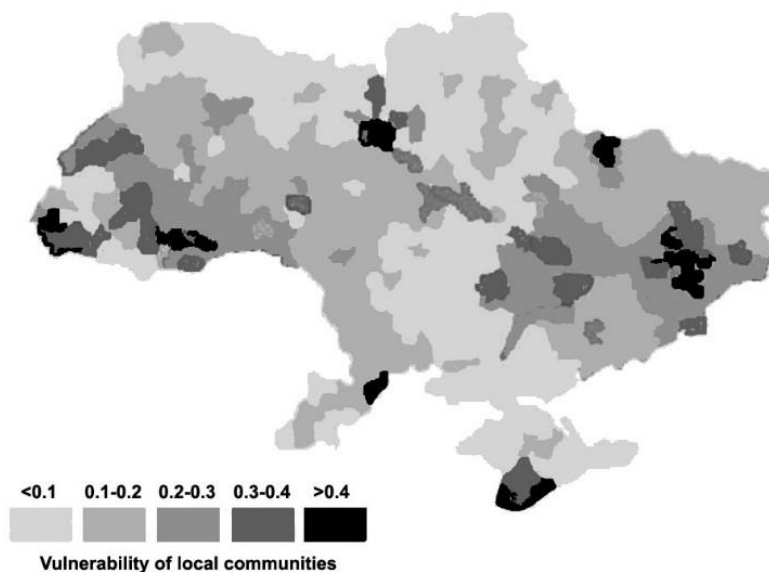


Рис. 11. Розрахунковий розподіл вразливості місцевих громад з точки зору найбільш імовірних особистих наслідків та майнового збитку, заподіяного багатостороннім впливом

Щільність населення тісно пов'язана з соціальною щільністю, з якістю інформування та прийняттям рішень [43]. Соціальне навчання, як функція соціальних комунікацій, також є способом підвищення стійкості.

Можна сказати, що соціальна стійкість є функцією інтенсивності та ефективності зв'язку між взаємопов'язаними та взаємодіючими мережами в гетерогенному середовищі.

Отже, результати дослідження показали, що управління ризиками повинно включати питання сприйняття ризиків та загроз, які слід описувати із застосуванням відповідних інструментів та підходів, пов'язаних з людським виміром вразливості. Наприклад, проблеми доступності та наявності ресурсів з урахуванням соціальної справедливості та соціально-економічної динаміки повинні бути включеними в майбутні дослідження в галузі аналізу ризиків.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Lutz, W., and Samir K.C. (2011) “Global human capital: integrating education and population” in *Science* **333**:587–592
2. Kostyuchenko Yuriy V., Movchan D. (2015) “Quantitative parameter of risk perception: can we measure a geoethic and socio-economic component in disaster vulnerability?” in: Peppoloni, S. & Di Capua, G. (eds) *Geoethics: the Role and Responsibility of Geoscientists*. Geological Society, London, Special Publications, 419. – 2015, First published online Feb 16, 2015, <http://dx.doi.org/10.1144/SP419.10>
3. Nelkin D. (1989) “Communicating Technological Risk: The Social Construction of Risk Perception” in *Annual Review of Public Health*, Vol. 10: 95-113 (Volume publication date May 1989), DOI: 10.1146/annurev.pu.10.050189.000523
4. Spink M.J.P., Menegon V.M., Bernardes J. de Souza, Coêlho A.E.L. (2007) “The language of risk in psychology: a social constructionist analysis of a psychological database” in *Interam. j. psychol.* v.41, n.2, - 2007, ISSN 0034-9690
5. Ermoliev Y. and Winterfeldt D. (2012) “Systemic Risk and Security Management” in: Y. Ermoliev et al. (eds.), *Managing Safety of Heterogeneous Systems, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 658, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp.19-49, DOI: 10.1007/978-3-642-22884-12
6. Kostyuchenko Yu.V. (2014) “Geostatistics and remote sensing for extremes forecasting and disaster risk multiscale analysis” in: S. Kadry and A. El Hami (eds.), *Numerical Methods for Reliability and Safety Assessment: Multiscale and Multiphysics Systems*, Springer International Publishing Switzerland, 2014, XII, 805 p. 328 il., 404-423, DOI 10.1007/978-3-319-07167-1_16, ISBN 978-3-319-07166-4
7. Linnerooth-Bayer J., Mechler R., and Pflug G. (2005). „Refocusing disaster aid” in *Science*, **309** (5737): 1044–1046
8. Douglas Mary and Wildavsky Aaron (1982) *Risk and Culture: An Essay on the Selection of Technical and Environmental Dangers*. Berkeley, CA: University of California Press, 224 p.

9. Schwartz S. H. (1992). "Universals in the Content and Structure of Values: Theoretical Advances and Empirical Tests in 20 Countries," In M. Zanna, eds., *Advances in Experimental Social Psychology* 25. Orlando, FL: Academic. 251-65
10. Weber E.U., Hsee C. (1998) Cross-Cultural differences in risk perception, but cross-cultural similarities in attitudes toward perceived risk // *Management science*, v.44, #9, Sept, 1998, pp. 1205-1217
11. Gritsevsky A., Ermoliev Yu. (2012) Modeling technological change under increasing return and uncertainty // in "Managing Safety of Heterogeneous Systems: Decisions under Uncertainties and risks". Eds by Yuri Ermoliev, Marek Makowski, Kurt Marti, pp. 109 – 136, Springer, 2012
12. Hofstede G. (1995). Multilevel Research of Human Systems: Flowers, Bouquets, and Gardens. *Human System Management*, 14, 201-217
13. Glaser Markus and Weber Martin. (2009) Which past returns affect trading volume? *Journal of Financial Markets*, 12, 1–31
14. Borghans, L., Heckman, J. J., Golsteyn, B. H., & Meijers, H. (2009). Gender Differences in Risk Aversion and Ambiguity Aversion. *Journal Of The European Economic Association*, 7, 2, 649-658
15. De Mooji, M. (2000). The future is predictable for international marketers: converging incomes lead to diverging consumer behavior. *International Marketing Review*, 17, 3, 103-113
16. Alexander D.E. (2014) Celebrity culture, entertainment values and... disasters // in: Krueger F., Bankoff G., Cannon T., Schipper L. (eds.), *Cultures and Disasters: Understanding cultural framings in disaster risk reduction*, London, Routledge, 2014, pp. 179-192
17. National report "On Technogenic and Natural Security in Ukraine in 2009" (2010). Kiev, 252 p.
18. Kostyuchenko Yu.V., Yuschenko M., Movchan D. (2013) "Regional risk analysis based on multisource data statistics of natural disasters" in: *Integrated modeling of food, energy and water security management for sustainable social, economic and environmental developments*. ed. by Zagorodny A.G., Yermoliev Yu.M. – Kyiv, –pp.229-238, ISBN 978-966-02-6824-1
19. Kostyuchenko Yu.V., Movchan D., Kopachevsky I., Bilous Yu. (2015) Robust Algorithm of Multi-Source Data Analysis for Evaluation of Social Vulnerability in Risk Assessment Tasks // *Proc. of SAI IntelSys 2015*, Nov 10-11, *IEEEExplore*, 2015, pp. 944- 949, London, UK, doi 978-1-4673-7606-8/15
20. Mudelsee M., Börngen M., Tetzlaff G. (2001) "On the estimation of trends in the frequency of extreme weather and climate events" in: Raabe A., Arnold K., Eds., *Wissenschaftliche Mitteilungen, Institut für Meteorologie*

- der Universität Leipzig, Institut für Troposphärenforschung e. V. Leipzig, Leipzig, v. 22, p. 78 – 88
21. Kahneman D. and Tversky A eds.. (2000). *Choices, Values, and Frames*. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press
 22. Tversky, A. and Kahneman, D. 1974. "Judgment under uncertainty: Heuristics and biases" in *Science*, **185**: 251-284
 23. Frankenberg E., Sikoki B., Sumantri C., Suriastini W., and Thomas D. (2013). "Education, vulnerability, and resilience after a natural disaster" in *Ecology and Society* **18**(2): 16, doi: 10.5751/ES-05377-180216
 24. Huber P. (1981). *Robust statistics*. Wiley, New York, New York, USA
 25. FAO/ADPC (2006). "The Role of Local Institutions in Reducing Vulnerability to Recurrent Natural Disasters and in Sustainable Livelihoods Development"; Rome
 26. Yudkowsky E. (2006). "Cognitive biases potentially affecting judgment of global risks" in *Global Catastrophic Risks*, eds. Nick Bostrom and Milan Cirkovic, pp. 91-120, ISBN 978-0-19-857050-9
 27. Kellenberg D.K., Mobarak A.M. (2008). "Does rising income increase or decrease damage risk from natural disasters?" in *Journal of Urban Economics*, **63**, 788–802, doi:10.1016/j.jue.2007.05.003
 28. Fischer G., Velthuisen H., Shah M., Nachtergaele F. (2002) *Global Agro-ecological Assessment for Agriculture in the 21st Century: Methodology and Results*. IIASA Report RR-02-02, March 2002, IIASA-FAO, 119 p., ISBN 3-7045-0141-7
 29. Gomme R., Das H. P., Mariani L., Challinor A., Tychon B., Balaghi R., Dawod M.A.A. (2007). "WMO Guide to Agrometeorological Practices, Chapter 5, Agrometeorological Forecasting". 70 pp. Current version downloadable from http://www.agrometeorology.org/fileadmin/insam/repository/gamp_chapt5.pdf
 30. Kostyuchenko Yu., Bilous Yu., Movchan D., Márton L., Kopachevsky I. (2013) Toward methodology of satellite observation utilization for agricultural production risk assessment // *IERI Procedia*, **5**, 2013, pp. 21-27, doi: 10.1016/j.ieri.2013.11.065
 31. Movchan D., Kostyuchenko Y., Marton L., Frayer O., and Kyryzyuk S. (2013) Uncertainty Analysis in Crop Productivity and Remote Estimation for Agricultural Risk Assessment // in: *Vulnerability, Uncertainty, and Risk: Quantification, Mitigation, and Management*, Edited by Michael Beer; Siu-Kui Au; and Jim W. Hall: pp. 1008-1015, ASCE, Liverpool, UK, 2014, doi: 10.1061/9780784413609.102
 32. Albersen P., Fischer G., Keyzer M., Sun L. (2002) Estimation of Agricultural Production Relations in the LUC Model for China. IIASA

- Report RR-02-03, April 2002, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria, 51 p., ISBN 3-7045-0142-5
33. Clark, C., (1951). Urban population densities. *Journal of royal statistical society*, 114, 490–496
 34. Chen, Y.G., (2008). A wave-spectrum analysis of urban population density: entropy, fractal, and spatial localization. *Discrete dynamics in nature and society*, 2008, 22, article ID 728420
 35. White, R. and Engelen, G., (1994). Urban systems dynamics and cellular automata: fractal structures between order and chaos. *Chaos, solitons & fractals*, 4 (4), 563–583
 36. Chen, Y.G. and Zhou, Y.X., (2008). Scaling laws and indications of self-organized criticality in urban systems. *Chaos, soliton & fractals*, 35 (1), 85–98
 37. Kahn M.E. (2005). “The death toll from natural disasters: The role of income, geography, and institutions” in *Review of Economics and Statistics* 87 (2), 271–284
 38. Marti K, Ermoliev Y, Makowski M. (2010) *Coping with Uncertainty: Robust Solutions*. Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Volume 633/2010, 2010, 286 p.
 39. Kostyuchenko Yuriy V., Kopachevsky I., Zlateva P., Stoyka Yu., and Akymenko P. (2012) “Role of systemic risk in regional ecological long-term threats analysis” in: *Sustainable Civil Infrastructures – Hazards, Risk, Uncertainty*, Phoon, K. K., Beer, M., Quek, S. T. & Pang, S. D. (editors), Research Publishing, Singapore, - 2012, p.551 – 556, ISBN: 978-981-07-2219-7:: doi:10.3850/978-981-07-2219-7 P226
 40. Ermoliev Y., Makowski M., Marti K. (eds), (2012) *Robust Management of Heterogeneous Systems under Uncertainties*. Springer, Heidelberg, Germany, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 658/2012, 2012, XXIII, 378 p., ISBN 978-3-642-22883-4
 41. Databank of Population census of Ukraine
http://database.ukrcensus.gov.ua/MULT/Database/Census/databasetree_en.asp
 42. *Population of Ukraine: demographic components of human development* (2015). edited by O. Gladun. – Uman: “Sochnsky” Publishing, 180 p., ISBN 978-966-304-127-8 (in Ukrainian)
 43. *Human development in Ukraine. Modernization of social policy: regional aspect* (2015). edited by E. Libanova, Kiev, 356 p., ISBN 978-966-02-7871-4 (in Ukrainian)
 44. Kopachevsky, I., Kostyuchenko, Y. V., & Stoyka, O. (2016). Land use drivers of population dynamics in tasks of security management and risk assessment. *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*, 1(1), 18-25.

45. Kostyuchenko, Y. V., Yuschenko, M., & Kopachevsky, I. (2018). Stochastic Approaches to Analysis and Modeling of Multi-Sources and Big Data in Tasks of Homeland Security: Socio-Economic and Socio-Ecological Crisis Control Tools. *Advanced Mathematical Techniques in Science and Engineering*, 57.
46. Kostyuchenko, Y. V., Yuschenko, M., Movchan, D., & Kopachevsky, I. (2017, October). Analysis of economic values of land use and land cover changes in crisis territories by satellite data: models of socio-economy and population dynamics in war. In *Earth Resources and Environmental Remote Sensing/GIS Applications VIII* (Vol. 10428, p. 104280C). International Society for Optics and Photonics.

**FEW
NEXUS
FOR
SUSTAINABLE
DEVELOPMENT**

INTEGRATED
MODELING
& ROBUST
MANAGEMENT

**INTEGRATED ROBUST MANAGEMENT OF FOOD-
ENERGY-WATER-LAND USE NEXUS FOR
SUSTAINABLE DEVELOPMENT**

A.G. Zagorodny¹, Yu.M. Ermoliev^{1,2}, V.L. Bogdanov¹,
Yu.V. Kostyuchenko¹, T.Yu. Ermolieva²

¹National Academy of Sciences of Ukraine; ²International Institute for
Applied Systems Analysis

This book summarizes the on-going research contributing to the joint project between the National Academy of Sciences of Ukraine (NASU) and International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA) addressing challenging problems of integrated robust management of interdependent food, energy, water, environment, social, demographic systems for sustainable developments (Zagorodny, Ermoliev, 2013; Zagorodny et al., 2012; 2013; 2014). The project creates a partnership of IIASA and seven leading institutes of NASU collaborating also with networks of national and international organizations, advisors, and policy makers. The project aims at science-based support of policies providing coherent strategic coordination and regulations among food, energy, water sectors, accounting for complex linkages and differences in spatial and temporal scales between agriculture, energy and water security, potential systemic risks and new feasible policies at a country level taking into account interregional and international trades, global-local pollution, related risks, direct and indirect exchange of resources, etc. The main methodological goal of the projects is to develop further and implement novel systems analysis approaches addressing problems of common interest for Ukraine, IIASA and globally, emerging in designing solutions for robust sustainable Food-Energy-Water-Environmental (FEWE) nexus management, which cannot be solved by existing traditional approaches.

Often, detailed sectorial and regional models have been used to independently plan desirable developments of respective sectors and regions. However, solutions that are optimal for a sub-system may turn out to be infeasible for the entire system. The project develops new approaches based on the linkage of detailed distributed models of subsystems (e.g., sectorial and regional models) under joint resource constraints thus enabling

truly integrative decision support for optimal and robust solutions across sectors and regions. Based on novel ideas of systems' linkage under asymmetric information and other uncertainties, nested strategic-operational and local-global models are being used in combination with, in general, non-Bayesian probabilistic downscaling procedures for analyzing and managing global systemic interdependencies and risks having local implications, and vice versa. Quantile-based indicators are used to cope with new type of risks and extreme events generated by decisions of various stakeholders. For long-term sustainable functioning of FEWE systems, robust policies comprise both interdependent strategic long-term (anticipative, ex-ante) decisions and short-term (adaptive, ex-post) decisions (adjustments).

As a result, the project develops a multimodel strategic-adaptive Decision Support System (DSS), which integrates not only national FEWE models, but also those operating at the global scale, in some cases 'downscaling' the results of the latter to a national level. This allows models developed at different resolutions for individual issues to be integrated, showing policymakers exactly where the trade-offs, synergies or discords of different policies may lie, enabling a dialogue among national and international stakeholders. The DSS includes a Data Base to serve as models' inputs. Data harmonization procedures utilize new type non-smooth stochastic optimization and stochastic quasigradient (SQG) methods for robust of-line and on-line decisions involving large-scale machine learning and Artificial Intelligence (AI) problems in particular, Deep Learning (DL) including deep neural learning or deep artificial neural network (ANN).

Increasing global-local inter- and intra-regional and sectorial interdependencies may significantly affect systemic instabilities even under insignificant at the first glance peripheral changes, e.g. due to introduction of new technologies, policies, or weather variability and natural disasters. Detailed sectorial models have been traditionally used to anticipate and plan desirable developments of the respective sectors. However, independent analysis and policies supported by these models ignore joint goals and constraints, which can lead to wrong policy implications. The absence of joint monitoring of available resources under increasing interdependencies among countries and their sectors can cause "unexpected" shortages, systemic instabilities and insecurity. For example, during extensive droughts and high water demand for agriculture, several power reactors in US had to shut-down in August 2007.

The increasing interdependencies among FEWE sectors require coordinated secure policies. Security is understood as an ability to fulfill the

needs of the society for food, energy, water, environment, etc., under standard requirements for their qualities, quantities, and risks. At the same time, on regional and local levels, especially in energy and agriculture, we can observe inconsistent decentralization and deregulation processes creating heterogeneous independent producers and distributors deciding their production plans and other activities according to risky instantaneous market conditions. In this case, the lack of proper coherent long-term policies may easily induce global systemic risks and failures, preventing sustainable developments. This requires new systemic regulations which can be designed by developing linkage methods enabling to analyze coordinated solutions without exact sectorial information.

In particular, the book presents contributions on the following issues:

- Methodological challenges related to modeling and robust management of FEWE nexus under systemic risks, uncertainties, asymmetric information. Secure coherent sustainable FEWE nexus management requires proper governance equipped with adequate decision support systems and methodologies for linking distributed sectorial and regional models. Robustness of policies can be achieved by using appropriate non-smooth systemic risk indicators enabling to properly represent “hit-or-miss” type decision situations regarding sustainability targets. The use of standard mean values, least square and variance-covariance approaches is not robust under asymmetric variability and uncertainty with non-normal distributions;
- Advanced approaches to modeling and analysis of FEWE systemic risks due to exogenous and endogenous shocks in interdependent socio-economic and environmental systems when a small disturbance in one system/location may cause essential spillovers and divergences of systems’ development trajectories, unpredictable in their consequences, leading to increase of future uncertainty. Agriculture, energy, and water systems are vulnerable to climate changes and weather-related extreme events. Coherent integrated new policies for land use, agriculture, water and energy security can play a central role in mitigation and adaptation to climate change and increasing weather variability;
- Linkage of distributed sectorial and regional models under asymmetric information. The distributed sectorial and regional models identify solutions that are optimal for the considered sectors and regions. When competition for resources becomes

binding, an independent analysis of sectors and regions that do not take their interconnectedness into account can become highly misleading. The approach for linking distributed models is based on an iterative “learning” process utilizing principles of SQG method of non-smooth stochastic optimization converging to the socially optimal solution. It does not require models to exchange full information about their specifications. In this way, we avoid a “hard linking” of the models in a single code that saves programming time and enables parallel distributed computations of sectorial/regional models instead of a large-scale integrated model;

- Dynamic robust cross-entropy-based downscaling model enables data harmonization across spatio-temporal scales and facilitates a fusion of global and local models. In particular, it allows to project future aggregate land use changes in Ukraine from a global land use model (GLOBIOM) to finer resolutions. The approach derives consistent results between large scale land use change and agricultural development processes and local dynamics. Proposed approach was used at IIASA and Institute of Economics and Forecasting, NASU, for downscaling projections derived by GLOBIOM for different socio-economic, technological, demographic and climatic scenarios (SSPs).
- Planning long-term energy sector development in Ukraine provides a coordinated internally consistent development outlook on the national socio-economic, technological and environmental trends, as well as it takes into account complex relationships with the outside world emerging due to globalization processes. Methodologies for developing long-term forecasts for large systems, which, in particular, include interdependent energy and water systems, focus on optimal and robust management of limited natural resources while fulfilling energy-water-environmental security goals.
- Landscape ecological analysis and modeling of the dynamics of vegetation state based on indicators of gross primary productivity (GPP) and net primary productivity (NPP) of vegetation cover taking account of changing environmental conditions. Dynamics and the overall amount of CO₂ absorption within the different classes of vegetation, including major crops in some regions of Ukraine, have been studied using satellite data. With the annual estimates of GPP and NPP, it is important to examine how the

observed effect of a variety of environmental conditions influence the overall vegetation productivity of the country;

- Analysis of water quality and water pollution risks based on using data from satellite observation of water bodies, soil cover and air pollutant transfer in wide context of robust resource management. Complex security management requires an integrated approach to socio-ecological risk assessment, including modeling of water, land and air environment. In situation of limited access to data, indirect estimation and process modeling become especially useful: not so many parameters are directly measurable with required spatial, temporal, spectral and radiometric resolutions, at the same time many parameters are observable incompletely and with uncertainty. One of the main problems is the analysis of uncertainties related to satellite data, connected with land-cover classification, as well as the development of problem-oriented land-cover classification approach;
- Multi-disaster risk analysis using multisource data (Kostyuchenko et al, 2020) addresses the issues of risk and threat perception using approaches related to the human dimension of vulnerability. Human issues are among the main components of modern security concept. Modern understanding of complex security and complex risk management requires analysis of all natural and anthropogenic factors, the involvement of all available data, the construction of advanced risk-adjusted analytical tools, and the transformation of our understanding about vulnerability, perception of risk and security. The safety, security and risk management problems now entail not only engineering but to a major extent also socio-economic and environmental concepts;
- Integrated long-term approaches to risk management and economic development under (endogenous and exogenous) uncertainties and risks demonstrate that strengthening linkages between ex-ante long-term decisions (such as floods and droughts risk mitigations, building storages and reservoirs, irrigation systems) with other short-term ex-post adaptive multi-stakeholders decisions significantly improves the robustness, efficiency and environmental safety of solutions with respect to inherent uncertainty and extreme events. Intensification of ex-ante measures—combined with a more intelligent method for

setting aside resources to build adaptive capacities for ex-post compensations, contingent credits, catastrophic bonds, monitoring, trade and regulation—can significantly reduce the overall burden on national economies and enable a balance between economic growth and security. Integrated long-term approaches to risk management and economic development, with an explicit emphasis on the possibility of rare high-consequence catastrophes, enables effective decisions in this context.

In Ukraine, the lack of coherent integrated governmental policies in Ukraine caused the dualization of agriculture (Zagorodny et al., 2014; Keyzer et al., 2013, 2017; Acs et al., 2013) between small domestic market-oriented household farms, playing a central role in domestic food supply and national food security, and large market-oriented agricultural enterprises with strong priority for producing highly demanded on international markets crops such as "bioenergy" crops. This created strong exposure to (international) market risks and led to uncontrolled agricultural production intensification, imbalanced land utilization, soil, water, air pollution by heavy metals and other components of wastes and residues of fertilizers and pesticides. Land concentration with focus on profits leads large enterprises to reducing investment in human capital resulting in migration, destructions of rural settlements, income polarization, loss of welfare, depopulation, increase of unemployment and poverty.

The importance of coherent integrated modeling approaches for analyzing secure access to food, energy, and water became especially evident for NASU researchers after the Chernobyl disaster. Institutes of NASU accumulated significant experience in this area. The Bonn Conference on the Water, Energy, Food Security Nexus emphasizing that “the interdependency between water, energy and food security is explicitly identified in decision-making within and across all levels to realize the potential for mutually beneficial action and avoid conflicting policy objectives and unintended consequences (Bonn Conference, 2011; OECD, 2012).

The new methodological challenge of the current research concerns proper systems analysis of controversies, which are characterized not only by increasing interdependencies among countries and their sectors, but at the same time - increasing decentralization and deregulation of sectors generating potential global risks shaped by intentional or unintentional actions of various agents, including agricultural, water, energy and environmental, stakeholders. These endogenous risks can harm sustainable developments, e.g., causing cascading black-outs and power shortages in

California, price surges in Norway, floods from hurricane Katrina, events in Japan, and world-wide financial and economic crises.

Therefore, in this research a Decision Support System for the integrated robust management of FEWES is based on developing non-Bayesian stochastic simulation and optimization models with “artificial learning” (learning from simulation) of strategic long-term anticipative decisions linked to the adaptive responses. Apart from linkage in time by strategic and adaptive decisions aiming to make optimal robust short-term decisions from long-term perspectives, the project develops and implements methods for linkages of distributed sectorial and regional global-local models. This allows for proper representation of interdependent collective systemic risks and robust sustainable policies. Simple approaches using aggregate treatment of the risks leads to wrong policy implications as e.g. in agriculture average seasonal temperature or average precipitation, cannot reveal potential critical variability of crop yields and crop production. The average treatment would negatively affect the composition of technological portfolios; underestimate the role of grain storages, water retention areas or reservoirs, advanced irrigation technologies for buffering food production and price surges; overestimate the role of markets for risk-reduction and sharing; provide misleading view on insurance and risk pricing mechanisms; which as a result will affect sustainable developments.

The main methodological goal of the “Integrated robust management of food-energy-water-land use nexus for sustainable development” study is to develop and implement integrated modeling approaches allowing joint planning of FEWE sectors under asymmetric information about the sectorial models, e.g. when a sector does not have information about models of other sectors. The standard approach for integrated modeling by linking submodels in one place requires full access to sectorial models for recoding, rescaling and reparametrization of them. Often this is an infeasible task unless the sectorial models have a very simple structure. The project develops new methods enabling linkage of distributed sectorial models under asymmetric information and systemic risks in interdependent FEWE systems.

The long-term concept of sustainable developments calls for proper spatially explicit treatment of uncertainties because the linkage in combination with on-going deregulation processes may create interdependent collective systemic risks of high consequences. For example, increasing demand for biofuels magnifies weather-related risks affecting energy sector. At the same time, the extensive biofuels production affects food security, intensifies land use, causes pollution of land and water,

increases health risks. Therefore, the project develops models and methods enabling systems analysis of FEWE nexus affected (intentionally and unintentionally) by decisions of various agents.

The standard risk management approaches are based on evaluations of probability distributions using repetitive observations of the same system and solving then decision making problems with found probabilities (see discussion in Ermoliev, von Winterfeldt, 2012). The focus of this project is on designing new more secure and efficient systems never observed in reality, hence real observations are not available or/and incomplete because they may be expensive or simply impossible. Therefore, exact predictions are practically impossible. Hence, this project uses a concept of robust solutions which are in a sense optimal for any scenario of potential uncertainties. The following simple example illustrates this concept.

Example. Assume that the next agricultural season may be dry (scenario 1) or wet (scenario 2). A crop A is the best solution (for sustainable developments) in scenario 1, whereas a crop B is the best solution in scenario 2. Because exact prediction is impossible, the best robust solution would be a crop C, which is good for both scenarios although it is not as good as crop A in scenario 1 and crop B in scenario 2. A robust solution may also be a mixture of crops and grain storages, and an access to markets.

This example illustrates fundamental differences between analyzing FEWES systems governed by humans and natural systems governed by laws. Traditional approaches used for natural systems use rich sets of observations of the same system, identify the governing law and build a model predicting state of the system. FEWES systems, affected by unknown in advance decisions and threats induced by these decisions. Therefore, instead of prediction, the main role of the systems analysis is shifted to designing a robust policy that is better-off for all potential uncertainties. The concept of robust solutions equally optimal (in a sense) for all potential scenarios incorporates ideas of nested non-smooth stochastic maxi-min type optimization models in (Ermoliev, Norkin, 2013; Ermolieva, et al, 2013; Ermoliev, Ermolieva, 2013; Ermoliev et al., 2013). Designing sustainable development paths under risks and feasibility constraints is achieved by solving stochastic dynamic optimization model having non-additive and non-smooth structure restricting the use of standard optimal control methods, e.g. the Bellman equations and the Pontrjagin maximin principle.

Production of food essentially depends on balances of water resources and extreme events generated not only by natural disasters but also by failures of policies and regulations. Proper integrated modeling results will

be achieved by developing new adequate decision-theoretic approaches in principal agent (PA)- (see motivating discussions in Ermoliev, von Winterfeldt, 2012) or “public-private”-partnership type situations under inherent uncertainty and "intelligent" risks generated by various agents. This framework will allow to achieve robust short-term solutions from long-term perspectives using distributional details with explicit treatment of variability and uncertainty rather than aggregate (average) performance indicators.

Decision support for integrated robust FEWES systems management demonstrates the importance of new type quantile-based robust indicators, non-smooth stochastic optimization and stochastic quasigradient (SQG) procedures for robust of-line and on-line decisions involving large-scale machine learning and Artificial Intelligence (AI) problems in particular, Deep Learning (DL) including deep neural learning or deep artificial neural network (ANN) (Ermolieva et al., 2016; Ermoliev et al., 2018; Gorbachuk et al., 2019; Ermolieva et al., 2019; Ermoliev et al., 2019). These models and methods enable to apply probabilistic and non-probabilistic (explicitly given or simulated) distributions combining simulations, observations, measures of chances, experts believes and similarity measures (for example, compressed form of the kernel estimators). The involvement of expert opinions and indirect measurements are vitally important for integrated sustainable developments modeling and decision support when the required data is scarce or missing and when historical data is affected by past policies and events. For highly nonconvex models such as the deep ANN network, the SQGs allow to avoid local solutions. In cases of nonstationary data, the SQGs allow for sequential revisions and adaptation of parameters to the changing environment, possibly, based on of-line adaptive simulations. The non-smooth STO approaches and SQG-based procedures were used in robust probabilistic iterative downscaling of aggregate values to finer resolutions based on historical and newly arriving local information from various sources, with possible errors and uncertainties (e.g. different land use maps, different climatic models scenarios); in strategic decision support system framework for sustainable developments; food-water-energy-environmental security NEXUS.

The following methodological issues are in the focus of the project:

1. Developing methods for linking distributed models under asymmetric information and feasibility constraints, i.e. when a sector doesn't reveal information about its model. Specific attention is paid to spatio-temporal models with endogenously generated systemic risks, strategic long-term decisions combined with adaptive corrections (operational decisions) after obtaining

new information by using both standard passive learning and active learning-by-doing methods. This approach requires developing new methods of stochastic optimization because traditional optimal control theory is not applicable (see e.g. discussions in Ermoliev, von Winterfeldt, 2012) due to non-additive and non-smooth (hit-or-miss) type of decision making.

2. Developing procedures for robust data harmonization and scaling utilizing new type non-smooth stochastic optimization and stochastic quasigradient methods for robust of-line and on-line decisions involving large-scale machine learning and Artificial Intelligence (AI) problems in particular, Deep Learning (DL) including deep neural learning or deep artificial neural network (ANN).
3. Designing optimal robust trajectories of integrated systems incorporating random stopping time moments enabling adjustments of solutions to new information and shocks via a dialogue of stakeholders with models.
4. Analyzing driving forces of threats (the lack of needed quality and quantity of food, decreasing quality of water and land, decreasing stability of energy supply, decreasing energy use efficiency, conflicting policies, etc.) and robust in particular quantile-based indicators of FEWES security characterizing coherent sustainable policies.
5. Collecting and properly representing relevant spatio-temporal data on agricultural activities, natural resources, demographic, socio-economic and environmental indicators at the national level and at the level of districts and regions in Ukraine from real observations and experts opinions by using appropriate data harmonizing methods, e.g., probabilistic downscaling and upscaling methods, non- parametric estimation, uncertain distributions.
6. Build integrated nested model(s) for evaluating robust solutions ensuring secure and sustainable FEWES nexus under diverse uncertain threats and corresponding stopping time moments.

Because sustainability cannot be achieved only in a single sector or country due to increasing interdependencies among sectors and countries, the project aims to develop approaches enabling to design (robust and secure) sustainable solutions from the perspective of all sectors and countries. Central methodological issues are connected with developing new multimodel linkage methods and further developing stochastic version of

global model GLOBIOM and probabilistic downscaling methods. It is essential that the linkage methods can be applied in cases with asymmetric information about submodels, applicable in various current and future studies and cross-cutting activities of such IIASA Programs as Advanced Systems Analysis (ASA); Ecosystems Modeling and Management (ESM), Risk and Vulnerability (RAV), Energy, Water, and other IIASA's programs and initiatives. The methodology being developed within NASU-IIASA project has common character and it is applicable to other case studies having global, regional, local scales, e.g. downscaling GLOBIOM SSP scenarios (Fricko et al., 2016; Ermoliev, et al, 2012), new approaches to GLOBIOM, BeWhere, MESSAGE linkage, sustainability studies in China (Xu et al., 2015; Ren et al., 2018). With this, the project contributes to the IIASA scientific priorities on developing advanced system analysis methods, models, tools, and applications. The linkage methodology enables to bridge regions, sectors and actors, as well as temporal, social, and spatial scales from global to regional, national and sub-national, and facilitate the task of policy and decision makers to address global, regional and national challenges. Advanced Data estimation and harmonization procedures utilize new quantile-based performance indicators and non-smooth stochastic optimization and SQG methods for robust of-line and on-line decisions involving large-scale machine learning and AI problems including DL and deep ANN.

REFERENCES

- Acs, S., Borodina, O., Gomez-y-Paloma, S., Kharchenko, A. (2013). Ukraine's agriculture: potential for expanding grain supply. Economic and institutional challenges. IPTS/JRC Report JRC84652. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Bonn 2011 Conference. The Water, Energy and Food Security Nexus – Solutions for a Green Economy. Pre-Conference draft, www.water-energy-food.org/en/conference/policy_recommendations/ch3.html.
- Ermoliev Y & Ermolieva T (2013). Economic growth under catastrophes. In: Integrated Catastrophe Risk Modeling: Supporting Policy Processes. Eds. Amendola, A, Ermolieva, T, Linnerooth-Bayer, J & Mechler, R, Dordrecht: Springer. DOI:10.1007/978-94-007-2226-2_7.
- Ermoliev Y, Ermolieva T, & Galambos I (2013). Optimizing public private risk transfer systems for flood risk management in the Upper Tisza Region. In: Integrated Catastrophe Risk Modeling: Supporting Policy Processes. Eds. Amendola, A, Ermolieva, T, Linnerooth-Bayer, J & Mechler, R, Dordrecht: Springer. DOI:10.1007/978-94-007-2226-2_15.

Ermoliev Y, Ermolieva T, Rovenskaya E, Obersteiner M, Knopov PS, & Gorbachuk VM (2019). Robustness, iterative stochastic quasigradient procedures, and adaptive artificial intelligence learning for cat risk management. In: Proceedings of the 5th International scientific conference on Computational Intelligence, 15-20 April, 2019. pp. 61-62 Uzgorod, Ukraine: Ministry of Education and Science of Ukraine.

Ermoliev YM & Norkin V (2013). Sample average approximation method for compound stochastic optimization problems. *SIAM Journal on Optimization* 23 (4): 2231-2263. DOI:10.1137/120863277.

Ermoliev YM, Robinson SM, Rovenskaya E, & Ermolieva T (2018). Integrated Catastrophic Risk Management: Robust Balance between Ex-ante and Ex-post Measures. *SIAM News* 51 (6): p. 4

Ermoliev, Y., Makowski, M., Marti, K. (Eds.) (2012). *Managing safety of heterogenous systems: Decisions under uncertainties and risks*. Springer-Verlag, Heidelberg, Germany.

Ermoliev, Y., von Winterfeldt D (2012). Risk, security and robust solutions. In: Ermoliev, Y, Makowski, M & Marti, K (Eds.) *Managing Safety of Heterogeneous Systems*. Heidelberg: Springer. DOI:10.1007/978-3-642-22884-1_2.

Ermolieva T, Filatova T, Ermoliev Y, Obersteiner M, de Bruijn K M, & Jeuken A (2016). Flood Catastrophe Model for Designing Optimal Flood Insurance Program: Estimating Location-Specific Premiums in the Netherlands. *Risk Analysis*: 1-17. DOI:10.1111/risa.12589.

Ermolieva T., Havlik P., Boere E., Balkovic J., Skalský R., Folberth C., Khabarov N., Fritz S., Obersteiner M., Ermoliev Y., (2019). A strategic decision-support system for strategic robust adaptation to climate change and systemic risks in land use systems: Stochastic integrated assessment GLOBIOM model. In: Proceedings of the EU Conference on modeling for policy support. Centre albert Borschette, Brussels, Belgium, 26-27 November, 2019.

Fricko O, Havlik P, Rogelj J, Klimont Z, Gusti M, Johnson N, Kolp P, Strubegger M, Valin, Amann, Ermolieva, Forsell, Herrero, Heyes, Kindermann, Krey, McCollum, Obersteiner, Pachauri, Rao, Schmid, Schoepp, Riahi (2016). The marker quantification of the Shared Socioeconomic Pathway 2: A middle-of-the-road scenario for the 21st century. *Global Environmental Change* DOI:10.1016/j.gloenvcha.2016.06.004.

Gorbachuk VM, Ermoliev Y, Ermolieva T, & Dunajevskij MS (2019). Quantile-based regression for the assessment of economic and ecological risks. In: Proceedings of the 5th International scientific conference on Computational Intelligence, 15-20 April, 2019. pp. 188-190 Uzgorod, Ukraine: Ministry of Education and Science of Ukraine.

Keyzer M.A, Merbis M. D., Halsema A.M., Heyets V.M., Borodina O.N., Prokopa I. (2017). Unlocking Ukraine's Production Potential. In: Paloma et al. (Eds.) *The Eurasian wheat belt and food security: Global and regional aspects*. Springer. pp. 141:155.

Keyzer, M. A., Merbis, M. D., Witt, R., Heyets, V., Borodina, O., Prokopa, I. (2013). Farming and rural development in Ukraine: making dualization work. IPTS/JRC Report JRC80164. Luxembourg: Publications Office of the European Union.

Kostyuchenko, Y. V., Yuschenko, M., Elistratova, L., & Artemenko, I. (2020). Multi-Model Approach in the Risk Assessment Tasks with Satellite Data Utilization. In *Recent Advances in Mathematics for Engineering* (pp. 55-81). CRC Press.

OECD (2012), Meeting the Water Reform Challenge, OECD Studies on Water, OECD Publishing, <http://dx.doi.org/10.1787/9789264170001-en>.

Ren M, Xu X, Ermolieva T, Cao G-Y, & Yermoliev Y (2018). The Optimal Technological Development Path to Reduce Pollution and Restructure Iron and Steel Industry for Sustainable Transition. *International Journal of Science and Engineering Investigations* 7 (73): 100-105.

Xu X, Gao J, Cao G-Y, Ermoliev Y, Ermolieva T, Kryazhimskiy AV, & Rovenskaya E (2015). Modeling water-energy-food nexus for planning energy and agriculture developments: case study of coal mining industry in Shanxi province, China. IIASA Interim Report. IIASA, Laxenburg, Austria: IR-15-020

Zagorodny A, Bogdanov V, & Ermoliev Y (2013). On integrated management of food, water, energy and environmental security. In: *Integrated Modeling of Food, Energy and Water Security Management for Sustainable Social, Economic and Environmental Developments*. In: Zagorodny, A & Ermoliev (Eds.), Y, Kiev pp.187-197: NASU, ISBN 978-966-02-6824-1

Zagorodny A, Ermoliev Y, Kostyuchenko Y, Ermolieva T, & Borodina O (2012). Integrated modeling of food, energy and water security management for sustainable social, economic and environmental developments. Poster presentation, IIASA 40th Anniversary Conference, 24-26 October 2012, Laxenburg and Vienna, Austria

Zagorodny AG & Ermoliev Y (Eds.) (2013). *Integrated Modeling of Food, Energy and Water Security Management for Sustainable Social, Economic and Environmental Developments*. NASU, ISBN 978-966-02-6824-1

Zagorodny AG, Ermoliev YM, & Bogdanov VL (Eds.) (2014). *Integrated Management, Security and Robustness*. NASU, ISBN 978-966-02-7376-4

**FOOD, ENERGY AND WATER NEXUS:
METHODOLOGY OF MODELING AND RISK
MANAGEMENT**

K.L. Atoyev¹, A.N. Golodnikov¹, V.M. Gorbachuk¹, T.Yu. Ermolieva²,
Yu.M. Ermoliev², V.S. Kiriljuk¹, P.S. Knopov¹, T.V. Pepeljaeva¹

¹V.M.Glushkov Institute of Cybernetics of National Academy of Sciences
of Ukraine, ²International Institute for Applied Systems Analysis,
Laxenburg, Austria

INTRODUCTION

The superposition of Climate Changes and Fourth Industrial Revolution (FIR) becomes the main challenge for Global Society. Advances in technology (bio- and nano-technologies, robotics, self-driving cars, the internet of things, 3D printing, new environmental management, etc.) and rapid digitization create fundamentally new opportunities for sustainable development [1]. At the same time, changing social inequality, rising vulnerability of critical infrastructure, expansion of dangerous technologies, constantly growing load on the economy as a result of population aging, environmental pollution create specific synergic effects and bring additional systemic risks.

Extreme weather events (e.g. floods, storms, etc.), failure of climate-change mitigation and adaptation, major biodiversity loss and ecosystem collapse (land or ocean), major natural catastrophes (e.g. earthquake, tsunami, volcanic eruption, geomagnetic storms, man-made environmental catastrophes (e.g. oil spill, radioactive contamination, etc.) are the main consequences of climate change. Climate change provoked several threats for sustainable development: 1) the food crisis (climate change will slow global yield growth because higher average temperatures result in shorter growing seasons and lower yields); 2) the water crisis (deficiency of freshwater can destabilize safety space, so future water market may be similar to fuel market with its adverse competition and struggle in “hotspot” of global world); 3) the energy crisis [2].

The energy crisis is connected not only with deficit of fuel, but also with the results of FIR. Advances in technologies of shale oil and shale gas production essentially transform the balance of energy supply and demand in the world. The energy price shock is one of manifestation of such misbalance. Moreover, FIR will make economics less fuel intensive as a consequence of new technologies and energy-efficiency measures. That is why our regulatory focus moves to investigation of food, energy, and water (FEW) nexus.

A complex network of global economics strengthens the fields of technogenic, economic, social and environmental risks. It is explained by such features of modern society as the increased density of linkages among network nodes and the increased speed of circulations of tangible and intangible assets throughout the network. The network nodes can play the role of special acupunctural points of society vulnerability, in which small disturbances may lead to essential divergences of system development trajectories, unpredictable in their scale consequences, increases of future uncertainty. The strong linkages between the global network nodes underline the notion that vulnerability of each node will be critical for vulnerability of others.

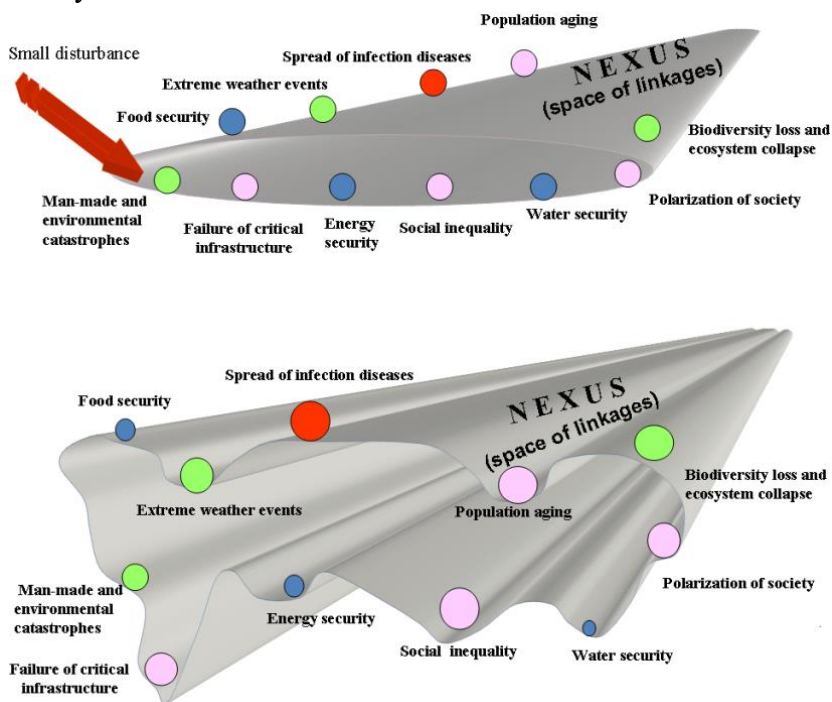


Fig.1 Nexus transformation under impacts, generating by Global change

The cumulative effects of various stressors emanating from multiple sources become important dangerous generators of uncertainty and instability in modern society. In the case of cumulative stressors, takes place the nonlinear increasing of system's vulnerability and decreasing of its adaptive possibilities. These nonlinearities lead to arising of areas of system parameters values that often are characterized by unpredictable behaviors, when small impacts cause essential transformation of system's security (Fig.1).

So, the climate change and FIR create the constellation of food, water and energy crises. These crises multiply each other. The integrated policies are needed to minimize their consequences. All this requires the elaboration of new methods for integrated modeling and risk management, allowing investigation of synergistic interactions between risks of various origins. The strengthening of capacity in such field as impact of Global Change on FEW nexus under increased uncertainty is the main goal of this paper.

The following tasks will be examine: 1) to develop mathematical models to forecast FEW nexus dynamics and investigate possible mechanisms of instability arising; 2) to develop the mathematical model for risk analysis in plant production; 3) to develop the methodology for effective decision-making under risk and partial uncertainty; 4) to develop two-stage and two-level models of ecological-economic decisions.

1. FEW NEXUS MODELING

The analysis done in previous works [3, 4] allows determination of the main requirements to a mathematical model for FEW nexus investigation. The efficiency of modelling largely depends on finding a balance between model particularity and simplicity. The more detailed model, the larger its scale and difficulty of input data collection, parameters identification, the more error of calculation, the less horizon of prediction. Moreover, a complex system is not simply a sum of its subsystems. However, without models detailed enough, it is hard to understand how the disturbances are spreading throughout the subsystems, how adaptations of some subsystems are influencing on activities of other subsystems, how self organization mechanisms are forming complex social-economic system as a whole. Without such models, finding the actual scenarios of development and evaluating the efficiency of particular management decisions are not feasible.

The large-scale problems often may be solved due to non-homogeneity of the model phase space. For some parts of the phase space, the state of system can be characterised satisfactory enough by a small group of

variables comprising a small-scale projection. Other variables can be subordinated to the variables of projection (order parameters). Those other variables are not important from the viewpoint of system description within the given area of parameters. In general, the small-scale projections can be used in the bounded areas of phase space, while those projections are different for different areas. The system behaviour is unpredictable, complicated and sophisticated in the areas of phase space, where such small-scale projections and the corresponding methods of nonlinear dynamics are not plausible; then the methods of probability theory are used [5]. Therefore, the combination of dynamic [6, 7] and stochastic [8, 9] models is applied to research of complex systems. The system behaviour is investigated with support of the methods smooth and multi-valued mappings [6, 7] in the cases when the probability methods become inefficient due to a unique character of the event.

The integrated models which combine the various control loops of ecological- economic system are used for FEW nexus investigation. One of them was proposed by J. Forrester for investigation of global dynamics [10]. Some modifications of Forrester's model were used for various tasks of optimal control of global development [7, 11, 12].

However, the most of the models of economic development have been developed before the era globalization and do not allow the investigation of social and economic system in the neighborhood of bifurcation points when the systemic laws that control the behavior of economic systems could sharply change. The behavior of such system becomes very sensitive to small changes of system parameters and initial data. These behaviors become spasmodic, when small smooth changes of system parameters lead to an abrupt change of system trajectory.

The theory of regimes with peaking was proposed to study these systems. It had previously been used successfully for investigation of gas dynamics, plasma physics, chemical kinetics, laser fusion. A feature of these regimes is that they functions can increases indefinitely for a limited time. These modes can lead to the emergence of space localized dissipative structures. In such structures, there is possibility of the appearance of deterministic chaos - strange attractors [13, 14].

The global economics can be considered as an open, non-linear, dissipative, potential, self-reproducing, self-organizing system with networking elements, near an unstable steady state [15]. Indeed, dynamics of the stock and financial markets, monetary circulation and credit illustrate that economic system can remain non-equilibrium for a long time. It has been observed that the oscillation dynamics of a number of key indicators of

the world economy (Dow Jones, gold price, crude oil and wheat prices, etc.) in certain periods resembles the chaotic dynamics typical for strange attractors [16].

The annual growth of indicators that characterize the dynamics of FEW in Ukraine (food production index, energy use, removed water from natural water bodies) has been oscillating essentially during 1993-2013 years, as demonstrate The World Bank Data (Fig.2).

The trajectories of phase curves in certain periods can be treated as a motion to limit cycle, which indicates the possible existence of stable cyclic attractor. So we have reasonable grounds to utilize the mathematical models of deterministic chaos - "strange attractors" to investigate the mechanisms of FEW nexus instability.

The distributed model of the market economy was proposed in [17], which allows investigation of the chaotic solutions arising in the space of variables characterizing the financial and economic indicators. The change and intensity of capital (K) and demand (D) movements under the influence of the rate of profit (U) have been chosen as variables of this model. One of the properties of this system is the presence of bifurcation cascade, which forming space homogeneous, but time chaotic attractor.

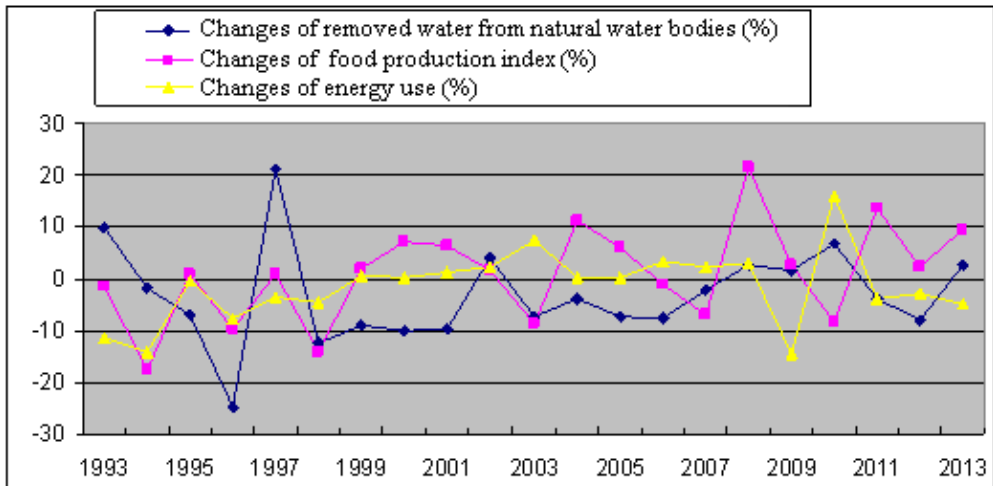


Fig 2. The dynamics of annual growth of FEW indicators in Ukraine (<http://wdi.worldbank.org/table/>).

The projections of FEW phase curves are shown in Fig. 3.

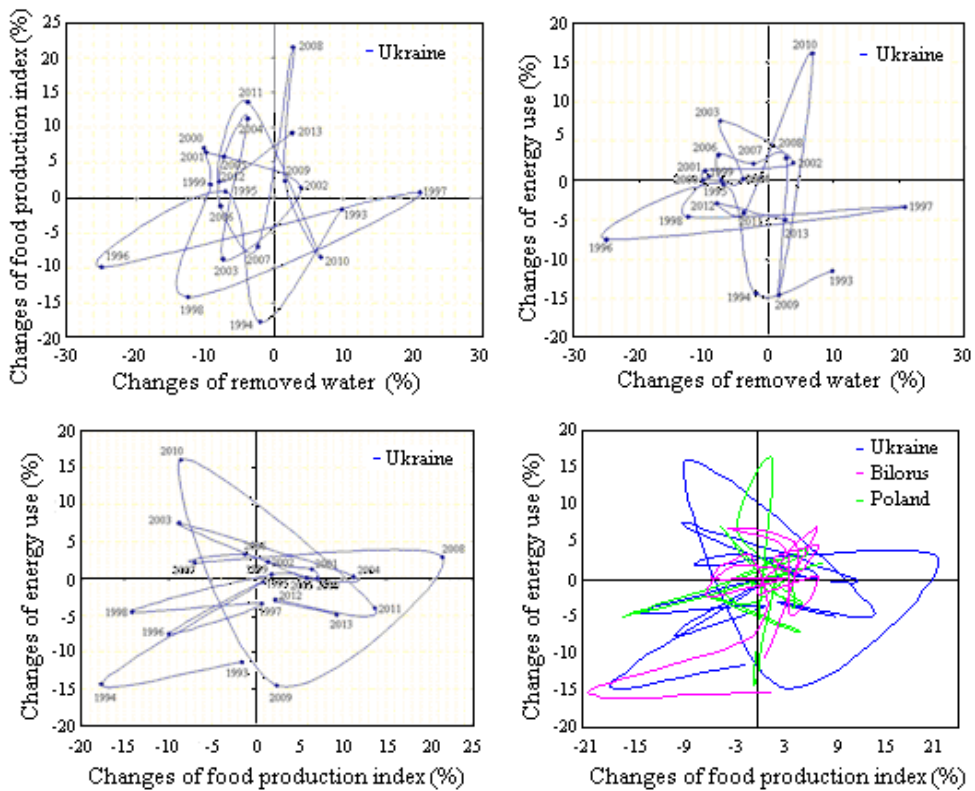


Fig.3 The projections of FEW phase curves for Ukraine, Poland Belarus and Germany (1993-2013 years)(The World Bank <http://wdi.worldbank.org/table/>)

Consider the task of constructing a model that would allow getting chaotic regimes in the field of socio-economic variables. Based on investigation of global economics, the following postulates can be proposed [18]:

The global economics has some demand on activities of various manufacturing systems, responsible for sustainable development of society in a variety of dimensions of its functioning (energetic, informative, material, ecological, biomedical, etc.).

Some part of the resources produced by these systems is getting consumed for the maintenance of their internal structures; another part is used for external functions, determined by the global economics demand.

The demand depends on various factors: current states of manufacturing systems, loads, environmental impacts, efficacy of control mechanisms, etc/

Let $b_{ii}(t)$ denote a current demand on activity of i -th manufacturing system normalized to the material production system, which will be considered as the workplace in the i -th branch of manufacturing - Y_i .

The current state of i -th manufacturing system is characterized by a level of its external function which determines its supply to the global economics demand. The supply may correspond to the demand or may not.

Let $b_{2i}(t)$ denote a level of supply normalized to the unit of i -th manufacturing system's function (production of goods, services, information, etc) X_i .

According to the proposed designations, $b_{1i}(t)Y_i$ and $b_{2i}(t)X_i$ characterize the total demand on activity of i -th system and total supply on fulfillment of external function determined by possibilities of workplaces, correspondingly.

Let the rate of supply change be proportional to the prevalence of global economics demand over supply. Then we have the following equation for a dynamics of i -th manufacturing system's function.

$$dX_i / dt = a_{1i}(t)[b_{1i}(t)Y_i - b_{2i}(t)X_i], \quad (1.1)$$

where $a_{1i}(t)$ is a parameter characterizing adaptive possibilities.

Some control mechanisms exist that modify manufacturing system and involve new workplaces under prevalence of demand. Let us assume that the higher X_i is the greater is a number of workplaces Y_i involved in the process. Let $c_{1i}(t)$ be a demand on an increasing of number of workplaces normalized to X_i unit, and $c_{2i}(t)$ be a share of Y_i involved in X_i maintenance. Thus, $c_{1i}(t)X_i$ and $c_{2i}(t)Y_i$ characterize total demand and supply on workplaces correspondingly.

Let the rate of workplaces change be proportional to a prevalence of demand over supply. Then we have the following equation for a dynamics of workplaces involved in manufacturing

$$dY_i / dt = a_{2i}(t)[c_{1i}(t)X_i - c_{2i}(t)Y_i], \quad (1.2)$$

where $a_{2i}(t)$ is similar to $a_{1i}(t)$.

The fact that an increase of Y_i is limited by various economic, material and information factors is not taken into account in (1.2). Moreover, some part of Y_i is involved in fulfillment of manufacturing internal functions. This part is proportional to X_i (which adds to an existing demand to i -th system structures). It is also proportional to the level of structural disturbances Z_i developing in manufacturing system structures and demanding additional resources for their elimination. Consequently, the equation (1.2) is to be transformed into

$$dY_i / dt = a_{2i}(t)[c_{1i}(t)X_i - c_{2i}(t)Y_i - c_{3i}(t)X_iZ_i], \quad (1.3)$$

where $c_{3i}(t)$ is a demand on Y_i caused by a maintenance of manufacturing internal functions and normalized to units of external function and disturbances that are being developed in the structure of manufacturing system.

The rise of disturbances is proportional to the load level on the structures maintaining external function X_i . It depends on X_i , and the number of Y_i involved in the manufacturing process. We also propose the existence of some control (adaptive) mechanisms, which eliminate some part of disturbances under some restrictions. These mechanisms are getting activated under appearance and accumulation of disturbances. Let $d_{1i}(t)$ and $d_{2i}(t)$ be the constants of proportionality. Thus, the rate of disturbances will be described by the equation

$$dZ_i / dt = [d_{1i}(t)X_iY_i - d_{2i}(t)Z_i], \quad (1.4)$$

Let us examine one isolated manufacturing system that has one external function. Let all model coefficients be constant. Introduce the following designations

$$t = t^* / (a_2c_2), \quad \sigma = (a_1b_2) / (a_2c_2), \quad r = (b_1c_1) / (b_2c_2), \quad b = d_2 / (a_2c_2), \\ x = d_1X(c_3/d_1)^{1/2} / (a_2c_2), \quad y = d_1b_1Y(c_3/d_1)^{1/2} / (b_2a_2c_2), \quad z = (b_1c_3Z) / (b_2a_2c_2)$$

In this case equations (1.9), (1.11) and (1.12) become

$$dx/dt^* = \sigma(y - x), \quad dy/dt^* = rx - y - xz, \quad dz/dt^* = xy - bz, \quad (1.5)$$

According to Lorenz [19], sustained chaotic behavior arises in this model. Thus, relationships between external function of manufacturing system, number of workplaces, and structural disturbances may be described by the Lorenz model of metastable chaos. A transition, from stability (low level of vulnerability) to instability (high level of vulnerability) could be analogous to the transition from a laminar to turbulent flow.

The rise of demand leads to increasing of parameter r . The rise of supply leads to its decreasing. There are intervals of demand/supply ratio corresponding to different regimes of metastable chaos. Small fluctuations of parameter r may lead to the essential transformation of system dynamics. At the upper boundary of above mentioned intervals of demand/supply ratio such fluctuations may lead to catastrophic consequences connected with transition from stability to instability, from a state with a low level of vulnerability to a state with high one.

Investigation of deterministic chaos in physics, biology and economics lead to a significant revision of its role in the self-organization of complex

dynamical systems [20]. It has been shown that it is possible to transfer the system from the neighborhood of one unstable limit cycle to neighborhood of another one, due to chaotic regimes with their increased sensitivity to small parameters deviation. In other words, becomes possible qualitative changing of socio-economic system behavior, due to small changes in control parameters, and hence with considerable recourses saving. Based on this understanding, the task of chaos managing has transformed: from the determination of controls, which allow the chaos stoppage, to determination the controls, which allow the stabilization of certain unstable periodic trajectories [17].

Reducing of resource base as a result of climate change reduces the possibility of sustainable development. In the case of Ukraine, existing resources can only slightly change the parameters of economy, so there is the problem of finding paths of development that would be allowed by small changes in parameters, to "jump" from one path to another development. Model of strange attractors just be used to study the conditions under which such phase transition from one limit cycle to another can be possible.

The analysis of the dynamics of indicators of the consumption of fresh water and energy during 1993 - 2013 years was carried out, using World Bank data. During the 1995-1998 the curve of phase trajectory of these indicators remained in an area of limit cycle 1 attraction, as shown in Figure 4.

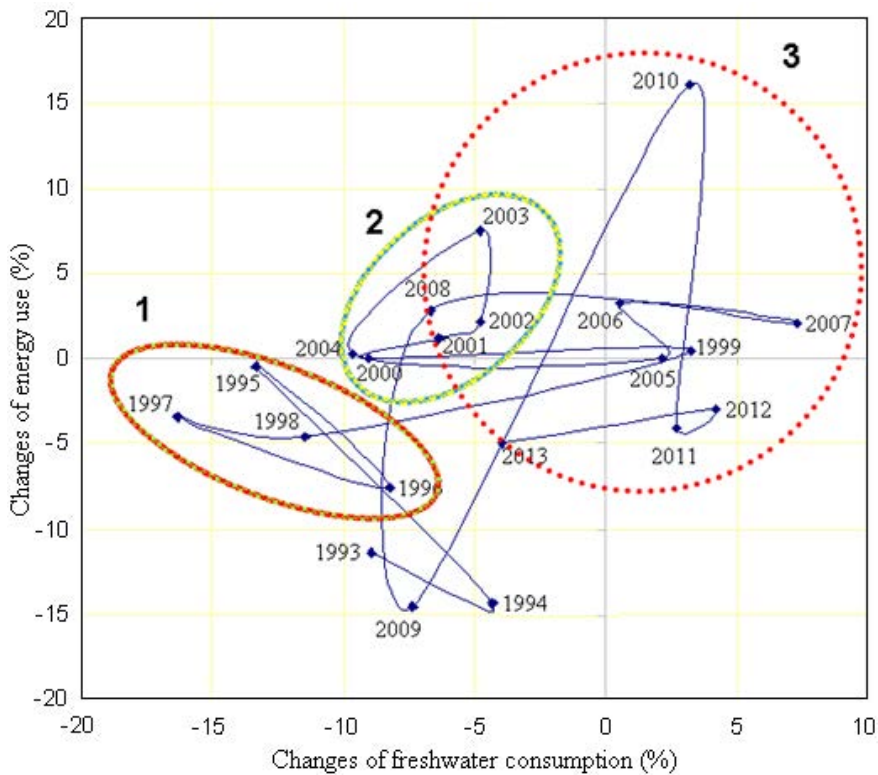


Fig. 4 The phase trajectory of energy use and freshwater consumption changes in Ukraine during 1993-2013 (<http://wdi.worldbank.org/table/>)

Transformation of Ukraine's economy in 1999 and 2000 led to the transfer path of the phase curve in the zone of attraction of another attractor - limit cycle 2 (2000 - 2004). The curve of phase trajectory during 2005 - 2013 years can be interpreted as a motion to a new limit cycle 3

Based on this understanding, the problem of chaos control has been transformed. Instead of chaotic regimes suppression, to the choice of controls, allowing certain stabilization of unstable periodic trajectories [17]. The system (1.5) can be written in complex form relatively two complex variables x and y , one real variable z . It has two real parameters, σ and b and complex parameters $r = r_1 + ir_2$, $a = 1 - ei$. As shown in [17], in the complex system of Lorentz equations the scenario of transition to chaos through subharmonic cascade of bifurcations of two-dimensional rotors has been realized. The limit cycle with frequency $\omega = r_2\sigma / (\sigma + 1)$ is arising in this system.

Let us now return to the system of equations (1.1-1.4). In this case we have n oscillators, which generate vibrations with frequencies ω_n respectively. If we specify a set of communication functions between the

oscillators, we obtain a system of coupled oscillators. Collective synchronization of these oscillators can be investigated with the help of Kuramoto model [21]:

$$\partial \theta_i / \partial dt = \omega_i + K / N \sum_{j=1}^N \sin(\theta_k - \theta_j), \quad i = 1 \dots N,$$

where $\theta_i \in [0, 2\pi]$ - the phases of each oscillator, ω_i - the natural frequency of each oscillator, $K > 0$ - coupling constant. Thus, the task of managing the socio-economic development in terms of occurrence of chaotic regimes is reduced to control the frequency of the non-zero average field produced by coupled oscillators.

2. RISK ANALYSIS IN PLANT PRODUCTION

At the present stage of development of agrarian sector of Ukraine agricultural producers independently determine the structure of sown areas, mainly focusing only on the current situation on the food market. Weather risks, if considered, only on an intuitive level. Lack of attention to this aspect leads to great yield losses under adverse weather conditions. In this connection, development of mathematical methods for risk assessment of crop losses and its consideration when planning the crop pattern at the country level.

To solve this problem the mathematical model was developed to optimize the structure of sown areas of crops at the national level, taking into account the risk of crop losses. It is based on the approach adopted in the theory of portfolio optimization, proposed by Markowitz [22]. Under this approach, the limited financial resources are allocated between financial instruments so as to maximize the average profit under constraints on risk losses. In [23-27] this approach was modified and used for solving of applied problems not only in risk management and financial engineering, but also in such areas as modern statistics, stochastic programming, logistics, medicine, mechanics and agriculture.

In terms of structure optimization acreage task is to find the distribution of the total cultivated area between the regions of Ukraine, which maximizes the average annual yield while limiting the risk of a shortfall in the harvest.

2.1 Problem statement

The task of risk analysis in plant production is to assess potential crop losses caused by various reasons as well as their probabilistic characteristics. Consider K regions of Ukraine. Let ξ_k be the crop yield of

some agricultural crop average for the k -th region, $k = 1, \dots, K$, and ξ be its country mean crop yield. Since these values randomly vary from year to year, we will consider them as random variables. We will estimate the crop shortage in the k -th region relative to the average perennial level of crop yield of the given culture throughout the country $\bar{\xi} = E[\xi]$ by the formula

$$\omega_k = \bar{\xi} - \xi_k, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (2.1)$$

Positive values of the random variable ω_k correspond to undesirable outcomes (a crop shortage relative to the reference level), and negative - favorable ones (yield that exceeds the average). In this regard, there is the problem of choosing a suitable risk measure for undesirable outcomes.

The standard deviation, which characterizes the width of the probability distribution, has been used as a measure of risk in the theory of portfolio optimization during after several decades [22].

Thus, large deviations from the mean in the positive side, and in the negative side regarded as risky. At the same time, in practice, only one-sided deviations toward positive side, corresponding to crop losses, are subject to minimization. Therefore, *VaR* (Value at Risk) risk measure, which accounts for deviations only in one (unfavorable) side, is currently very popular.

Let us consider the probability distribution of a random variable ω of crop losses

$$F(z) = P\{\omega \leq z\}. \quad (2.2)$$

Then *VaR* for the significance level σ ($0 < \sigma < 1$) of the distribution function ω is defined by the formula [23-25]:

$$VaR_\sigma(\omega) = \min\{z \mid F(z) \geq \sigma\}. \quad (2.3)$$

For $\sigma = 0.95$ this definition means that out of hundred cases only in five crop shortage will exceed $VaR_{0.95}(\omega)$. If the distribution function $F(z)$ is continuous and strictly monotone, then $VaR_\sigma(\omega)$ is a quantile of level σ for this function. This measure of risk has a simple intuitive meaning. However, it does not reflect the possibility of realization of large losses outside of $VaR_\sigma(\omega)$ with small probabilities.

To account for "heavy tails" in the losses distribution function, we use *CVaR* (conditional *VaR*) for risk measures. This measure of risk determines average losses that exceed the corresponding *VaR*. If the

distribution function $F(z)$ is continuous at the point $VaR_\sigma(\omega)$, $CVaR$ is defined by the formula [25]

$$CVaR_\sigma(\omega) = E\{\omega \mid \omega \geq VaR_\sigma\}, \quad (2.4)$$

where E denotes mathematical expectation.

Let us consider the discrete case where ω takes a finite number of values, which are arranged as follows: $z_1 < z_2 < \dots < z_N$, and the probability of realization of value z_n is equal to $p_n > 0$, $n = 1, \dots, N$. Let in this case index n_σ satisfy the condition

$$\sum_{n=1}^{n_\sigma} p_n \geq \sigma > \sum_{n=1}^{n_\sigma-1} p_n .$$

Then $CVaR_\sigma(\omega)$ is calculated by the formula [25]

$$CVaR_\sigma(\omega) = \frac{1}{1-\sigma} \left[\left(\sum_{n=1}^{n_\sigma} p_n - \sigma \right) z_{n_\sigma} + \sum_{n=n_\sigma+1}^N p_n z_n \right]. \quad (2.5)$$

Since the distribution of the random variable ω is not known in practice, then to calculate $CVaR_\sigma(\omega)$ we use the scenario approach based on historical data. Using this approach, let us consider that the random variable ξ_k takes with equal probabilities the values (scenarios) u_{1k}, \dots, u_{jk} , where u_{jk} is historical (statistical) crop yield of an agricultural crop in year j (for the j -th scenario) in the k -th region, $k = 1, \dots, K$, $j = 1, \dots, J$; J is period (the number of scenarios) in which limits the statistical information on crop yield of the given culture for the past years is used.

The next section represents the results of the estimate of crop shortage risk of winter wheat in all regions of Ukraine using $CVaR_\sigma(\omega)$ calculated by formula (2.5) as the risk measure. Using relations "crop shortage risk - average annual crop yield" we will determine the regions both favorable and unfavorable for the given agricultural crop. The region in which average annual crop yield is high at a low risk level, is considered favorable for cultivation of the given culture. This relation is used in the paper as a basis for the optimal distribution of sown areas of an agricultural crop in regions. Using a wide scatter of the average annual crop yield and crop shortage risk over regions, it is possible to select such distribution of sown areas in regions at which the maximum value of average annual crop yield of the given culture countrywide is reached and the crop shortage risk does not exceed a prescribed critical level.

To formulate the problem of optimal distribution of sown areas of a single culture in regions accounting for crop losses risk, we will introduce the following notations. Let S be the total harvestable area planned to be allocated to the given agricultural crop; x_k be the share of the total area for the k -th region, $k = 1, \dots, K$; u_{jk} be the crop yield of the given culture in the k -th region for the j -th scenario, $k = 1, \dots, K$, $j = 1, \dots, J$; s_k be the free harvestable area that can be allocated for the given culture in the k -th region.

For a fixed distribution of sown areas $x = (x_1, \dots, x_K)$, countrywide average crop yield of the culture for the j -th scenario is

$$u_j(x) = \sum_{k=1}^K u_{jk} x_k \quad (2.6)$$

The countrywide annual crop yield is

$$\bar{u}(x) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J u_j(x) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K u_{jk} x_k. \quad (2.7)$$

The countrywide crop shortage for the j -th scenario as compared with the standard level $\bar{\xi}$ is

$$\omega(x, j) = \bar{\xi} - u_j(x) = \bar{\xi} - \sum_{k=1}^K u_{jk} x_k. \quad (2.8)$$

The crop shortage risk as compared with the standard level, measured by $CVaR_\rho(\omega(x))$, is calculated by formula (2.5), where $p_j = \frac{1}{J}$, $j = 1, \dots, J$.

The problem of optimization of the distribution of sown areas under single culture in regions accounting for risk is to determine a distribution of harvestable area $x^* = (x_1^*, \dots, x_K^*)$ such that its countrywide average annual crop yield is maximized

$$\bar{u}(x^*) = \max_x \left[\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K u_{jk} x_k \right] \quad (2.9)$$

and the following constraints are satisfied:

- for the crop shortage risk,

$$CVaR_\rho(\omega(x)) \leq R, \quad (2.10)$$

- for the total sown areas allocated for the culture in all the regions,

$$\sum_{k=1}^K x_k = 1, \quad (2.11)$$

- for sown areas that can be selected in separate regions

$$0 \leq x_k \leq \frac{S_k}{S}, \quad k = 1, \dots, K. \quad (2.12)$$

The value of R in constraint (2.10) reflects the level of crop shortage per 1 hectare acceptable from the point of view the country food security. We assume that it is possible to compensate crop losses at the expense of other sources, for example, available inventory or reduced export of the corresponding agricultural production. The risk estimate in the left-hand side of constraint (2.10) should be used as a basis to elaborate a strategy for formation of required inventory levels.

Multiplying both sides of constraint (2.11) by S yields a balance constraint, which guarantees that the sum of the sown areas allocated for the given culture in all regions is equal to its total harvestable area S countrywide.

2.2 Results of calculations

We will use the mathematical methods and the model presented in the previous section to perform the risk analysis of the production efficiency of winter wheat in each region of Ukraine, and also to solve the problem of optimal distribution of sown areas in regions accounting for risk.

Taking into account that the period during which statistical data about crop yield are used, $J = 13$, while choosing the significance level $\alpha = 0.77$, the value of $CVaR_{0.77}(\omega)$ equals approximately the average value of crop shortage for three most lean years from the 13 years under study.

According to technique used in Ukraine, and some other CIS countries, crop yield of agricultural cultures is defined per 1 hectare of harvested area. To perform the risk analysis, we used the values of winter wheat crop yield per 1 hectare of sown area both in regions and countrywide and defined the countrywide yield over 13 years $\bar{\xi}$. The obtained value ($\bar{\xi} = 27.28$ centner per one hectare of sown area) was then used as a standard reference to calculate the crop losses by formula (2.1). After that, annual average values of crop yield of winter wheat have been defined for each region and the values of crop shortage risk were calculated by formula (2.5).

Random variance of crop yield of an agricultural culture in a certain region is characterized by two indices: average annual crop yield and crop

shortage risk in relation to a standard value. These indices characterize the efficiency of its production in this region. It is convenient to compare the regions with respect to these two indices by using a graph, where the values of risk are plotted on the X axis, $CVaR_{0.77}$, and average annual crop yield, centner/ha of sown area, on the Y axis. The point with coordinates (x, y) on such a graph is associated with the region with average annual crop yield y , and crop shortage risk x . Figure 5 presents a graph of the corresponding crop yield of winter wheat

The upper left corner contains the points corresponding to regions with the most favorable conditions for the production of winter wheat since they are characterized by comparatively high average annual crop yield and low crop shortage risk. This group includes Cherkas'ka, Kyivs'ka, Vinnyts'ka, and Volyns'ka regions. The least crop shortage risk of winter wheat characterizes Volyns'ka region, which has the risk value of $CVaR_{0.77} = 4.45$ centner/ha.

Thus, on the average for three leanest years out of 13 in this region, crop shortage of winter wheat in relation to the standard (27.28 centner/ha) amounts to 4.45 centner/ha. However, average annual crop yield of this culture in Volyns'ka region (28.05 centner/ha) is much less than the corresponding indicator in Cherkas'ka region (33.87 centner/ha). Kyivs'ka region shows good enough relation "crop shortage risk - average annual crop yield", where average annual crop yield of winter wheat is 4.76 centner/ha higher than in Volyns'ka region but the risk is higher only by 0.41 centner/ha.

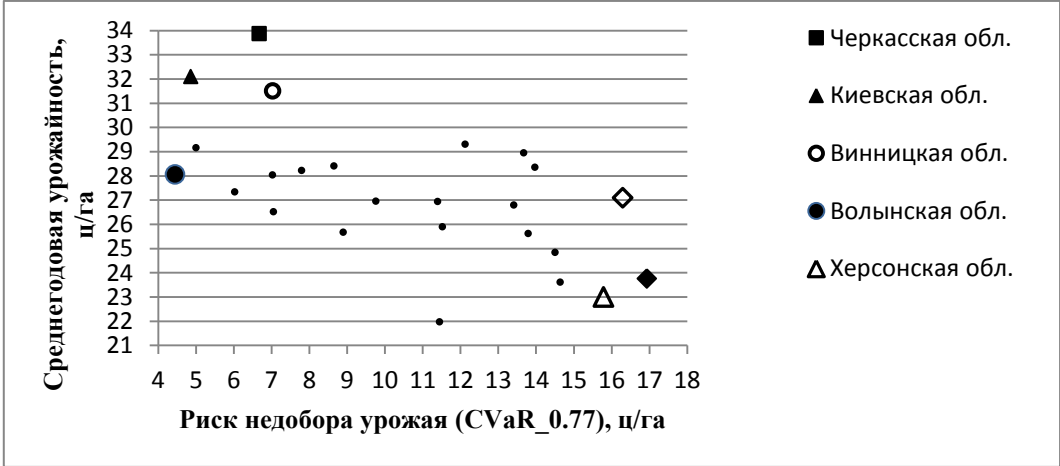


Fig. 5 Scatter of the relations "crop shortage risk - average annual crop yield" in regions of Ukraine for winter wheat.

The worst relation "crop shortage risk - average annual crop yield" is shown by regions to which points in the right lower corner on the graph correspond, as they have low levels of average annual crop yield and high values of crop shortage risk. This group includes Mykolajiv'ska and Kherson'ska regions. Mykolajiv'ska region is characterized by the greatest value of risk, $CVaR_{0.77} = 16.93$ centner/ha, relative to rather low value of average annual crop yield of winter wheat, 23.76 centner/ha of the sown area.

The Autonomous Republic of Crimea demonstrated the minimum level of average annual crop yield of winter wheat, 21.98 centner/ha, with rather high level of risk, $CVaR_{0.77} = 11.44$ centner/ha.

Let us analyze how the total sown area S and its distribution among regions influence the countrywide winter wheat production efficiency. We conducted four computing sessions using the values of S equal to 2356.5, 5089.2, 5533.8, and 6499.4 thousand hectares, which correspond to the total sown areas allocated in Ukraine to winter wheat in 2003, 2006, 2012 and 2011 respectively. For the value of s_k used in the right-hand side of constraint (2.12), we take the maximum, over 13 years, sown area allocated to winter wheat in the k -th region, $k = 1, \dots, K$. In each series of calculations, problem (2.9)-(2.12) was solved for different values of the right-hand side of constraint (2.10), R_1, \dots, R_N , to which there correspond optimal solutions $x_{R_1}^*, \dots, x_{R_N}^*$. The optimal solution $x_{R_n}^*$ of problem (2.9) - (2.12) for the fixed value of the right-hand side R_n in constraint (2.10) is characterized by the relation "crop shortage risk - average annual crop yield":

$$(CVaR_{0.77}(\omega(x_{R_n}^*)), \bar{u}(x_{R_n}^*)), n = 1, \dots, N.$$

If we plot points with such coordinates on a graph with values of risk plotted along the X axis, $CVaR_{0.77}$ and countrywide average annual crop yield along the Y axis, we will get a curve similar to the Markowitz efficient frontier, widely used in the portfolio optimization theory. Figure 6 presents four such curves marked by numbers 1-4.

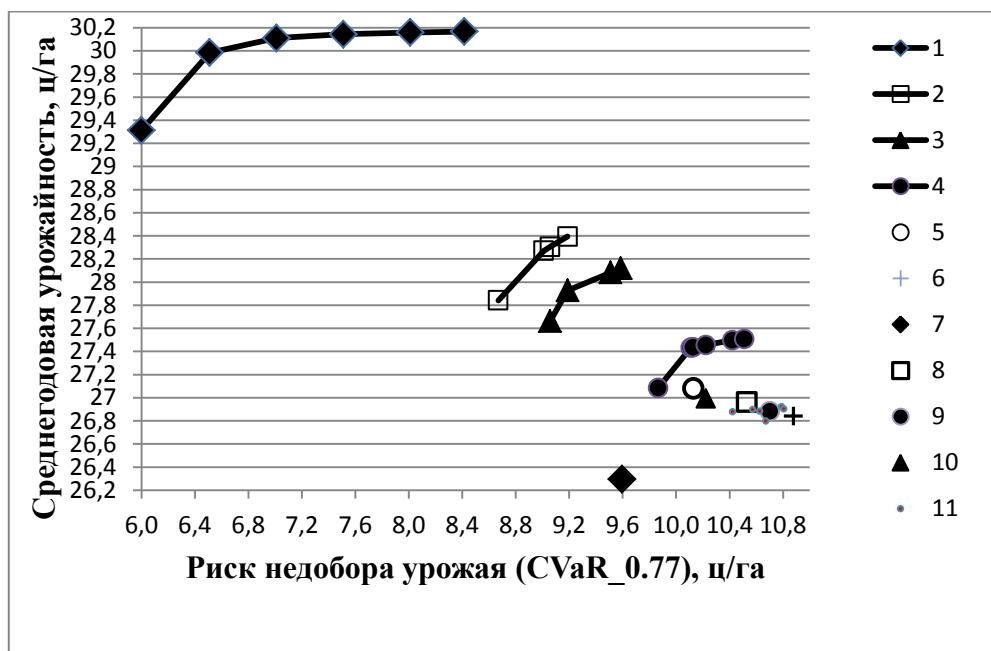


Fig. 6. Correspondence of the actual efficiency measures of the distribution of sown areas of winter wheat in regions of Ukraine in different years and efficient frontier.

Moreover, it presents points with numbers 5-11, characterizing the actual values of the efficiency indices of winter wheat sown areas distribution in regions of Ukraine in different years.

Curve 1 on the graph represents the efficient frontier of the distribution of the total sown area of winter wheat $S = 2356.5$ thousand hectares among regions for fixed values of s_k , $k = 1, \dots, K$. It is on such area winter wheat was sowed in Ukraine in 2003. This value of S is minimum for 2000 - 2012. Curve 2 corresponds to the area of $S = 5089.2$ thousand hectares, curve 3 to $S = 5533.8$ thousand hectares, curve 4 to $S = 6499.4$ thousand hectares.

For each point on curve 1, its Y -coordinate equals to maximum possible value of the average annual crop yield of winter wheat countrywide provided that the crop shortage risk $CVaR_{0,77}$ does not exceed the value corresponding to its X -coordinate. The leftmost point on curve 1 corresponds to the minimum value of risk that can be reached for the optimal distribution of sown area $S = 2356.5$ thousand hectares.

For any value of R on the right-hand side of constraint (2.10) smaller than this minimal risk, problem (2.9)-(2.12) has no feasible solutions. The rightmost point on this curve corresponds to the optimal solution of problem

(2.9)-(2.12) with the maximum possible risk. For the value of R exceeding this maximum risk, constraint (2.10) is inactive, i.e., the original problem (2.9)-(2.12) is equivalent to the problem of maximizing function (2.9) under constraints (2.11) and (2.12). The value of the maximum risk for non-optimal distribution of sown area among regions can considerably exceed the maximum risk computed for problem (2.9)-(2.12).

Thus for a preset risk value, the value of average crop yield can be increased only to the level defined by the corresponding point, located on the efficient frontier. Further increase of average crop yield can be attained only by increasing admissible risk and searching for optimal solution of problem (2.9)-(2.12) to which a point on the efficient frontier located to the upper right of the starting point will correspond. This iterative procedure can be continued while constraint (2.10) remains active. To the rightmost point located at the efficient frontier, there corresponds the maximum level of average crop yield that cannot be exceeded for fixed size of the total sown area S and free sown area s_k in the k -th region, $k = 1, \dots, K$, which can be allocated to the given culture.

Variations in S change the form and location of the efficient frontier. Figure 2 demonstrates that as the size of the total sown area S to be allocated among the regions increases, the corresponding efficient frontier shifts towards the right lower corner. And their leftmost and rightmost points are shifted in the same direction. Such regularity in the location of the efficient frontier suggests that as S increases, the optimal solutions of problem (2.9)-(2.12) are characterized by worsening relations "crop shortage risk - average annual crop yield".

In the right lower corner, there are points 5 - 11 characterizing the efficiency indices of the actual distribution of sown areas of winter wheat of different sizes S for 2000-2012. To show how much the solution of problem (2.9)-(2.12) improves the efficiency indices of the distribution of sown areas of winter wheat as compared with the actual values, some points are marked by the same markers as the corresponding efficient frontiers.

For example, point 7 located below and denoted by a diamond, reflects the relation "crop shortage risk - average annual crop yield" characterizing the actual distribution of the total sown area of winter wheat of size $S = 2356.5$ thousand hectares among regions in 2003. The same marker denotes the efficient frontier 1 plotted as a result of the solution of several problems using different values of R on the right-hand side of constraint (2.10) and fixed value of the same area $S = 2356.5$ thousand hectares.

Similarly, one value 5089.2 thousand hectares corresponds to point 8 and the efficient frontier 2, denoted by hollow square; value $S = 5533.8$

thousand hectares to point 10 and efficient frontier 3; and value $S = 6499.4$ thousand hectares to point 9 and efficient frontier 4. The distance between each pair of such graphic objects characterizes the efficiency of the optimization of distribution of the total sown area S among regions. Figure 6 shows that the greatest efficiency is attained for the minimum value of S . As the size of total sown area grows, the optimization efficiency decreases.

For points 5 and 6, the corresponding efficient frontier is not presented on the graph. The first of them corresponds to the most efficient actual distribution of the total sown area in 2000, and the second to the most non-efficient distribution in 2002.

Table 2.1 presents the optimal variants of the distribution of the total sown area of winter wheat among the regions, characterized by the minimum crop shortage risk ($CVaR_{0.77}$).

These distributions resulted from the solution of problem (2.9)-(2.12) for S equal to 2356.5 thousand hectares, 5089.2 thousand hectares, and 5533.8 thousand hectares are compared in the table with the distributions of the same total areas implemented in 2003, 2006, and 2012. The regions are arranged in the table in the winter wheat crop shortage risk ascending order. The analysis shows that for the distribution of the comparatively small total sown area ($S = 2356.5$ thousand hectares and $S = 5089.2$ thousand hectares) with the minimum value of crop shortage risk ($CVaR_{0.77}$) free sown areas in regions with favorable production conditions (table top rows) are mainly selected for winter wheat.

Because of limited size of free sown area s_k in the regions, as S increases, it becomes necessary to involve free sown areas in regions with less favorable conditions, which worsens the relation "crop shortage risk - average annual crop yield" countrywide. According to the order of regions in the table, the lower part contains the regions characterized by large crop shortage risk. Southern and eastern regions of Ukraine are among them.

The table clearly demonstrates a considerable decrease of their share in the winter wheat total sown area in the optimal variants of distribution as compared with the variants of distribution implemented in different years in practice. In the optimal variants, the share of Mikolayvska region characterized by the maximum risk is equal to zero. From comparing the actual distribution with optimal one it follows that the large crop shortage risk countrywide is due to the significant increase in the share of regions unfavorable for winter wheat cultivation, in the total sown areas, practiced in different years.

The relation "crop shortage risk - average annual crop yield" can be improved by increasing the sown areas of winter wheat in the regions located at the top of the table, at the expense of cultures secondary from the point of view of food security.

Table 2.1.
Comparing of the actual distribution of the total sown areas of winter wheat in regions with optimal ones for $S = 2356.5$, 5089.2 , and 5533.8 thousand hectares

Region	Distribution of wheat sown areas among regions (%)					
	$S = 2356.5$ thousand hectares		$S = 5089.2$ thousand hectares		$S = 5533.8$ thousand hectares	
	Optimal	Actual (2003)	Optimal	Actual (2006 r)	Optimal	Actual (2012 r)
Volyns'ka	5.42	3.90	2.51	2.37	2.31	2.19
Kyivs'ka	11.43	0.98	5.29	4.13	4.87	3.23
Zakarpats'ka	1.46	1.09	0.67	0.57	0.62	0.62
L'vivs'ka	5.92	4.43	2.74	2.36	2.52	2.48
Cherkas'ka	11.25	1.56	5.21	3.83	4.79	3.90
Rivnenska	5.17	2.40	2.40	1.78	2.20	1.75
Vinnys'ka	15.90	5.08	7.36	4.38	6.77	6.28
Ivano-Frankivs'ka	2.62	1.08	1.21	0.81	1.12	0.91
Ternopilska	8.78	3.90	4.07	3.09	3.74	3.74
Khmel'nyts'ka	12.50	5.20	5.79	3.30	5.32	3.90
Zhytomyrs'ka	0.65	2.18	3.15	1.75	2.90	1.73
Chernivets'ka	0.00	1.36	1.21	0.64	1.11	0.79
Sums'ka	0.00	2.84	4.47	1.85	4.11	3.38
Autonomous Republic of Crimea	7.94	10.93	7.78	5.99	7.16	5.72
Chernihivs'ka	0.00	2.91	3.16	2.40	2.90	2.58
Poltavs'ka	0.00	1.59	7.10	4.98	6.53	3.58
Donets'ka	0.00	6.42	4.69	6.66	7.54	7.21
Kirovohrads'ka	10.97	2.60	7.54	5.51	6.93	3.91
Zaporiz'ka	0.00	6.72	10.07	5.84	9.26	7.52
Charkiv'ska	0.00	7.40	9.33	7.06	8.58	6.35
Odes'ka	0.00	7.30	1.80	8.09	5.18	8.03
Luhans'ka	0.00	7.87	0.00	4.40	3.51	5.34
Khersons'ka	0.00	7.89	2.45	5.35	0.00	4.39
Dnipropetrovs'ka	0.00	0.86	0.00	6.86	0.03	5.99
Mykolajiv'ska	0.00	1.54	0.00	5.99	0.00	4.47

According to the statistical data [28] for 1990-2011, the area from which sunflower crop is harvested has increased 17.9 times in Kyivs'ka region (from 4.8 thousand hectares in 1990 to 86.0 thousand hectares in 2011), 4.2 times in Cherkas'ka region (from 37.9 thousand hectares in 1990 to 157.8 thousand hectares in 2011), 4.3 times in

Vinnys'tka region (from 34.3 thousand hectares in 1990 to 148.0 thousand hectares in 2011); the area from which the rape crop is harvested has increased 3.8 times in Kyivs'ka region (from 9.2 thousand hectares in 1990 to 35.4 thousand hectares in 2011), 46.8 times in Cherkas'ka region (from 1.5 thousand hectares in 1990 to 70.2 thousand hectares in 2011), and 12.3 times in Vinnys'tka region (from 11.6 thousand hectares in 1990 to 143.0 thousand hectares in 2011).

If sunflower and rape would have been allocated the same areas in 2011 as in 1990, excesses of free sown areas would occur in all the regions. The scale of this is represented by the following numbers: in Kirovohrads'ka region, these excesses would compound to 124% of the sown areas allocated to winter wheat in this region in 2011; 62% in Cherkas'ka region; 56% in Zhytomyrs'ka region; 55% in Poltavs'ka region; 49% in Vinnys'tka region; and 48% in Kyivs'ka region.

Increasing in each region the size of sown areas allocated to winter wheat in 2011 by the value of the surplus, we obtain new values of free sown areas s_k , $k=1, \dots, K$. For these data, we solved a series of problems (2.9)-(2.12) on the distribution of the total sown area of $S = 6499.4$ thousand hectares among regions for different values of the right-hand side of constraint (10). An analysis of the results has shown that with new values of s_k , $k=1, \dots, K$, the efficient frontier corresponding to $S = 6499.4$ thousand hectares (curve 4 in Fig.6) has moved upwards and to the left. The range of crop shortage risk, corresponding to the recalculated efficient frontier, improved from [9.8551, 10.5] to [8.872, 9.492], i.e., the new maximum risk value 9.492 became smaller than the old minimum risk value 9.8551. The range of the average annual values of crop yield also improved from [27.08, 27.51] to [28.11, 28.59], i.e., the new minimum value of winter wheat average annual crop yield became larger than the old maximum value.

3. METHODOLOGY OF DECISION-MAKING UNDER UNCERTAINTY

The section is devoted to description of the apparatus of risk measures, designed to estimate the risks in problems of decision making under

uncertainty. Under these conditions we mean the indeterminacy of processes studied and which results essentially depend on some random (uncertain) parameters.

We distinguish two cases: when the probability distributions of parameters are known to the decision-maker (DM), and are not known. In [29] such cases were called as conditions of risk and conditions of uncertainty appropriately. Clearly, some information on these parameters DM should have. Typically, in various practical applications only partial information on distributions of random parameters is available. The presence of even a large set of statistical (historical) data does not guarantee complete information about probability distributions. Modeling of future developments always brings uncertainty as knowledge of the past does not mean knowledge of the future.

Typically, the process risks due to uncertainties with potentially possible adverse (even the worst) results. In fact, they reflect the assessments of the realization of pessimistic scenarios as appropriate damages, losses, and so on. Clearly, the methods of designing such estimates may be different. For example, they can be described by the average loss, the maximum loss (worst case), or some other values [24, 30]. Typically, these estimates are based on using some measures (functions) of risk reflecting DM conception of how to assess risk.

This paper describes the mathematical apparatus of polyhedral coherent risk measures (PCRM), which was introduced for the known probability distributions of random variables (r.v.) [31] and then distributed for the case of imprecise scenario probabilities [32]. He has been effective in finding optimal portfolio decisions for reward-risk ratio under uncertainty [32–34].

Here this apparatus is developed for case of imprecise scenario values of random (uncertain) values, for which can be known only it's upper and lower assessments. Besides, on the base of PCRM use a unified approach to solving problems of stochastic programming and robust optimization is proposed.

3.1. Elements of PCRM apparatus

Let on probability space (Ω, Σ, P_0) a r.v. $X(\cdot) : \Omega \rightarrow R$ is given. In [30] for risk assessment of r.v. of financial flow X the notion of coherent risk measure (CRM) was introduced. It is represented as follows:

$$\rho(X) = \sup\{E_P[-X] : P \in Q\}, \quad (3.1)$$

where $E_P[\cdot]$ is the expectation on probability measure P , Q is some convex closed set of probability measures. The measure interprets potential loss of flow X , which is described by $(-X)$.

When r.v. X describes expenses, losses, costs, etc., which are characterized by order of preference "less is better", in appropriate CRM a construction similar to (3.1) is used, but no sign "minus" at r.v.:

$$\rho(X) = \sup\{E_p[X] : P \in Q\}. \quad (3.2)$$

The measure (3.2) is used in decision-making problems, when as the criteria and restrictions from above using minimum functions because it means just such preference order. Otherwise, as a risk measures the representation (3.1) should be used.

Consider now a finite discretely distributed r.v. X , which is described by a set of its scenario values $x = (x_1, \dots, x_n)$ with corresponding scenario probabilities $p_0 = (p_1^0, \dots, p_n^0)$. For such r.v. in [31] the notion of polyhedral CRM (PCRM), in which construction (3.2) (respectively (3.1)) supplemented by polyhedral property of Q , is introduced. Therefore, the set is described as

$$Q = \{p : Bp \leq c, p \geq 0\}, \quad (3.3)$$

where B and c are a matrix and a vector of appropriate dimensions.

Following [33], split description of set Q in (3.3) into standard and substantial parts. Present matrix B and vector c as

$$B = \begin{pmatrix} B_0 \\ B_1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

where B_0 and c_0 from (3.4) are standard:

$$B_0 = \begin{pmatrix} 1 \dots 1 \\ -1 \dots -1 \end{pmatrix}, c_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

as described condition $\sum_{i=1}^n p_i = 1$, and B_1 and c_1 represent the substantial part of (3.4), which actually determines the risk measure in the form of relations (3.2)–(3.5).

PCRM examples [33]:

E1) average value $E_{p_0}[X] : Q = \{p_0\}$;

E2) maximum loss (the worst case): in description Q by (3.2)–(3.5) B_1 and c_1 are missing.

E3) conditional value-at-risk (CVaR $_{\alpha}$) [24]: in description Q by (3.2)–(3.5)

$$B_1 = I, c_1 = \frac{1}{1-\alpha} p_0;$$

E4) spectral coherent risk measure (SCRM) [35]: in description Q by (3.2)–

(3.5) $B_1 = I, c_1 = \left(\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{1 - \alpha_i} \right) p_0$, where λ_i and α_i are defined from appropriate relations [33];

E5) Kusuoka representation of invariant for distribution CRM (KRRM)

[36]: in description Q by (3.2)–(3.5) $B_1 = I, c_1 = \left(\max_{(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \Lambda} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{1 - \alpha_i} \right) p_0$ [37].

The case of imprecise scenario probabilities. Sometimes we can simulate scenarios of future events with distributions on them values of r.v., but it is difficult to identify the vector of scenario probabilities p_0 , which only assessed evaluated above and below. For such situations, called cases of imprecise probabilities PCRM apparatus proposes the so-called robust constructions of risk measures.

The construction is the following. In the case of the known distributions of discrete r.v., the risk measure is defined by construction (3.1), (3.3) (or respectively (3.2), (3.3)), in which the right side of relation (3.3) depends on p_0 . This means that the set Q for a risk measure is described by some set-valued map (s.v.m.) $Q(p_0)$.

In case of uncertainty about p_0 in the form $p_0 \in U_P$ the measure should take into account the increase of risk of potential losses due to this uncertainty. Then on an initial risk measure $\rho_0(\cdot)$ the following its robust construction is designed:

$$\rho_{\rho_0; U_P}(X) = \sup \{ E_P[X] : P \in Q(U_P) \}, \quad (3.6)$$

where $Q(\cdot)$ is s.v.m. of $\rho_0(\cdot)$, $Q(U_P) = \overline{\text{co}} \left(\bigcup_{p_0 \in U_P} Q(p_0) \right)$, $\overline{\text{co}}$ is closed convex hull.

Design $\rho_{\rho_0; U_P}$ in form (3.6) on an initial measure ρ_0 in form (3.2) is not in general a trivial task [33]. However, it is much easier for a simple structure of set U_P , in particular for the case of imprecise probabilities when a vector of scenario probabilities p_0 is described by its lower and upper bounds p_l and p_u respectively. Then set U_P is:

$$U_P = \left\{ p : p \geq 0, \sum_{i=1}^n p_i = 1, p_l \leq p \leq p_u \right\}. \quad (3.7)$$

In this case, robust constructions of measures for examples E1)–E5) are PCRMs, which are described by relations (3.2)–(3.5) with the following attributes [33]:

$$E1') \text{ average value: } B_1 = \begin{pmatrix} -I \\ I \end{pmatrix}, c_1 = \begin{pmatrix} -p_l \\ p_u \end{pmatrix};$$

E2') maximum loss: B_1 and c_1 are missing;

$$E3') \text{ CVaR}_\alpha: B_1 = I, c_1 = \frac{p_u}{1-\alpha};$$

E4') SCRM: $B_1 = I, c_1 = \left(\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{1-\alpha_i} \right) p_u$, where λ_i and α_i are defined from appropriate relations;

$$E5') \text{ KRRM: } B_1 = I, c_1 = \left(\max_{(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \Lambda} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{1-\alpha_i} \right) p_u.$$

The case of imprecise scenario values of r.v. Suppose that we cannot identify scenario values of r.v., but have only their upper and lower bounds. In such cases, we can use already developed PCRm apparatus in the following way. Let values of r.v. X are evaluated by its random (scenario) upper and lower estimates X_l, X_u , so how $X \in U_X$, where

$$U_X(\omega) = \{X(\omega) : X_l(\omega) \leq X(\omega) \leq X_u(\omega)\}, \omega \in \Omega \text{ e.a.}$$

Then we can enter lower and upper variants of PCRm. In the case when construction (3.2) is used, denote as upper and lower PCRm of r.v. X respectively:

$$\rho^l(X) = \sup_{P \in \mathcal{Q}} \inf_{Y \in U_X} E_P[Y] = \sup \{E_P[X_l] : P \in \mathcal{Q}\}, \quad (3.8)$$

$$\rho^u(X) = \sup_{P \in \mathcal{Q}} \sup_{Y \in U_X} Y = \sup \{E_P[X_u] : P \in \mathcal{Q}\}. \quad (3.9)$$

In the case of construction (3.1) according the change of the sign at r.v. X , the corresponding PCRm variants are defined as follows:

$$\rho^l(X) = \sup \{E_P[-X_u] : P \in \mathcal{Q}\}, \rho^u(X) = \sup \{E_P[-X_l] : P \in \mathcal{Q}\}.$$

It is clear that both variants of PCRm coincide if scenario values of r.v. are famous. So, in the case of imprecise estimates we obtain upper and lower variants of risk measures, which then can be used depending on the problem statements.

The combination of the imprecise scenario probabilities and the imprecise scenario values. For combination of the previous two

uncertainties, we can use already developed mathematical tools. If under the imprecise scenario values ($X \in U_X$) we have the imprecise scenario probabilities ($p_0 \in U_P$), then it is easy to present robust constructions for $\rho^l(\cdot)$ and $\rho^u(\cdot)$ by relations (3.6), (3.8)–(3.9):

$$\rho_{\rho_0;U_P}^l(X) = \sup\{E_P[X^l]: P \in Q(U_P)\},$$

$$\rho_{\rho_0;U_P}^u(X) = \sup\{E_P[X^u]: P \in Q(U_P)\}.$$

3.2. Reducing stochastic programming and robust optimization problems to problems with PCRM

In [37] the reducing a broad class of stochastic programming (SP) and robust optimization (RO) problems to deterministic optimization problems with use of PCRM technique is described. Recall some facts from there.

Consider the optimization problem in which there is uncertainty in the form of a random parameter:

$$f_0(x, Y) \rightarrow \text{"min"},$$

$$f_i(x, Y) \leq 0, i = 1, \dots, m$$

$$x \in M \subseteq R^k$$

where set M has simple structure and meaning of the symbol "min" and inequalities in constraints due to uncertainty of parameter Y specify hereinafter.

So, let us have a probability space (Ω, Σ, P) , on which the probability distribution of parameter Y is given, i.e. $Y(\cdot): \Omega \rightarrow R^s$, where s is the dimension of parameter Y . Then for every elementary event (scenario) $\omega \in \Omega$ the value of $f_i(x, Y(\omega)), i = 0, \dots, m$ is described. Thus, under measurability of $f_i(x, Y(\omega)), i = 0, \dots, m$ their distributions are given. Because the value of $Y = Y(\omega)$ is completely determined by the scenario ω , for reducing signs we write $f_i(x, \omega)$ instead of $f_i(x, Y(\omega))$.

In such notations the previously described optimization problem has the form:

$$f_0(x, \omega) \rightarrow \text{"min"},$$

$$f_i(x, \omega) \leq 0, i = 1, \dots, m \tag{3.10}$$

$$x \in M \subseteq R^k$$

Now problem (3.10) can be specified according to the conception of DM, which can choose those or other stochastic criteria to take into account

the values of functions $f_i(x, \omega), i = 0, 1, \dots, m$. In SP symbols "min" $f_0(x, \omega)$ and $f_i(x, \omega) \leq 0, i = 1, \dots, m$ can be understood in sense of, for instance, the average, the worst or other values of r.v., or constraints can be guaranteed with some probabilities [38]. In statements of RO problems as similar criteria usually the worst values of r.v. are used, although and other variants are possible.

In [37] showed that a wide class of SP and RO problems is reduced to the following problems of deterministic optimization with PCRM:

$$\begin{aligned} \rho_0(f_0(x, \omega)) &\rightarrow \min, \\ \rho_i(f_i(x, \omega)) &\leq 0, i = 1, \dots, m \\ x &\in M \end{aligned} \quad (3.11)$$

where $\rho_i(\cdot), i = 0, \dots, m$ are PCRM of form (3.2)–(3.5), which are constructed on r.v. $f_i(x, \omega), i = 0, \dots, m$.

Note that the transition from one setting problem to another one in problem (3.11) is performed through the use of appropriate PCRM. Technically, this is realized by choice of matrix B_1 and vector of c_1 in (3.4), see Examples E1)–E5).

In the case of imprecise scenario probabilities for risk assessment, we use robust variants of these measures from Examples E1')–E5'). Then measures $\rho_i(\cdot), i = 0, \dots, m$ in (3.11) are understood in this sense.

Problem (3.11) is not a simple; it is a minimax problem where the internal maximum is generated by the construction of risk measure. If functions $f_i(x, \omega), i = 0, \dots, m$ are convex on x , it is the convex programming problem which can be solved by appropriate numerical methods, see, for instance, [39]. But search for solutions is greatly simplified when these functions are linear, i.e. for linear optimization problems.

3.3. Linear optimization and portfolio optimization problems under uncertainty

Suppose that in the problem (3.11) functions $f_i(x, \omega), i = 0, \dots, m$ are linear on x , i.e. $f_i(x, \omega) = \langle l_i(\omega), x \rangle - a_i(\omega), i = 0, \dots, m$, and set M has a simple structure, e.g. a convex polyhedron. In this case the problem takes the following form:

$$\begin{aligned}
& \rho_0(\langle l_0(\omega), x \rangle - a_0(\omega)) \rightarrow \min. \\
& \rho_i(\langle l_i(\omega), x \rangle - a_i(\omega)) \leq 0, i = 1, \dots, m \\
& x \in M \subseteq R^k
\end{aligned} \tag{3.12}$$

If a space of elementary events of Ω describing finite discrete distribution, vectors $l_i(\omega)$ and values $a_i(\omega)$ for $i = 0, \dots, m$ are distributed on n scenarios, and this distribution can be represented by appropriate matrices and vectors. Introducing designation:

$$L_i = \begin{pmatrix} l_{i1}(\omega_1) & \dots & l_{ik}(\omega_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ l_{i1}(\omega_n) & \dots & l_{ik}(\omega_n) \end{pmatrix}, a_i = \begin{pmatrix} a_i(\omega_1) \\ \dots \\ a_i(\omega_n) \end{pmatrix}, i = 0, \dots, m,$$

where $l_{ij}(\omega_k)$ is j -th component of vector l_i in scenario ω_k , and taking into account the construction of PCRMM, rewrite problem (3.12) as

$$\begin{aligned}
& \max_p \{ \langle L_0 x - a_0, p \rangle : p \in Q_0 \} \rightarrow \min_x, \\
& \max_p \{ \langle L_i x - a_i, p \rangle : p \in Q_i \} \leq 0, i = 1, \dots, m \\
& x \in M \subseteq R^k
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Let polyhedral sets $Q_i, i = 0, \dots, m$ be represented as

$$Q_i = \{ p : B_i p \leq c_i, p \geq 0 \}, i = 0, \dots, m$$

with the appropriate standard and substantial parts for $B_i, c_i, i = 0, \dots, m$ in the form of B_i^0, c_i^0 and B_i^1, c_i^1 respectively.

In such notations problem (3.13) has the following form

$$\begin{aligned}
& \max_p \{ \langle L_0 x - a_0, p \rangle : B_0 p \leq c_0, p \geq 0 \} \rightarrow \min_x, \\
& \max_p \{ \langle L_i x - a_i, p \rangle : B_i p \leq c_i, p \geq 0 \} \leq 0, i = 1, \dots, m \\
& x \in M \subseteq R^k
\end{aligned} \tag{3.14}$$

As shown in [37], the search for a solution (3.14) is reduced to solving the appropriate linear programming (LP) problem.

Theorem 3.1. If problem (3.14) has a solution, its optimal solution is the component x of the solution (v_0, \dots, v_m, x) of the following LP problem:

$$\begin{aligned}
& \min_{(v_0, \dots, v_m, x)} \langle c_0, v_0 \rangle, \\
& \quad -B_0^T v_0 + L_0 x \leq a_0 \\
& \quad \langle c_i, v_i \rangle \leq \delta_i, i = 1, \dots, m \\
& \quad -B_i^T v_i + L_i x \leq a_i, i = 1, \dots, m \\
& \quad x \in M, v_i \geq 0, i = 0, \dots, m
\end{aligned} \tag{3.15}$$

and values in solutions with respect to functions of these problems coincide.

Substituting (3.15) different versions of the substantial parts of the matrices and vectors representing the respective PCRM we can technologically solve problems of form (3.12) as appropriate LP problems for the whole class of PCRM.

Portfolio optimization for reward-risk ratio. From theorem 3.1 the earlier results regarding the portfolio optimization for the reward-risk ratio follow. Here are some of them. Note that the content reasoning for designing PCRM uses the construction (3.1), (3.3)–(3.5).

Let we have k financial instruments that are called the portfolio components. Their return distributions are described by matrix H of the dimension $n \times k$, where the j -th column describes the distribution of the j -th component. Vector $u = (u_1, \dots, u_k)$ describing the portfolio structure is considered as a variable under constraint $\sum_1^k u_i = 1, u_i \geq 0, i = 1, \dots, k$. It is necessary to find a structure portfolio u that optimizes its cumulative result of the return-risk ratio.

In the known distributions, in addition to the matrix H of return distributions of portfolio components on scenarios we know the vector of scenario probabilities p_0 . In such conditions there are two related optimization problems: the portfolio PCRM minimization under guaranteed average portfolio return and the average portfolio return maximization under constraints on the portfolio PCRM level.

Denote by μ_0 a feasible value of the average portfolio return $E_{p_0}[Hu]$, by $\rho(Hu)$ the chosen PCRM, and by ρ_0 a feasible value of the portfolio PCRM level. Then these problems are formulated respectively in the following form:

$$\begin{aligned}
& \min \quad \rho(Hu). & \max \quad E_{p_0}[Hu]. \\
& \sum_1^n u_i = 1, u_i \geq 0 & \sum_1^n u_i = 1, u_i \geq 0 \\
& E_{p_0}[Hu] \geq \mu_0 & \rho(Hu) \leq \rho_0
\end{aligned} \tag{3.16} \tag{3.17}$$

Reducing these problems to LP ones can be formulated as the following theorem.

Theorem 3.2 [31]. If problems (3.16), (3.1), (3.3)–(3.5) and (3.17), (3.1), (3.3)–(3.5) have solutions, then their optimal solutions are respectively the components u of solutions (v, u) of the following LP problems:

$$\begin{array}{ll} \min_{(v,u)} & \langle c, v \rangle, \\ -B^T v - Hu \leq 0 & \\ -p_0^T Hu \leq -\mu & \\ \sum u_i = 1 & \\ v \geq 0, u \geq 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \max_{(v,u)} & \langle H^T p_0, u \rangle, \\ -B^T v - Hu \leq 0 & \\ \langle c, v \rangle \leq \rho_0 & \\ \sum u_i = 1 & \\ v \geq 0, u \geq 0 & \end{array}$$

and values in the solutions with respect to the functions of these problems coincide.

Note that the similar result can be formulated for problem (3.17) under constraints on levels of some different risk measures.

The case of imprecise scenario probabilities. In this case, according (3.6) the robust variant of risk measure is constructed on a primary measure $\rho(\cdot)$ and an uncertainty set U_P . As a robust variant of the expected return the following reward function is used:

$$r(X) = \min\{E_p[X] : P \in U_P\},$$

where for the case of imprecise probabilities U_P is presented in form of a simple polyhedral set (3.7). Then we have

$$r(X) = \min\{E_p[X] : P \in Q\},$$

where Q is described in form (3.3) with the following attributes:

$$B = \begin{pmatrix} -I \\ I \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} -p_l \\ p_u \end{pmatrix}.$$

Let us introduce denotations for appropriate matrix B and vectors c from the description of polyhedral sets: B_r and c_r for reward function $r(\cdot)$; B_ρ and c_ρ for robust variants of risk measures $\rho_{\rho;U_P}(\cdot)$. In these denotations robust variants of the PCRМ portfolio minimization problem under guaranteed reward r_0 and the portfolio reward maximization problem under constraint on PCRМ level ρ_0 have respectively the following form:

$$\begin{array}{ll} \min & \rho_{\rho,U_P}(Hu) \\ \sum_1^n u_i = 1, u_i \geq 0 & \\ r(Hu) \geq r_0 & \end{array} \quad (3.18)$$

$$\begin{array}{ll} \max & r(Hu) \\ \sum_1^n u_i = 1, u_i \geq 0 & \\ \rho_{\rho,U_P}(Hu) \leq \rho_0 & \end{array} \quad (3.19)$$

Theorem 3.3 [33]. If problems (3.18) and (3.19) have solutions, then their optimal portfolios are respectively the components u of solutions (v, u, w) of the following LP problems:

$$\begin{array}{ll}
 \min_{(v,u,w)} & \langle c_\rho, v \rangle, & \max_{(v,u,w)} & \langle -c_r, w \rangle, \\
 -B_r^T w - Hu \leq 0 & & -B_r^T w - Hu \leq 0 & \\
 -\langle c_r, w \rangle \leq -r_0 & & -B_\rho^T v - Hu \leq 0 & \\
 -B_\rho^T v - Hu \leq 0 & & \langle c_\rho, v \rangle \leq \rho_0 & \\
 \sum_1^n u_i = 1, u \geq 0 & & \sum_1^n u_i = 1, u \geq 0 & \\
 v \geq 0, w \geq 0 & & v \geq 0, w \geq 0 &
 \end{array}$$

and values in the solutions with respect to the functions of these problems respectively coincide.

The similar result can be formulated for problem (3.19) under constraints on levels of some different risk measures. This increases the dimension of the appropriate LP problem which should to take into account all these constraints.

3.4. Optimization problems under imprecise scenario values

In conditions of imprecise scenario estimates of r.v. we can use the constructions of the upper and the lower variants of PCRМ described in section 1.

Consider the problem (3.11), where some parameters δ_i instead of 0 are used in the right sides of the constraints:

$$\begin{array}{l}
 \rho_0(f_0(x, \omega)) \rightarrow \min, \\
 \rho_i(f_i(x, \omega)) \leq \delta_i, i = 1, \dots, m \\
 x \in M
 \end{array} \tag{3.20}$$

Clearly, using here the upper PCRМ $\rho^u(X)$ instead of $\rho(X)$ allow to receive guaranteed results for constraints and the optimization criterion value. The solution of such problem is robust relatively to imprecise scenario evaluating of r.v., and adequate choices of PCRМ in form (3.2)–(3.5) ensures the robustness of its solution relatively to uncertainty caused by stochastic behavior of r.v.

However, using only the upper PCRМ estimates $\rho^u(X)$ instead of PCRМ lead to overly conservative decisions. For obtaining more balanced decisions we should to take into account the lower estimates $\rho^l(X)$ as well. However, in this case it is necessary to compare the effectiveness of decisions on two PCRМ estimates, therefore following the multi-criteria

approach to search a set of Pareto-optimal solutions and to choose the good ones. This process is not trivial.

Consider using both estimates $\rho^l(X)$ and $\rho^u(X)$ in problem (3.20). Of course, now it looks as the following two-criterion problem:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{l} \rho_0^u(f_0(x, \omega)) \\ \rho_0^l(f_0(x, \omega)) \end{array} \right) \rightarrow \min, \\ & \rho_i^u(f_i(x, \omega)) \leq \delta_i^u, i = 1, \dots, m \\ & \rho_i^l(f_i(x, \omega)) \leq \delta_i^l, i = 1, \dots, m \\ & x \in M \end{aligned} \quad (3.21)$$

and solutions should be chosen from its Pareto-optimal set. Note that in such setting the following conditions for its parameters are evident: $0 \leq \delta_i^l \leq \delta_i^u, i = 1, \dots, m$.

Multi-objective optimization methods provide a sufficient set of choice-making from the Pareto-optimal set, starting with the criteria convolution. Consider here only the approach optimizing a one criterion with constraints on the others. Then, on the basis of (3.21) we can formulate the following two problems:

$$\begin{aligned} & \rho_0^u(f_0(x, \omega)) \rightarrow \min, & \rho_0^l(f_0(x, \omega)) \rightarrow \min. \\ & \rho_i^u(f_i(x, \omega)) \leq \delta_i^u, i = 1, \dots, m & \rho_i^u(f_i(x, \omega)) \leq \delta_i^u, i = 0, \dots, m \\ & \rho_i^l(f_i(x, \omega)) \leq \delta_i^l, i = 0, \dots, m & \rho_i^l(f_i(x, \omega)) \leq \delta_i^l, i = 1, \dots, m \\ & x \in M & x \in M \end{aligned} \quad (3.22) \quad (3.23)$$

Under linearity of functions $f_i(x, \omega), i = 0, \dots, m$ on x these problems are reduced to appropriate LP problems in the form of similar to theorem 3.1. Turn to problem (3.12):

$$\begin{aligned} & \rho_0(< l_0(\omega), x > -a_0(\omega)) \rightarrow \min. \\ & \rho_i(< l_i(\omega), x > -a_i(\omega)) \leq \delta_i, i = 1, \dots, m \\ & x \in M \subseteq R^k \end{aligned}$$

When r.v. $l_i(\omega)$ and $a_i(\omega)$ at $i = 0, \dots, m$ are distributed on n scenarios $(\omega_1, \dots, \omega_n)$, we can evaluate them by upper $l_i^u(\omega)$, $a_i^u(\omega)$ and lower $l_i^l(\omega)$, $a_i^l(\omega)$ bounds respectively, such evaluating can be presented by appropriate matrix and vectors:

$$L_i^u = \begin{pmatrix} l_{i1}^u(\omega_1) & \dots & l_{ik}^u(\omega_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ l_{i1}^u(\omega_n) & \dots & l_{ik}^u(\omega_n) \end{pmatrix}, a_i^u = \begin{pmatrix} a_i^u(\omega_1) \\ \dots \\ a_i^u(\omega_n) \end{pmatrix}, i = 0, \dots, m,$$

$$L_i^l = \begin{pmatrix} l_{i1}^l(\omega_1) & \dots & l_{ik}^l(\omega_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ l_{i1}^l(\omega_n) & \dots & l_{ik}^l(\omega_n) \end{pmatrix}, a_i^l = \begin{pmatrix} a_i^l(\omega_1) \\ \dots \\ a_i^l(\omega_n) \end{pmatrix}, i = 0, \dots, m.$$

Taking into account the PCRM construction, rewrite problems (3.22), (3.23) respectively as

$$\begin{aligned} & \max \{ \langle L_0^u x - a_0^u, p \rangle : p \in Q_0 \} \rightarrow \min, \\ & \max \{ \langle L_i^u x - a_i^u, p \rangle : p \in Q_i \} \leq \delta_i^u, i = 1, \dots, m \\ & \max \{ \langle L_i^l x - a_i^l, p \rangle : p \in Q_i \} \leq \delta_i^l, i = 0, \dots, m \\ & x \in M \subseteq R^k \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} & \max \{ \langle L_0^l x - a_0^l, p \rangle : p \in Q_0 \} \rightarrow \min, \\ & \max \{ \langle L_i^l x - a_i^l, p \rangle : p \in Q_i \} \leq \delta_i^l, i = 1, \dots, m \\ & \max \{ \langle L_i^u x - a_i^u, p \rangle : p \in Q_i \} \leq \delta_i^u, i = 0, \dots, m \\ & x \in M \subseteq R^k \end{aligned} \quad (3.25)$$

where $\delta_i^l \geq 0, i = 1, \dots, m, \delta_i^u \geq 0, i = 0, \dots, m$ are some fixed values.

Similar to the previous, these problems can be reduced to the corresponding LP problems. Suppose, as before, each of polyhedral sets $Q_i, i = 0, \dots, m$ is presented in accordance with their matrix B_i and vector c_i :

$$Q_i = \{ p : B_i p \leq c_i, p \geq 0 \}, i = 0, \dots, m.$$

Theorem 3.4. If problems (3.24) and (3.25) have solutions, then their optimal solutions are respectively the components x of solutions $(v_0^l, \dots, v_m^l, v_0^u, \dots, v_m^u, x)$ of the following LP problems:

$$\begin{aligned}
& \min_{(v'_0, \dots, v'_m, v''_0, \dots, v''_m, x)} \langle c_0, v''_0 \rangle, \\
& \quad - B_0^T v''_0 + L_0^u x \leq a_0^u \\
& \quad \langle c_i, v_i^u \rangle \leq \delta_i^u, i = 1, \dots, m \\
& \quad - B_i^T v_i^u + L_i^u x \leq a_i^u, i = 1, \dots, m \\
& \quad \langle c_i, v_i^l \rangle \leq \delta_i^l, i = 0, \dots, m \\
& \quad - B_i^T v_i^l + L_i^l x \leq a_i^l, i = 0, \dots, m \\
& \quad x \in M, v_i^l \geq 0, v_i^u \geq 0, i = 0, \dots, m \\
& \min_{(v'_0, \dots, v'_m, v''_0, \dots, v''_m, x)} \langle c_0, v'_0 \rangle, \\
& \quad - B_0^T v'_0 + L_0^l x \leq a_0^l \\
& \quad \langle c_i, v_i^l \rangle \leq \delta_i^l, i = 1, \dots, m \\
& \quad - B_i^T v_i^l + L_i^l x \leq a_i^l, i = 1, \dots, m \\
& \quad \langle c_i, v_i^u \rangle \leq \delta_i^u, i = 0, \dots, m \\
& \quad - B_i^T v_i^u + L_i^u x \leq a_i^u, i = 0, \dots, m \\
& \quad x \in M, v_i^l \geq 0, v_i^u \geq 0, i = 0, \dots, m
\end{aligned}$$

and values in the solutions with respect to the functions of these problems respectively coincide.

It is not difficult to formulate results similar to Theorem 3.3 for the portfolio optimization on the risk-reward ratio, using respectively upper and lower bounds of component return distribution matrix, risk measures and reward functions.

Thus, PCRM apparatus are extended to a wide class of uncertainties, it can be used for: 1) the known probability distributions of r.v.; 2) imprecise scenario probabilities; 3) imprecise scenario values of r.v.; 4) combination of imprecise scenario probabilities and imprecise scenario values.

The development of the mathematical technique of risk measures focuses on the risk assessment for searching effective (optimal) decisions under uncertainty and makes it possible to offer a unified approach to solving SP and RO problems. In the case of imprecise scenario probabilities, so-called robust variants of risk measures and reward functions, the ratio of which defines optimal solutions, are used. In the case of imprecise scenario estimates, upper and lower variants of risk measures and reward functions that require finding appropriate Pareto-optimal solutions are used. For combination of imprecise probabilities and imprecise estimates we should to search similar Pareto-optimal solutions, but for robust variants of risk measures and reward functions.

PCRM apparatus development allows us to generalize previously known theorem on reducing linear optimization problems under uncertainty and the portfolio optimization problems on risk-reward ratio to appropriate LP problems. This makes it possible to solve these problems even for large-scale applications by means of the standard LP technique.

4. TWO-STAGE AND TWO-LEVEL MODELS OF ECOLOGICAL-ECONOMIC DECISIONS

Development and substantiation of insurance programs taking into account the catastrophe risks remain to be the topical problems for ecological-economic decision making. A properly designed program of flood insurance and risk management involving different interested stakeholders (sides, agents) becomes the urgent task in a view of the climate change and the increase of flood risks around the world. The major challenge is whether the standard approaches are applicable to computation of insurance premiums under rare catastrophic losses [40, 41]. The goal is to build a flood-loss sharing program including private insurance based on the geographically specific vulnerabilities [42]. The analysis is based on the developed catastrophe risk management (ICRM) model consisting of the flood GIS-model and the stochastic optimization procedure for location-specific exposures. In order to achieve sustainability and robustness of a flood insurance program with various recurrences, the ICRM model uses the stochastic optimization procedure based upon quantile-related risk functions of systemic unsolvency accounting for overpayments and underpayments by stakeholders. The two alternative ways of computing insurance premiums, the ICRM-based robust approach and the traditional approach of average annual loss (AAL), are compared.

Flood insurance is viewed as a vital part of Flood Risk Management (FRM) policy. A well designed flood insurance program should: spread risks across stakeholders, locations, and time periods, ensuring availability of funds to cover losses [43]; increase public awareness of flood risks [44]; often announce price discounts; promote loss mitigation measures [45]; improve efficiency of scarce land use [46].

A multi-layer disaster insurance program (MLDIP) in a form of public-private partnership (PPP) [47, 48] may include a layer of private insurance, a layer of risk transfer via reinsurance and/or catastrophic bonds (cats) and loans, a layer of government contribution. A MLDIP requires the analysis of mutually dependent risk sensitivities of the stakeholders involved. For instance, if an insurer (insurance company, IC) is willing to decrease the probability of own bankruptcy, the IC may introduce higher premiums or

narrow coverages, take reinsurance or buy cats. Then the loss burden will shift from the IC to other interested agents (individuals, reinsurance companies, government organizations) and can lead to instability or insolvency of those agents, under high inequality of loss-sharing. Thus, the success of loss-sharing programs depends on the mutual (systemic) stability of heterogeneous stakeholders involved. Such stability needs the analysis of complex joint probability distributions of losses dependent on various agents and hazards specific for a given region.

The catastrophe models consist of several modules – a hazard generator, a vulnerability module and a financing module. The rich spatial data are used for developing instruments of models included catastrophic in specific regions floods, and the insurance premiums are evaluated based upon not only historical observations but also various socio-economic and climatic scenarios [44]. However, pricing of catastrophe risk in many such models is based on AAL without explicit accounting for goals and constraints of the stakeholders involved. A risk weight is often expressed through standard deviation and load of administrative costs or simply via AAL giving misleading outcomes due to skewedness of catastrophic risks and spatial dependence of costs on strategies. A standard deviation and a mean only cannot serve as relevant indicators of catastrophe risk pricing because they characterize normal risks and do not cover the feature of heavy-tailed distributions for catastrophic losses. In contrast, such quantile-related indicators as Value-at-Risk (VaR) and Conditional Value-at-Risk (CVaR) [24] find applications in determining catastrophe insurance policies [49]. Based on the general model of ICRM [49–51] developed by the International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA) and incorporated the quantile-related risk functions and stochastic optimization (StO) procedures [47, 49, 52], the geographically-detailed model of ICRM has been constructed allowing coverage of spatio-temporal profiles of catastrophe risks for designing robust insurance and accounting for goals of the stakeholders (participants).

The goal of work [42] is to develop an ICRM-based approach to evaluate location-dependent robust insurance strategies and compare the strategies found with a traditional AAL pricing in the Rijnmond-Drechtsteden (RiD) region around Rotterdam (Netherlands) outside dikes. Incorporating the Highwater Information System – Damage and Casualties Module (HIS-SSM) and the StO procedure, the model of ICRM for a specific region of flood-prone locations outside main flood defense system (outside dike rings) is constructed to generate scenarios of flood losses and to measure premiums of robust insurance. In the Netherlands insurance from river and coastal floods did not exist by recent times leaving a post-disaster relief

program as the only financial instrument of FRM. Such insurance was viewed unfeasible by some experts and at the same time was considered feasible under various reinsurance schemes by other specialists. At the end of 2012 the first flood insurance contracts appeared for areas protected by dikes. Research of flood insurance system in the Netherlands mainly dealt with flood risks inside dikes.

The simple case may show misleading outcomes of using an AAL strategy for estimating collective losses. The alternative strategy is based on quantiles. That strategy is applied in the explicit spatial model of ICRM for the region given. This model includes nonsmooth stochastic risk functions allowing achievement of a robust systemic solvency in a form probabilistic equilibrium between insurance demand and supply. In the case of a single aggregated IC (fund for catastrophes) and a single aggregated insurance buyer (IB), or a given region, this equilibrium is reduced to quantile-related constraints of the VaR type. Indeed, detailed data about a given region are needed. The numerical experiments show how the model of ICRM allows designing a robust flood-loss sharing program in the RiD region by evaluating risks in flood insurance, based upon location-dependent premiums, accounted for potential risk transfers via contingent loans of risk aversion and partial government compensations. In comparison with AAL, robust location-dependent compensations increase the stability of insurance and decrease the demand on other risk transfer measures. Participation of government and introduction of loans increase demand on insurance, assist to fulfill liabilities and avoid insolvency of the stakeholders.

Catastrophic losses challenge the relevance of standard approaches using fair actuarial premiums (expected losses). If catastrophes occur as spikes in time and space, then their robust indicators of collective independent losses are not given by mean values and standard deviations because means do not recognize a case of catastrophic collective losses.

The analysis of insurance solvency under mutually dependent local catastrophic losses requires developing a model of ICRM and StO techniques enabling simulation of collective damages for designing a robust portfolio of coverages and premiums. That portfolio creates a systemic solvency preventing, in a probabilistic sense, shortfalls of insurers and overpayments by local communities.

Within a stochastic geographically explicit model of ICRM [47, 50, 51], the region considered in the Netherlands is divided into subregions or locations $j = 1, \dots, m$. A location may correspond to a dike-protected area, a set of households, a municipality, a flood-protected zone, etc. Let the value

of property (houses, lands, factories, etc.) or wealth in location j at the time period t is estimated by W_j^t .

Assume n agents (insurers, government bodies, funds) are involved into the loss-sharing program, and they can negotiate contracts with local communities to cover their potential damages. Each agent $i = 1, \dots, n$ has an initial fund (a risk reserve) R_i^0 generally dependent on a scope of catastrophic events. Let the planning horizon spans the time periods $t = 0, 1, \dots$. The risk reserve at each time period $(t + 1)$ equals to

$$R_i^{t+1} = R_i^t + \sum_{j=1}^m [\pi_{ij}^t - c_{ij}^t(q_{ij}^t)] - \sum_{j=1}^m L_j^t(\omega_t) q_{ij}^t, \quad (4.1)$$

where: q_{ij}^t is the portion of coverage by an agent (IC) i in location j at time period t ; $\sum_{i=1}^n q_{ij}^t < 1$; π_{ij}^t is the premium of an agent (IC) i in location j at time period t ; $c_{ij}^t(q_{ij}^t)$ are transaction, operation, and other costs of an agent (IC) i in location j at time period t ; $L_j^t(\omega_t)$ is the loss (damage) in location j caused by a catastrophe ω_t at time period t ; $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{t-1})$ are random catastrophic events which may happen in a random number of different locations. In general, a catastrophic event ω_t at time period t is modeled by a random subset of locations as well as by magnitudes of impact from this event on each such location. The losses $L_j^t(\omega_t)$ depend on the event ω_t , the mitigation measures (say, anti-flood dams), and the vulnerability of property value to such event in the location j .

Decision variables q_{ij}^t and π_{ij}^t allow characterization of risk differences across various locations. Suppose all agents can cover various fractions of catastrophic losses in a location given. In the case of a catastrophe, a location j experiences loss $L_j^t(\omega_t)$. Individuals in this location receive compensation $L_j^t(\omega_t) \times q_{ij}^t$ from a company i when such loss occurs and pay insurance premiums π_{ij}^t . The property value in location j at time period $(t + 1)$ is defined recurrently:

$$W_i^{t+1} = W_i^t + \sum_{j=1}^m [L_{ij}^t(\omega_t) \times q_{ij}^t - \pi_{ij}^t] - L_{ij}^t(\omega_t). \quad (4.2)$$

Note random variables $R_i^t = R_i^t(x, \omega)$, $W_j^t = W_j^t(x, \omega)$ in formulas (4.1), (4.2) implicitly depend on the history – random event ω_k and decision variables $x^k = (q^k, \pi^k)$, where:

$$q^k = \{q_{ij}^k, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m\};$$

$$\pi^k = \{\pi_{ij}^k, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m\}; k = 0, 1, \dots, t-1.$$

The robustness of insurance program is dependent on whether the accumulated risk reserve $R_i^t(x, \omega)$ at a random time period $t = \tau(\omega)$ of the first catastrophic event (wherefrom $L_j^t(\omega_t) = 0$ at $t < \tau(\omega)$) avoids, in a probabilistic sense, the insolvency of all agents, or the event

$$e_1 = \{\omega : R_i^{\tau(\omega)}(x, \omega) \leq 0, i = 1, \dots, n\}. \quad (4.3)$$

The interest of every individual (each location) $j = 1, \dots, m$ is to avoid depreciation of her or his (its) property, or the event $e_{2j} = \{\omega : W_j^{\tau(\omega)}(x, \omega) \leq 0\}$. The robustness of insurance program presumes avoidance of the events incorporated

$$e_2 = e_{21} \cup e_{22} \cup \dots \cup e_{2m} = \{\omega : W_j^{\tau(\omega)}(x, \omega) \leq 0\}, j = 1, \dots, m. \quad (4.4)$$

The stability (resilience) of insurance program, in a sense of systemic solvency, depends on the events (4.3), (4.4). The program goal is to avoid such events as much as possible. This goal can be achieved, for example, by minimization of the expected uncovered losses

$$E \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^{\tau(\omega)} \quad (4.5)$$

under the probability constraint

$$P(e_1 \vee e_2) \leq \bar{p}, \quad (4.6)$$

where \bar{p} is a critical probability threshold for systemic insolvency (failure or default) of the insurance program which may happen, say, once in a century. The notation $P(e_1 \vee e_2)$ is used for a probability of insolvency as some function of events e_1, e_2 .

The general approach can be specified to capture the features of data available simulated by the modules of regional stochastic model of ICRM via scenarios of floods and damages in the RiD region. The major goal of the case study is to compare impacts of location-specific premiums determined by the regional model of ICRM versus premiums determined by a traditional AAL approach. In the case study we assume the only aggregated insurer (catastrophe fund) operates in the region, i.e. $n=1$. We also assume $c'_{ij}(q'_{ij}) \equiv 0$, and the premiums accumulated to a first flood are proportional to the time $\tau(\omega)$ of that flood arrival: $\pi_j^{\tau(\omega)} = \pi_j \times \tau(\omega)$, where π_j is the insurance premium paid by a location j .

The program of insurance from floods is systemically solvent if it allows avoidance of the events (4.3), (4.4) as much as possible, in a probabilistic sense. Taking into account the assumptions and the formula (4.1), the event (4.3) is rewritten as

$$e_1 = \left\{ \omega : C(\pi, q, \omega) \equiv \sum_{j=1}^m [\pi_j \tau(\omega) - q_j L_j^{\tau(\omega)}] \leq 0 \right\}; \quad (4.7)$$

taking also into account the formula (4.2), the event (4.4) is rewritten as

$$e_2 = \left\{ \omega : D_j(\pi_j, q_j, \omega) \equiv q_j L_j^{\tau(\omega)} - \pi_j \tau(\omega) \leq 0 \right\}, \quad j = 1, \dots, m; \quad (4.8)$$

here q_j is the insurance coverage to location j , and $L_j^{\tau(\omega)}$ are the stochastic losses of location j , caused by the arrival of random floods, $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_m)$, $q = (q_1, \dots, q_m)$.

Based on the general structure in model of ICRM, formulate it as a version for convex stochastic optimization of penalty function – minimization of the function (4.5) plus the weighted risk functions of violating constraints (4.7), (4.8)

$$F(x) = E \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^{\tau(\omega)} + \alpha E \max\{0, -C(\pi, q, \omega)\} + \sum_{j=1}^m \beta_j E \max\{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}, \quad (4.9)$$

where $x = (\pi, q)$ is a decision vector, $0 \leq \alpha$ is the penalty for violating constraint (4.7), $0 \leq \beta_j$ is the penalty parameter for violating constraint $j = 1, \dots, m$ of the group (4.8), $\alpha E \max\{0, -C(\pi, q, \omega)\}$ is the weighted

shortfall of insurance program, $\sum_{j=1}^m \beta_j E \max\{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}$ is the sum of weighted overpayments by insured persons.

Accounting for the constraints (4.7), (4.8) in the objective function (4.9) through risk functions generates forces diminishing the absolute values of $C(\pi, q, \omega)$, $D_j(\pi, q, \omega)$, $j = 1, \dots, m$, to 0. Thus, minimization of the sum (4.9) allows aggregation of insurance system or catastrophe fund to some nonsmooth objective function [53].

Minimization of the function $F(x)$ over x is equivalent to minimization of the function

$$-F(x) = E \sum_{j=1}^m (q_j - 1) L_j^{\tau(\omega)} - \alpha E \max\{0, -C(\pi, q, \omega)\} - \sum_{j=1}^m \beta_j E \max\{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}$$

over x . Hence, taking into account independence $E \sum_{j=1}^m L_j^{\tau(\omega)}$ on x and

$$E \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^{\tau(\omega)} = E \sum_{j=1}^m q_j L_j^{\tau(\omega)} - E \sum_{j=1}^m L_j^{\tau(\omega)},$$

we come to the maximization problem of function

$$G(x) \equiv E \sum_{j=1}^m q_j L_j^{\tau(\omega)} - \alpha E \max\{0, -C(\pi, q, \omega)\} - \sum_{j=1}^m \beta_j E \max\{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}$$

over x , where increase of $E \sum_{j=1}^m q_j L_j^{\tau(\omega)}$ stands for increase of profits for insurers, and increase of $-\alpha E \max\{0, -C(\pi, q, \omega)\}$ and $-\sum_{j=1}^m \beta_j E \max\{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}$ stands for decrease of shortfalls for insurers and overpayments by individuals, promoting demand on insurance, insurance coverages, incomes and compensations of insured persons. Thus, increase of $G(x)$ can be interpreted as growth of regional welfare for all

stakeholders at risks. Value of x in a flood-loss sharing program can be chosen by the government.

The penalty coefficients α and β_j regulate a trade-off between the level of premiums and the total coverages. The coefficient α can be also viewed as the price of loan to be bought by the insurance program (catastrophe fund) if its reserve decreases below some critical level. In a multi-layer insurance program, the choice of α determines the degree of government participation in PPP, or the value of government contribution to this insurance program. The coefficients β_j ensure the desirable upper bounds for overpayments by individuals on the demand side of this program.

Minimization of the function (4.9) permits achievement of a robust probabilistic equilibrium between insurance demand and supply characterized by quantile systemic insolvency constraints of the type (4.6). Let us show this important fact assuming the convex function (4.9) has continuous derivatives (say, the distribution function considered has a continuous density function) and avoiding complications related with nonsmooth analysis. Then, assuming also the positivity of $\tau(\omega)$, the optimality condition $grad F(x) = \vec{0}$ for minimization of the function (4.9), at a given vector q of coverages, for positive components of the risk premium $\pi_j(q)$ has the form of systemic risk equilibrium [54]:

$$0 = F_{x_j} = -\alpha P\{-C(\pi, q, \omega) \leq 0\} + \beta_j P\{-D_j(\pi_j, q_j, \omega \leq 0)\}. \quad (4.10)$$

If $q_j = q_0$, $\pi_j = \pi_0$, $m = 1$, then the relationship (4.7) implies

$$e_1 = \left\{ \omega : 0 \geq C(\pi, q, \omega) \equiv \sum_{j=1}^m [\pi_j \tau(\omega) - q_j L_j^{\tau(\omega)}] = \pi_0 \tau(\omega) - q_0 L_1^{\tau(\omega)} \right\}$$

and the relationship (4.8) implies

$$e_2 = \left\{ \omega : 0 \geq D_j(\pi_j, q_j, \omega) \equiv q_j L_j^{\tau(\omega)} - \pi_j \tau(\omega) = q_0 L_j^{\tau(\omega)} - \pi_0 \tau(\omega) \right\}$$

$$j = 1.$$

Then the constraint (4.6) is satisfied only if $\bar{p} = 1$ (is degenerate), i.e.

$$P(e_1) = 1 - P(e_2),$$

and the equation (4.10) defines equilibrium price $\pi(q)$ for a given coverage q :

$$0 = -\alpha P(e_1) + \beta_j [1 - P(e_1)]; \quad (\alpha + \beta_j)P(e_1) = \beta_j;$$

$$P\{\pi \tau(\omega) \leq q L_j^{\tau(\omega)}\} = P(e_1) = \frac{\beta_j}{\alpha + \beta_j}.$$

Thus, the parameters α , β_j and coverages affect the probability $P(e_1)$ for insolvency of insured persons. In order to investigate this effect, the unconstrained StO problem with nonsmooth penalty functions for risk is rewritten as the constrained linear programming problem. In order to rewrite the problem, the strategic variables π_j , q_j of ex ante decision are complemented by the new adaptive variables ζ_j^s and ε^s of ex post decision (their values are chosen after observation of stochastic losses $L_j^{\tau(\omega)}$) – (non-negative) values of loans and government aids, correspondingly, where $s = 1, \dots, S$ – random scenarios [55]. The new variables would allow elimination of overpayments by insured persons and underpayments for insurers promoting systemic solvency of the flood insurance program.

Let the scenario s includes the losses $L_j^s = L_j^t(\omega^s)$ at $t = \tau(\omega^s) = \tau^s$ in locations $j = 1, \dots, m$ with probability p_s . Then the problem (4.9) is equivalent to the problem minimization of function

$$F(y) = \sum_{s=1}^S p_s \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^s + \alpha \sum_{s=1}^S p_s \sum_{j=1}^m \zeta_j^s + \beta \sum_{s=1}^S p_s \varepsilon^s$$

over $y = (\pi_j, q_j, \zeta_j^s, \varepsilon^s)$ under constraints

$$\zeta_j^s \geq 0, \quad \varepsilon^s \geq 0, \quad s = 1, \dots, S,$$

$$-d_j^s \equiv \pi_j \tau^s - q_j L_j^s \geq \zeta_j^s,$$

$$\sum_{j=1}^m d_j^s \geq \varepsilon^s.$$

There are efficient tools to solve the problem obtained.

The problem of a central planner does not take into account an option of decentralized decision making [56] or effects of moral hazard [57] when behavior of an insured person (IB) change after he or she gets the

information on insurance coverage according to the contract with insurance seller (IC). Moral hazard stands for the IC, after signing such a contract, should account for a higher probability of loss as well as a higher insurance assistance (payment) if the loss has occurred. It causes not only expected losses but also higher administrative costs and risk loads undermining the competitiveness of IC. Then, under imperfect risk classification, the IC charges a higher insurance price for customers, characterized by lower moral hazard, and induces their migration to a competitor – another IC.

The abovementioned considerations create an incentive for the IC to manage effects of moral hazard from the viewpoint of a leader at signing contract [58]. The management goal is to determine the optimal (from the viewpoint of IC) payment function in order to ensure the actions of a follower (IB) in the interests of IC as much as possible, within the available distribution channels of gains. The payment function indicates how an insurance benefit depends on a loss function. The full coverage of losses means the preventive measures of IB are not financed at all. Contrary to the optimal payment function in the absence of moral hazard, it is not optimal to provide a full marginal coverage beyond an insurance deductible in the presence of moral hazard, not mentioning other gains from preventing measures (say, gains from better health of IB) when the prevention costs of IB are very low [58].

While usually assumed that the IC cannot observe preventive efforts of the IB, it is not claimed the management of moral hazard effects cannot be a part of insurance technology. For example, in commercial insurance ICs do inspect fire-protection measures rather thoroughly; as for compensations to employees, the IC often retain the right to check the health care status of beneficiary (insured person) by a home visit. The IC can also check whether the IB follows duties of diligence as stipulated by the insurance policy and can cut or cancel the insurance benefit if the IB does not follow those duties. Of course, such activity of the IC is rather costly. Therefore, the IC would choose an optimal probability (frequency) of checking rather than test for moral hazard in 100 % cases.

On the language of game theory, the IC and the IB are players, where the decision variable of the IC is the probability k of implementing its inspection, and the decision variable of the IB is the probability ρ of non-implementing his or her preventing measures [59]. For example, the IC can check whether fire extinguishers are maintained as stipulated in the contract; in the case of health care insurance, a physician commissioned by the IC can check whether the IB receives an appropriate treatment. When the IC implements an inspection, it bears the costs b to monitor a contract. If the

IB implements preventive measures, he or she bears the costs V and gets the mean benefit EL (which is equal to the expected loss for the IC, in such situation, assuming full insurance coverage); if the IB does not implement preventive measures, he or she gets the mean payoff EL_0 (which is equal to the expected loss for the IC, in such situation, assuming full insurance coverage), but the IC reduces the insurance benefit by Q , in the case of inspection, for at least one time period (obviously, $EL_0 > EL$). In all the cases the IB pays the insurance premium P to the IC. The total payoffs of the IC and the IB for possible combinations of their mixed strategies can be written in the following table:

		IC	
		Absence of inspection	Inspection with probability k
IB	Preventive measures with probability $(1 - \rho)$	IB: $EL - P - V$ IC: $P - EL$	IB: $EL - P - V$ IC: $P - EL - b$
	Absence of preventive measures	IB: $EL_0 - P$ IC: $P - EL_0$	IB: $EL_0 - P - Q$ IC: $P - EL_0 - b + Q$

Both players are assumed to be risk-neutral relative to change of a payoff whereas it does not always take place for the IBs. This assumption allows expression of payoffs in the terms of money without addressing to utility function. Because such an interaction between the IC and the IB can be repeated, the probabilities k and ρ are interpreted as relative frequencies.

Thus, the expected total payoff for the IB is equal to

$$\begin{aligned}
 EW^{IB} &= (1 - k)(1 - \rho)(EL - P - V) + \\
 &\quad + k(1 - \rho)(EL - P - V) + \\
 &\quad + (1 - k)\rho(EL_0 - P) + \\
 &\quad + k\rho(EL_0 - P - Q) = \\
 &= (1 - \rho)(EL - P - V) + \rho(EL_0 - P) - k\rho Q = \\
 &= EL + \rho(EL_0 - EL) - P - (1 - \rho)V - k\rho Q, \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

and the expected total payoff for the IC is equal to

$$\begin{aligned}
EW^{IC} &= (1-k)(1-\rho)(P-EL) + \\
&\quad + k(1-\rho)(P-EL-b) + \\
&\quad + (1-k)\rho(P-EL_0) + \\
&\quad + k\rho(P-EL_0-b+Q) = \\
&= (1-\rho)(P-EL) - k(1-\rho)b + \rho(P-EL_0) + k\rho(Q-b) = \\
&= P - \rho(EL_0 - EL) - EL + k(\rho Q - b). \tag{4.12}
\end{aligned}$$

Let interaction between the IC and the IB is non-cooperative, i.e. the IC and the IB cannot exchange information in attempt to achieve a better outcome for everyone. This implies the IC, when choosing the frequency k , should take into account the optimization behavior of the IB given by the optimality condition

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial EW^{IB}}{\partial \rho} = -(1-k)(EL-P-V) - \\
&\quad - k(EL-P-V) + \\
&\quad + (1-k)(EL_0-P) + \\
&\quad + k(EL_0-P-Q) = \\
&= P+V-EL+EL_0-P-kQ = V-kQ+EL_0-EL, \\
k &= \frac{V+EL_0-EL}{Q}. \tag{4.13}
\end{aligned}$$

In turn, the optimization behavior of the IC is given by the optimality condition

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial EW^{IC}}{\partial k} = -(1-\rho)(P-EL) + \\
&\quad + (1-\rho)(P-EL-b) - \\
&\quad - \rho(P-EL_0) + \\
&\quad + \rho(P-EL_0-b+Q) = \\
&= -b(1-\rho) + \rho(Q-b) = -b + \rho b + \rho Q - \rho b = \rho Q - b, \\
\rho &= \frac{b}{Q}. \tag{4.14}
\end{aligned}$$

The pair of values (k, ρ) , determined by the equations (4.13) and (4.14), gives a Nash equilibrium in mixed strategies. The both equations contain the common variable

$$Q = \frac{b}{\rho} = \frac{V + EL_0 - EL}{k}.$$

Because k, ρ are probabilities, the equations (4.13) and (4.14) imply the inequality

$$Q \geq \max\{b; V + EL_0 - EL\}.$$

If non-negativity of the total expected payoff of the IC is assumed, i.e.

$$0 \leq EW^{IC} = P - \rho(EL_0 - EL) - EL + k(\rho Q - b), \quad (4.15)$$

using the equality (4.12), then the equation (4.14) gives

$$P \geq \rho(EL_0 - EL) + EL = \frac{b}{Q}(EL_0 - EL) + EL.$$

Note the equalities (4.11) and (4.12) imply the sum of total expected payoffs of the IC and the IB within the model [60] is negative:

$$EW^{IC} + EW^{IB} = -kb - (1 - \rho)V < 0.$$

The latter and the inequality (4.15) mean $EW^{IB} < 0$, or violating the incentive constraint for participation in the insurance program from the demand side [61].

Thus, there are options for insurance by explicit simulating insurance demand and supply balances. The robust balance significantly depends on the choice of coverages and premiums creating a capability of insurers to survive at the time of extreme events and a readiness of individuals to pay premiums. In order to find robust decisions, the risk functions – overpayments by individuals and shortfalls for insurers – are used. Such decisions are solutions of the two-stage stochastic optimization problem reduced, at certain assumptions, to a standard linear programming problem. There are also theoretical possibilities of signing mutually beneficial bilateral insurance contracts which, in practice, compete with other assets [62].

CONCLUSIONS

The World is at the beginning of global transformation of its order. In its scale, scope and complexity, the changing will be unlike anything

humankind has experienced before [1]. Abovementioned transformation is carried out in space with principle new features caused by globalization and increasing uncertainty. The changing of fundamental characteristics of time-space continuum generates the fields of new risks, leads to more unpredictable world, increases the degree of global mega threats (environmental, atomic, chemical, genetic, mental,) and their damage. Moreover the revolution in quality of communication linkages, necessity of fast solutions and increasing role of psychological factors for decision making under the face of uncertainty also distort area of security.

The new threats demand new methods for their assessment. The main objective of current paper is to strengthen the capacity in such field as impact of uncertainty caused by global change on space of linkages FEW nexus transformation for which standard modeling methods and tools are inadequate.

This paper develops the mathematical models for investigation of FEW nexus and risk analysis in plant production. The models allow understanding the mechanisms of instability arising in FEW nexus and assessing potential crop losses caused by various reasons as well as their probabilistic characteristics. The methodology for effective decision-making under risk and partial uncertainty is also elaborated. It allows investigation of linear optimization and portfolio optimization problems under uncertainty, portfolio optimization for reward-risk ratio, optimization problems under imprecise scenario values. At last, two-stage and two-level models of ecological-economic decisions was developed.

REFERENCES

1. Schwab K. The fourth Industrial Revolution – World Economic Forum, 2016/ Четвертая промышленная революция/ Клаус Шваб – М.: Изд. «Э», 2016. – 208 с.
2. The Global Risks Report 2016 11th Edition – World Economic Forum, 2016
3. Atoyev K.L., Bilous V.M., Deineka V.S. et all. *Mathematical modelling of food, energy and water resources management under increased uncertainties and risks* // Integrated modeling of food, energy and water security management for sustainable social, economic and environmental developments / edited by Zagorodny A.G., Yermoliev Yu.M., – Kiev, 2013, pp. 195-228
4. Атоев К.Л., Кнопов П.С., Пепеляев В.А. Управление рисками при адаптации к глобальным изменениям // Математичне моделювання в економіці. – 2013.–№2. – С. 74–83.
5. Zulpukarov M.-G. M., Malinetskii G. G., Podluzov A. V. The channels and jokers method application to the Rosenzweig–Macarthur system analysis // МКО. – 2006.-, Т.2,-P.28–38. (in Russian).

6. Atojev K., Tomin A., Aksionova T. Global changes, new risks, and novel methods and tools of their assessment. Modelling and management of environmental security in Ukraine // *Managing Critical Infrastructure Risks* (Ed. by I. Linkov et al.) – 2007. – Springer-Netherlands. – P. 339-351.
7. Sergienko I.V., Yanenko V.M., Atojev K.L. The general concept used to control the risk of the ecological, techogenic and sociogenic accidents // *Kibernetika i sistemnyy analiz*. –1997.–N2. – С. 65–86.
8. Simulation and optimization methods in risk and reability theory/Eds. P.S.Knopov, P.M.Pardalos.- New York: Nova Sciencie Publishers Inc, 2009.- 285p.
9. Ermoliev Y., von Vinterfeldt D. Systemic risk and security management // *Managing Safety of Heterogeneous Systems, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*.- Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2012.- P.19-49.
10. Forrester J. *World Dynamics*. Moscow, "Nauka", 1978, 167 p. (in Russian).
11. Gelovani V. A., Egorov V. A., Mitrofanov V. B., Piontkovskiy A.A. *Solution of One Control Problem for Forrester Global Dynamical Model*. Moscow, preprint, N56, 1974 (in Russian).
12. Makhov S.A. *Mathematical simulation of world dynamics and sustainable development by the example of Forrester's model* // *Self-organizing systems*. – Moscow: Nauka, – 2007. – P. 79–101 (in Russian).
13. Курдюмов С.П. Собственные функции горения нелинейной среды и конструктивные законы построения ее организации // *Современные проблемы математической физики и вычислительной математики*. – М., 1982. – С. 217-243.
14. Режимы с обострением. Эволюция идеи. Законы коэволюции сложных структур / Под ред. Г.Г. Малинецкого. М.: Наука, 1998. – 256 с.
15. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. – М.: Мир, 1979. – 327 с.
16. Акаев А.А, Коротаев А. В., Фомин А.А. О причинах и возможных последствиях второй волны глобального кризиса. // *Моделирование и прогнозирование глобальной, региональной и национальной динамики*/Отв. ред. А. А. Акаев, А. В. Коротаев, Г. Г. Малинецкий, С. Ю. Малков. – М.: ЛИБРОКОМ/URSS, 2012. – С.424-459
17. Магницкий Н.А., Сидоров С.В. Новые методы хаотической динамики. – Едиториал УРСС, 2004. - 320 с.
18. Атоев К.Л. Возникновение режимов детерминированного хаоса в задачах управления социально-экономическим развитием // *Математичне моделювання в економіці*. – 2013.–N3. – С. 90-97//
19. Lorenz E. Deterministic nonperiodic flow// *Journal of Atoms.Sci*. – 1963.– V.20.– P.130 – 141.
20. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: УРСС, 2002. .– 360с.

21. The Kuramoto model: a simple paradigm for synchronization phenomena/Acebrón J. A.; Bonilla, L. L.; Vicente P. et al. // *Reviews of Modern Physics*. – 2005. – 77: P.137–185.
22. Harry Markowitz. Portfolio Selection // *The Journ. of Finance*. – 1952. – 7, N. 1. – P. 77-91.– (http://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf).
23. Uryasev S. Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications // *Financial Engineer. News.* . – 2000. . –N 14. P. 1-5
24. Rockafellar R.T., Uryasev S. Optimization of Conditional Value-at-Risk // *Journal of Risk*. – 2000. – 2. – № 3. – P. 21–41.
25. Rockafellar R.T., Uryasev S. Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions // *Journ. Of Banking and Finance*. – 2002. – 26. – P.1443-1471.
26. American Optimal Decisions Portfolio Safeguard (PSG) in Windows Shell Environment: Basic Principles. – AORDA, 2011. – P. 260.
27. American Optimal Decisions Optimization and Risk Management Case Studies with Portfolio Safeguard (PSG) in Windows Shell Environment. – AORDA, 2010. – P. 528.
28. Рослинництво України. Стат. Збірник. – 2013. – 180 с.
29. *Knight F.H.* Risk, Uncertainty and Profit. – Houghton Mifflin: Boston, 1921. – 381 p.
30. *Artzner P., Delbaen F., Eber J.M., Heath D.* Coherent measures of risk // *Mathematical Finance*. – 1999. – 9. – № 3. – P. 203–228.
31. *Кирилюк В.С.* О классе полиэдральных когерентных мер риска // *Кибернетика и системный анализ*. – 2004. – № 4. – С. 155–167.
32. *Кирилюк В.С.* Полиэдральные когерентные меры риска и оптимизация инвестиционного портфеля // *Кибернетика и системный анализ*. – 2008. – № 2. – С. 120–133.
33. *Кирилюк В.С.* Полиэдральные когерентные меры риска и оптимальные портфели по соотношению вознаграждение-риск // *Кибернетика и системный анализ*. – 2014. – №5. – С. 85–103.
34. *Кирилюк В.С.* Теория ожидаемой полезности, оптимальные портфели и полиэдральные когерентные меры риска // *Кибернетика и системный анализ*. – 2014. – №6. – С. 63–72.
35. *Acerbi C.* Spectral measures of risk: a coherent representation of subjective risk aversion // *J. Banking & Finance*. – 2002. – 26(7) . – P. 1505-1518.
36. *Kusuoka S.* On law invariant coherent risk measures, Kusuoka S, Maruyama T. (eds.) *Advances in Mathematical Economics*, Vol.3. – Tokyo: Springer, 2001. – P. 83–95.
37. *Кирилюк В.С.* Меры риска в задачах стохастической и робастной оптимизации // *Кибернетика и системный анализ*. – 2015. – №6. – С. 46–59.
38. Ермольев Ю.М. Методы стохастического программирования. – М: Наука, 1976. – 240 с.
39. *Shapiro A., Dentcheva D., Ruszczyński A.* Lectures on stochastic programming: modeling and theory. – Philadelphia: SIAM, 2009. – 436 p.

40. Кнопов P.S., Atoeyev K.L., Gorbachuk V.M. The mathematical modeling of uncertainty and risk impact on complex systems instability // *Systems Analysis* 2015. – Laxenburg, Austria: International Institute for Applied Systems Analysis, 2015. – P. 62
41. Атоев К.Л., Горбачук В.М., Ермольев Ю.М., Кнопов П.С. Перспективні питання системного аналізу / Питання оптимізації обчислень (ПОО-ХЛП, 21–25 вересня 2015 р., Чинадієво). – К.: Ін-т кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, 2015.
42. Ermolieva T., Filatova T., Ermoliev Y., Obersteiner M., de Bruijn K., Jeuken A. Flood catastrophe model for designing optimal flood insurance program: estimating location-specific premiums in the Netherlands // *Risk analysis*. – 2016, March. – Режим доступу: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/risa.12589/full>
43. Горбачук В.М., Морозов О.О. Оптимальні контракти за повної інформації / Стратегії інноваційного розвитку економіки України: проблеми, перспективи, ефективність. – Одеса: Центр економічних досліджень та розвитку, 2011. – С. 33–35.
44. Горбачук В.М., Кошулько А.І., Сирку А.А. До природних обмежень економічної діяльності / Розвиток сучасних міжнародних економічних відносин: фінансово-економічні та соціальні чинники. – Одеса: ОНУ імені І.І.Мечникова, 2016. – С. 125–128.
45. Горбачук В.М., Морозов О.О. Від експлуатації до розвитку аграрних ринків / Розвиток національних економік в умовах глобальної нестабільності. – Одеса: Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, 2013.
46. Горбачук В.М., Морозов О.О. Регулювання енерговитрат галузей землекористування України та суміжних країн / Екологічне оподаткування: збірник наукових праць за результатами науково-практичних заходів. – Ірпінь: НУДПСУ, 2013. – С. 20–23.
47. Ermoliev Y.M., Ermolieva T.Y., MacDonald G., Norkin V. Insurability of catastrophic risks: the stochastic optimization model // *Optimization*. – 2000. – 47 (3–4). – P. 251–265.
48. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б. Цілі й задачі сталого розвитку до 2030 року // Глобальні соціально-економічні трансформації в ХХІ столітті (13 жовтня 2016 р., Київ). – К.: КНУ імені Т.Шевченка, 2016.
49. Integrated catastrophe risk modeling: supporting policy processes. A.Amendola, T.Ermolieva, J.Linnerooth-Bayer, R.Mechler (eds.) – Dordrecht, Netherlands: Springer, 2013. – 287 p.
50. Ermolieva T., Ermoliev Y. Modeling catastrophe risk for designing insurance systems / Integrated catastrophe risk modeling: supporting policy processes. A.Amendola, T.Ermolieva, J.Linnerooth-Bayer, R.Mechler (eds.) – Dordrecht, New York, London: Springer Verlag, 2013. – P. 29–53.
51. Ermolieva T., Ermoliev Y., Norkin V. Spatial stochastic model for optimization capacity of insurance networks under dependent catastrophic

- risks: numerical experiments. – Laxenburg, Austria: IIASA, 1997. – Interim Report IR-97-028. – 30 p.
52. Ermoliev Y.M., Ermolieva T.Y., MacDonald G., Norkin V. Stochastic optimization of insurance portfolios for managing exposure to catastrophic risks // *Annals of operations research*. – 2000. – 99 (1–4). – P. 207–225.
 53. Ermoliev Y. Two-stage stochastic programming: quasigradient method / *Encyclopedia of optimization*. 2-nd edition. C.A.Migdalas P.M.Pardalos (eds.) – Springer, 2009. – P. 3955–3959.
 54. Ermoliev Y.M., Norkin V.I. On nonsmooth and discontinuous problems of stochastic systems optimization // *European journal of operations research*. – 1997. – 101 (4.2). – P. 230–244.
 55. Ермольев Ю.М., Ястремский А.И. Стохастические модели и методы в экономическом планировании. – М.: Наука, 1979. – 256 с.
 56. Горбачук В.М., Сулейманов С.-Б., Богданов О.В. Двосекторна модель торгівлі мобільним фактором // *Інформаційні технології та взаємодії* (8–10 листопада 2016 р., Київ). – К.: КНУ імені Т.Шевченка, 2016.
 57. Holmstrom B. Moral hazard and observability // *Bell journal of economics*. – 1979. – 10 (4.1). – P. 74–91.
 58. Winter R.A. Moral hazard and insurance contracts / *Contributions to insurance economics*. G. Dionne (ed.) – Dordrecht: Kluwer, 1992.
 59. Borch K.H. The price of moral hazard // *Scandinavian actuarial journal*. – 1980. – P. 173–176.
 60. Zweifel P., Eisen R. *Insurance economics*. – Springer, 2012. – 451 p.
 61. Горбачук В.М., Морозов О.О. Стимули та страхування / *Економіка та ефективна організація фінансових та виробничих процесів*. – К.: Нова економіка, 2011. – С. 39–42.
 62. Горбачук В. М. Врахування сільськогосподарських ризиків // *Науковий вісник Херсонського державного університету*. Серія: економічні науки. – 2014. – Вип. 8. Ч. 5. – С. 203–209.

**LINKING DISTRIBUTED SECTORIAL AND REGIONAL
OPTIMIZATION MODELS UNDER ASYMMETRIC
INFORMATION: TOWARDS ROBUST FOOD-WATER-
ENERGY-ENVIRONMENTAL NEXUS**

Yu.M. Ermoliev¹, A.G. Zagorodny², V.L.Bogdanov², T.Yu. Ermolieva²,
P. Havlik², M. Obersteiner², E. Rovenskaya²

²International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA), ²National
Academy of Sciences of Ukraine

Abstract

Increasing global-local, as well as sectorial-regional interdependencies may significantly affect business-as-usual operations even under small local disturbances. Detailed sectorial and regional models have traditionally been used to independently plan desirable developments of respective sectors and regions. However, solutions that are optimal for a sub-system may turn out to be infeasible for the entire system. In this paper, we develop a new approach based on the linkage of detailed distributed models of subsystems (e.g., sectorial and regional models) under joint resource constraints thus enabling truly integrative decision support for optimal solutions across sectors and regions. In this approach, the distributed models act as “agents” that communicate via a “central hub” (a regulator). In this way, they continue to be the same separate models and different modeling teams do not need to exchange information about their models and data, i.e. they communicate and derive integrated solutions under asymmetric information. The applicability of the developed approach is demonstrated for a case study that focuses on the food-energy-water-environmental nexus of agriculture and the coal industry that are competing for limited water and land resources.

Keywords: decision support, asymmetric information, linkage, non-smooth optimization, subgradient, integrated modeling, food-energy-water-environmental nexus.

INTRODUCTION

Detailed sectorial and regional models have traditionally been used to anticipate and plan desirable developments of respective sectors and regions. These models operate with a set of feasible decisions and aim to select a solution optimizing a sector- or region-specific objective function, depending on various input scenarios.

In the context of the food-energy-water-environmental (FEWE) nexus, the set of feasible decisions is determined by the following three major types of constraints:

- *Demand constraints* establish minimal satisfactory FEWE security levels depending on national or regional consumption, export- and import policies.
- *Resource constraints* describe the maximum physical availability of natural resources, for example, land and water for agriculture and energy (hydropower, coal, bioenergy, etc.), human resources (labor), capital, etc.
- *Environmental quality constraints* prescribe the limits of admissible air, water and soil pollution, as well as the maximum allowable levels of greenhouse gas (GHG) emissions as determined by national and international regulations.

A decision maker chooses a development strategy (a set of technologies, locations of production units, crops to grow, etc.) to achieve a certain objective, which can be to minimize net costs or to maximize net profits.

Nowadays, sectors and regions are becoming more and more interconnected through the utilization of common resources. With the growing population, the global economy is moving closer and closer towards planetary boundaries, hence interdependencies and the competition for natural resources are becoming more and more pronounced. In the context of the FEWE, the energy and agricultural sectors often compete for the same land and water resources, which are both needed for growing crops and the production of biofuel, hydroelectric power generation, and coal mining. In addition, both sectors contribute to the deterioration of the common environment, polluting soil, water and air, and emitting greenhouse gases.

For example, major power grid blackouts in India (Abrar, 2016) were reported to have happened due to intensive water use (pumping) by individual farmers using subsidized, and often free, electricity and water for agriculture, thus generating infeasible electricity demands. Another example is the US, where in 2007 droughts simultaneously increased the water demand in agriculture and industry, as well as usage by households

and for cooling nuclear and coal-fired plants. This unanticipated and uncoordinated water demand increase forced government to shut down some power reactors (e.g., the Browns Ferry facility in August 2007) and curtail operations at others.

Hence, the current practice of developing and using separate models of separate sectors and regions, forces researchers to make additional assumptions on how the common resources utilized by the sectors and regions are to be divided. The sectorial and regional models identify solutions that are optimal for the considered sectors and regions. When competition for resources becomes binding, an independent analysis of sectors and regions that do not take their interconnectedness into account can become highly misleading. Hence, the sectorial and regional models must be linked together to produce truly integrated solutions that are optimal for the overall system. Interdependent FEWE security goals contribute immensely to signifying the nexus between sectors and regions, notably via common environmental goals, including quotas on total water pollution, GHG emissions, etc. In this paper, we consider the problem of linking sectorial and/or regional models into an inter-sectorial, inter-regional integrated model under asymmetric information, i.e. without revealing information about corresponding sub-models. The lack of full information on goals, feasible decisions, constraints, and corresponding data sets is typical for modeling international aspects. Accordingly, in this paper we distinguish the term “linkage” under asymmetric information from the term “integrated” modeling based on full information.

There may be different ways for sectors/regions to distribute quotas between sectors/regions needed to achieve joint resource constraints. This critically depends on goals and available information. Before formulating our approach, let us outline some related work. In the absence of coordination between sectors/regions regarding the joint resource constraints, they can be expected to behave selfishly and aim at maximizing their own objective function. For that, they will attempt to secure as high resource consumption quotas as possible. Such a situation can be modeled using the non-cooperative game-theoretic framework – namely, social equilibrium games (Harker, 1991), which have been formulated to include joint constraints across players. The generalized Nash equilibrium (GNE) solution, if it exists, describes the allocation of production and resources across sectors/regions satisfying the joint constraint. In this case, the decisions are made independently and the potential of collective efforts for managing common resources is ignored.

As emphasized by Harker (1991), the existence, uniqueness, stability of the GNE, and a realistic large-scale implementation of this concept cannot be guaranteed. Moreover, Harker (1991) highlights that the GNE solution sets are rarely connected. Hence, a complete analysis of Nash equilibriums in this case is a complex task requiring additional assumptions. The analysis can become even more complex, if the joint resource constraints are based on the equilibrium (optimality) conditions that arise from considering the initial problem in the setting of a principal-agent game or a leader-follower Stackelberg game (Ermoliev and von Winterfeldt, 2012). For example, in the case of asymmetric information, the use of optimality conditions would require unavailable implicit sets of generalized gradients (subgradients). Due to the computational complexity, heuristic methods are often used. However, they lack a rigorous convergence proof generating misleading conclusions.

Böhringer and Rutherford (2009) consider integrating bottom-up mathematical programming models of the energy system into a top-down general equilibrium model of the overall economy. The paper shows that the formulation of market equilibrium conditions using complementarity equations permit integration of models, but the convergence of the proposed simple iterative procedure cannot be guaranteed. In specific cases, models of general equilibrium are reduced to optimization problems (Norkin, 1999), which can be linked by using the proposed method in Section 3.

In principle, linkage of deterministic models and deterministic approximations of stochastic optimization models into a single model that incorporates all constraints from all models can be treated as a multiple criteria optimization problem under appropriate aggregation principles (Kostreva et al., 2004; Ogryczak, 2000), including probabilistic principles for problems with uncertainties, e.g. with the welfare weights treated as probabilities. However, in case of asymmetric information when agents are unable to obtain information on each other's models, the linkage, i.e. integration under asymmetric information, is possible by using (Section 3) nonsmooth optimization methods of a multiagent systems. Often, it is impossible to consider decisions and constraints of all models simultaneously and solve underlying implicit large-scale optimization models. Instead, we use iterative subgradient optimization methods developed in the form of iterative decomposition for two-stage stochastic optimization models (see discussions and references in Ermoliev, 2009a,b,c,d), which can also be reformulated as large-scale (even infinite dimensional) implicit LP models. These methods have remarkable flexibility enabling optimization of nonsmooth systems (Ermoliev and

Norkin, 1997; see also Section 4). Section 3 formulates the linkage as a two-stage model where first and second stage decisions are split into smaller subproblems for a fixed vector λ , as it is the case in the main linkage model (1)-(5), Section 2. Benders decomposition (see e.g., Dempster and Thompson, 1998) provides rules for iterative adjustments of vector λ based on solutions with respect to λ of simple optimization submodels under current vector λ . Dempster and Thompson discuss this in details using extremely large-scale LP reformulations of stochastic optimization models. Unfortunately, this approach requires information about all submodels which is inadequate for models under asymmetric information and two-stage problems (Ermoliev et al., 2000) shaped by simulators of extreme events and decision models of agents.

The agency theory (see e.g., Gaivoronski and Werner, 2012) also studies cases of asymmetric information, namely how to induce agents to exchange information. The approach of our paper is the opposite: we minimize the necessity to exchange information.

The approach for linking models presented here is based on an iterative process of non-smooth optimization (Section 5) converging to the socially optimal solution. It does not require models to exchange full information about their specifications. The “resource quotas” for each sector/region and each resource are recalculated by sectors/regions independently by shifting their current approximation in the direction defined by the corresponding sectorial/regional shadow prices of resources from the primal sectorial optimization problem. In this way, we avoid a “hard linking” of the models in a single code that saves programming time and enables parallel distributed computations of sectorial/regional models instead of a large scale integrated model, that is, one that addresses the well-known “curse of dimensionality” and challenges large scale data harmonization under asymmetric information. This also preserves the original models in their initial state for other possible linkages. Using detailed sectorial/regional models instead of their aggregated simplified versions also allows for taking into account critically important local details, which are usually hidden within aggregate data.

The paper is organized as follows. Section 2 discusses the problem of model linkage vs. standard integrated modeling. Section 3 presents the original result of this paper – a consistent iterative procedure for model linkage under asymmetric information based on the generalized gradient (sub-gradient) method of non-smooth optimization. Section 4 analyses the properties of the algorithm enabling its convergence. Section 5 presents an application of the proposed approach in the case study linking coal and

agricultural sectorial models for optimal management in water scarce Shanxi province in China. Section 6 concludes and outlines potential future directions, and in particular, the extension of the linkage approach to stochastic models to manage induced cross-sectorial “hidden” systemic risks.

2. LINKING MODELS FOR OPTIMAL RESOURCE DISTRIBUTION

2.1. Sectorial/regional model

Let us consider K sectors/regions utilizing some common resources. The problem of their linkage can be formulated as follows. Let $x^{(k)}$ be the vector of decision variables in sector/region k and assume that each sector/region aims to choose such $x^{(k)}$ to maximize its objective function (net profits) of the form

$$\langle c^{(k)}, x^{(k)} \rangle \rightarrow \max, \quad (1)$$

subject to constraints

$$x^{(k)} \geq 0, \quad (2)$$

$$A^{(k)} x^{(k)} \leq b^{(k)}, \quad (3)$$

$$B^{(k)} x^{(k)} \leq y^{(k)}, \quad (4)$$

where $\langle c^{(k)}, x^{(k)} \rangle$, $k = 1, 2, \dots, K$, denotes the scalar product of vectors $c^{(k)}$ and $x^{(k)}$, $\langle c^{(k)}, x^{(k)} \rangle = \sum_j c_j^{(k)} x_j^{(k)}$.

Here, net unit profits $c^{(k)}$, matrices $A^{(k)}$ and $B^{(k)}$ defining the marginal contribution of each solution component into the total demand, the resource use, and environmental impact, and vectors $b^{(k)}$ and $c^{(k)}$ determining the constraints themselves are given. We separate the constraints, which are specific to sector/region k expressed by (3) and the constraints, which are a part of a common inter-sectorial/inter-regional constraint with sectorial/regional quotas $y^{(k)}$ expressed by (4). The sectorial/regional quotas are not fixed, but rather the following joint constraint on the common resources holds

$$\sum_{k=1}^K D^{(k)} y^{(k)} \leq d, y^{(k)} \geq 0, \quad (5)$$

where matrices $D^{(k)}$ define the marginal contribution of each sectorial/regional quota into a joint constraint described by vector $d \geq 0$.

Thus, each sector/region k maximizes its objective function (1) by choosing $x^{(k)}$ and $y^{(k)}$ from the feasible set defined by (2), (3), so that (4) and (5) are also fulfilled.

The joint constraint (5) may be either binding or not. It may happen so that for a given y the sectorially/regionally optimal solutions $x_*^{(k)}$ to problem (1)-(4) generate the resource demand $y_*^{(k)} = B^{(k)}x_*^{(k)}$, such that (5) holds. In that case, the sectors/regions are actually not interlinked and decisions, optimal for each sector are also optimal for the entire system.

In what follows we are interested in the opposite case, when constraints (5) are binding, i.e., when for the optimal sectorial/regional solutions constraints (5) do not hold. This means that sectors cannot achieve their optimum simultaneously and at least one of them has to sacrifice a part of its utility (i.e., accept lower profits/higher costs) in order to satisfy the joint constraints (5).

3. A CONSISTENT ITERATIVE PROCEDURE FOR LINKING MODELS OPTIMIZING OVERALL WELFARE FUNCTION

3.1. Welfare maximization under asymmetric information.

Note that, when feasible, “hard” integration of models would be a straightforward way to link sectorial models together. It would imply joining their objective functions with some weights w_k , $w_k > 0$,

$\sum_{k=1}^K w_k = 1$, into one welfare function solving for the Pareto optimum in the following problem:

$$\sum_{k=1}^K w_k (c^{(k)}, x^{(k)}) \rightarrow \max, \quad (6)$$

subject to (2)-(5). By asymmetric information of sectors/regions we mean that a sector/region k does not know $c^{(l)}$, $A^{(l)}$, $B^{(l)}$, $x^{(l)}$ of other sectors/regions $l \neq k$. There is however a central hub (regulator) who knows $D^{(k)}$ and d . We also assume that there is a network of computers connecting the central computer of each sector/region with the central computer of the hub.

In this section, we suggest a consistent algorithm for iteratively linking sectorial or regional models under asymmetric information, for which convergence is established in Section 4. It is important to note that the cyclic coordinate-wise optimization method does not converge if the objective function is non-differentiable continuously (see e.g. Ermoliev, 2009 a,b,c,d on SQG methods) hence the direct/naïve linkage will not work.

A core part of the algorithm is a central hub computer that recalculates the resource quotas y by shifting their current approximation in the direction defined by the corresponding vectors of dual variables (shadow prices of resources) from the primal optimization problems. These quotas are received by sectorial/regional computers enabling parallel computations of solutions and fast adjustments of vector y . Ermoliev (1980) initially introduced the idea of this algorithm and current computer capacities enable its implementation to large-scale models used to support decisions.

Consider the main implicit maximization problem. For a given vector $y = (y^{(1)}, \dots, y^{(K)})$ let us denote the optimal value of function (6) under constraints (2)-(4) by $F(y)$, in other words, in this function $x^{(k)}(y)$ are optimal solutions to (1) under (2)-(4) ignoring joint constraints (5). Therefore,

$$F(y) = \sum_{k=1}^K f^{(k)}(y),$$

where $f^{(k)}(y) = w_k(c^{(k)}, x^{(k)}(y))$ are concave non-differentiable (continuously) or non-smooth functions for given weights w_k (Proposition 1, a), b)).

The algorithm defines a rule for adjusting y towards an optimal y^* that maximizes function $F(y)$ under the joint constraints (5) defining the feasible set Y .

3.2. Non-smooth linkage method.

Consider an arbitrary feasible solution $y^s = (y^{s(1)}, \dots, y^{s(K)})$ for iteration $s = 1, 2, \dots$ of the algorithm. For given quotas $y^s = (y^{s(1)}, \dots, y^{s(K)})$, independently and in parallel, computers of sectors/regions solve primal models (1)-(4) and obtain primal solutions $x^{s(k)} = x^{s(k)}(y^s)$ together with the corresponding shadow prices of resources, that is, solutions $(u^{s(k)}, v^{s(k)})$ of the dual problems

$$\langle b^{(k)}, u^{s(k)} \rangle + \langle y^{s(k)}, v^{s(k)} \rangle \rightarrow \min \quad (7)$$

$$A^{(k)}u^{s(k)} + B^{(k)}v^{s(k)} \geq w_k c^{(k)} \quad (8)$$

$$u^{s(k)} \geq 0, v^{s(k)} \geq 0 \quad (9)$$

$k = 1, 2, \dots, K$, where vectors $v^{s(k)}$ are the driving force of algorithm (10).

The next approximation of quotas $y^{s+1} = (y^{s+1(1)}, \dots, y^{s+1(K)})$ is derived by the computer of the central hub by shifting y^s in the direction of vector $v^s = (v^{s(1)}, \dots, v^{s(K)})$, that is, optimal dual variables (shadow prices) corresponding to constraints (4). Hence, we have iterative procedure defining in a sense the artificial “intellect” of the designed solution system:

$$y^{s+1} = \pi_Y(y^s + \rho_s v^s), \quad (10)$$

where ρ_s is an iteration-dependent multiplier, which is a method’s parameter, and $\pi_Y(\cdot)$ is the orthogonal projection operator onto set Y (see also Remark 1, Section 3.3). Vector v^s defines sub-gradient of the continuously non-differentiable function $F(x)$. This and the convergence of solutions y^s to an optimal solution of the linkage problem (2)-(6) as $s \rightarrow \infty$ is analyzed in Section 4. Wang and Xiu (2000) developed the convergence theory of the gradient projection method only for a continuously differentiable function, where the step-size ρ_s is defined depending on improvements of the objective function. However, in our case with non-differentiable functions it is not possible. In this case, the step-size ρ_s is chosen from rather general and natural requirements: $\rho_s \geq 0$, $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_s = \infty$, because generalized gradients are not the increasing directions of functions.

Although the standard sub-gradient projection method converges without condition $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_s^2 < \infty$, the proposed linkage algorithm for problems under asymmetric information (10) requires this additional condition to enable the convergence of not only function $F(y^s)$, but also solutions y^s . This allows us to propose a simple stopping criterion enabling the independent optimization of interdependent sectors by (10).

3.3. Algorithm and its generalization

The basic linkage algorithm with more details including stopping criteria is summarized as follows:

Step 0: Initialization. Sector k , $k = 1, \dots, K$, chooses initial vectors $y^{0(k)}$ of quotas and submits it to the central computer (hub). The computer projects $y^0 = (y^{0(1)}, \dots, y^{0(K)})$ onto the set Y defining a first feasible approximation $y^1 = (y^{1(1)}, \dots, y^{1(K)})$; set $s = 1$

Step 1: Generic step. Suppose by the beginning of iteration s the algorithm arrived at vector $y^s = (y^{s(1)}, \dots, y^{s(K)})$. Then on iteration s the algorithm proceeds as follows.

Step 2: All sectors/regions k receive $y^{s(k)}$ and solve sectorial models (1)-(4) independently. Shadow prices $v^{s(k)}$ of common resources are submitted to the central computer.

Step 3: The central computer calculates $y^s + \rho_s v^s$ with a step-size $\rho_s = c_s / s$, where c_s is a scaling parameter, $\underline{c} \leq c_s \leq \bar{c}$ for some constants \underline{c} , \bar{c} , which regulate ρ_s so that the product $\rho_s v^s$ corresponds to the scale of y^s . Vector $y^s + \rho_s v^s$ is projected onto the set Y and defines y^{s+1} . Sectors receive corresponding components of y^{s+1} .

Step 4: All sectors independently check stopping criteria. Sector k calculates non-negative difference $\varepsilon_k(s) = (b^{(k)}, u^{s(k)}(y^s)) + (y^{s(k)}, v^{s(k)}(y^s)) - w_k(c^{(k)}, x^{s(k)}(y^s))$ and submits values $\varepsilon_k(s)$ to the central computer of the common hub.

If $\sum_k \varepsilon_k(s) \leq \varepsilon \geq 0$, where ε is an admissible accuracy, then stop. Otherwise, continue with increments of 1 and return to step 1.

Section 4 shows that the independent functioning of sectors/regions according to this algorithm is possible without revealing sectorial information due to requirement $\sum_s \rho_s^2 < \infty$.

Remark 1 (Computing the projection)

The orthogonal projection y^{s+1} of vector $\bar{y}^s = y^s + \rho_s v^s$ onto Y is calculated by means of a fast algorithm minimizing the quadratic function $\|\bar{y}^s - y\|^2 = \sum_{k=1}^K \|y^{s(k)} - y^{(k)}\|^2$, subject to joint constraints (5). This minimization can be done within a finite number of steps by using LP-transformations of quadratic optimization problems based on optimality equations. Because $y^s \in Y$, then projections y^{s+1} of vector $y^s + \rho_s v^s$, $s = 1, 2, \dots$, is very fast by minimizing $\|y^s + \rho_s v^s - y\|^2$ due to $\rho_s v^s \rightarrow 0$, as vectors v^s are bounded optimal dual solutions (Proposition 1, a) and if y^s is taken as an initial approximation for y^{s+1} .

Remark 2 (Mixed constraints)

Joint resource constraints of type (5) can be imposed by an external agency or can be jointly agreed upon by the participating sectors/regions. Sectors/regions may be subsidized or taxed to achieve certain levels of production – say to ensure a secure level of pollution in a common body of water. Such decisions affect not only vectors x of sectorial models (1)-(4), but also vector y of resource constraints (5). In this case, joint sectorial constraints (5) may have the following mixed form involving both $x^{(k)}$ and $y^{(k)}$ under a vector of common resources δ :

$$\sum_{k=1}^K M^{(k)} x^{(k)} + \sum_{k=1}^K D^{(k)} y^{(k)} \leq \delta \quad (11)$$

where matrices $D^{(k)}$ define the marginal contribution of each $x^{(k)}$ into the constraint δ and also generate additional asymmetric information regarding common resources y .

Yet, problem (1)-(4), (11) can be transformed into a problem that has the same structure as (1)-(5) with separate constraints on common resources as follows:

Let us introduce vectors $z^{(k)}$ such that $M^{(k)} x^{(k)} \leq z^{(k)}$, $k = 1, \dots, K$, and rewrite (11) as

$$\sum_{k=1}^K D^{(k)} y^{(k)} \leq \delta - \sum_{k=1}^K z^{(k)}, \quad \sum_{k=1}^K z^{(k)} \leq \delta.$$

After an appropriate re-notation, we indeed arrive at the problem of the form (1)-(5).

4. PROPERTIES OF THE ALGORITHM

In this section, we justify the convergence of the proposed linkage method (10). We rely on its connections with the duality theory and the theory of (continuously) non-differentiable optimization.

The following is important for our approach proposition, and is derived from the known facts of duality theory. For example, the concavity of $F(y)$ and the importance of non-differentiable optimization follows from Proposition 1 (a). The verification of the stopping criteria in section 3.3. follows from the convergence of $\{y^s\}$ to a point of Y^* due to the theorem of this section.

Consider the sectorial/regional model k defined by equations (1)-(4) for a given feasible y satisfying the constraints of (5). The duality relations are usually

established by using the Lagrangian function (see Arrow, et al., 1958; Bertsecas, 1999) as follows:

$$L_k(x^{(k)}, y^{(k)}, u, v) = w_k(c^{(k)}, x^{(k)}) + (u^{(k)}, b^{(k)} - A^{(k)}x^{(k)}) + (v^{(k)}, y^{(k)} - B^{(k)}x^{(k)}),$$

where u and v are dual variables.

Proposition 1 (Duality relations)

Assume there exist solutions $x^{(k)}(y)$ of all K sectorial/regional models. Then:

a). Each Lagrangian function L_k , $k = 1, \dots, K$, has a saddle point $(x^{(k)}(y), u^{(k)}(y), v^{(k)}(y))$:

$$\min_{u, v \geq 0} L_k(x^{(k)}(y), y, u, v) = L_k(x^{(k)}(y), y, u^{(k)}(y), v^{(k)}(y)) = \max_{x \geq 0} L_k(x, y, u^{(k)}(y), v^{(k)}(y));$$

$$L_k(x^{(k)}(y), y, u^{(k)}(y), v^{(k)}(y)) = w_k(c^{(k)}, x^{(k)}(y)) = f^{(k)}(y), \quad (12)$$

$$(u^{(k)}(y), b^{(k)} - A^{(k)}x^{(k)}(y)) + (v^{(k)}, y - B^{(k)}x^{(k)}(y)) = 0.$$

Because $L_k(x^{(k)}, y, u^{(k)}(y), v^{(k)}(y))$ for fixed y is jointly concave in $(x^{(k)}, y)$, then after maximizing with respect to $x^{(k)}$, the resulting optimal value (12) $L_k(x^{(k)}(y), y, u^{(k)}(y), v^{(k)}(y)) = f^{(k)}(y)$ remains concave in y .

Hence, $f^{(k)}(y)$, $F(y) = \sum_{k=1}^K f^{(k)}(x^{(k)})$ are concave functions.

The following facts b) and c) justify the stopping criterion of the linkage algorithm (section 3.3.).

b). The dual minimax problem $\min_{u, v \geq 0} \max_{x \geq 0} L_k(x, y, u, v)$ is equivalent to the LP-problem (7)-(9).

The primal LP-model (1)-(4) is equivalent to the maximin problem, that is, maximizing the non-differentiable function in general: $\min_{u, v \geq 0} L_k(x, y, u, v)$.

c). The dual problem has a solution $(u(y), v(y))$ and these solutions satisfy the following equality:

$$f^{(k)}(y) = w_k(c^{(k)}, x(y)) = (b^{(k)}, u(y)) + (y, v(y)).$$

The following fact (Ermoliev, 1976; Rockafeller, 1981) is fundamental for solving the linkage problem through maximizing non-differentiable function $F(y)$ by method (10).

Proposition 2 (Sub-gradient)

Assume there exist solutions $x^{(k)}(y)$ of all K sectorial models. Then for any feasible solution z and y ,

$$f^{(k)}(y) - f^{(k)}(z) \geq (v^{(k)}(y), y - z),$$

that is, $v^{(k)}(y)$ is a sub-gradient of the concave function $f^{(k)}(y)$.

Proof: From Proposition 1 it follows that

$$\begin{aligned} f^{(k)}(y) - f^{(k)}(z) &= (b^{(k)}, u^{(k)}(y)) + (y, v^{(k)}(y)) - (b^{(k)}, u^{(k)}(z)) - (z^{(k)}, v^{(k)}(z)) \\ &\geq (b^{(k)}, u^{(k)}(y)) + (y, v^{(k)}(y)) - (b^{(k)}, u^{(k)}(y)) - (z^{(k)}, v^{(k)}(y)) \\ &= (v^{(k)}(y), y - z). \end{aligned}$$

Corollary: Vector $v(y) = (v^{(1)}(y), \dots, v^{(K)}(y))$ is a sub-gradient of function

$$F(y) = \sum_{k=1}^K f^{(k)}(y), \quad F_y(y) = v(y), \quad \text{that is, } F(y) - F(z) \geq (v(y), y - z).$$

Therefore, the procedure (10) is a specific sub-gradient method for maximizing the (continuously) non-differentiable concave function $F(y)$.

Let us now show that y^s converges to an optimal solution y^* , maximizing $F(y)$ subject to joint constraints (5).

Theorem (Non-monotonic convergence)

- (a). The feasible set Y is bounded;
- (b). Step size ρ_s satisfies the conditions:

$$\rho_s \geq 0, \quad \sum_{s=1}^{\infty} \rho_s = \infty, \quad \sum_{s=1}^{\infty} \rho_s^2 < \infty, \quad \text{say } \rho_s = 1/s.$$

Then $\lim y^s \in Y^*$ for $s \rightarrow \infty$.

Proof: The property of the projection $\pi_Y(\cdot)$ yields for any optimal $y^* \in Y$:

$$\begin{aligned} \|y^* - y^{s+1}\|^2 &\leq \|y^* - y^s - \rho_s v^s\|^2 \leq \|y^* - y^s\|^2 - 2\rho_s (v^s, y^* - y^s) \\ &\quad + \rho_s^2 \|v^s\|^2 \leq \|y^* - y^s\|^2 + C\rho_s^2, \end{aligned}$$

where $0 \leq F(y^*) - F(y) \leq (v^s, y^* - y^s)$, because v^s is a generalized gradient of $F(y)$ at $y = y^s$ (Proposition 2).

Also, $\|v^s\|^2 < C < \infty$, where $C > 0$, is a positive constant because solutions $x^k(y^s)$ of primal and solutions $(u^k(y^s), v^k(y^s))$ of dual sectorial/regional models are bounded, as the feasible set Y is bounded by our assumptions.

The sequence $\left\{ \|y^* - y^s\|^2 \right\}$ satisfying equations $\|y^* - y^{s+1}\|^2 \leq \|y^* - y^s\|^2 + C\rho_s^2, \sum_{s=1}^{\infty} \rho_s^2 < \infty$ for all $y^* \in Y^*$ converges for $s \rightarrow \infty$ because the sequence $\tau_s = \|y^* - y^s\|^2 + C\sum_{t=s}^{\infty} \rho_t^2$ is monotonic, $\tau_{s+1} \leq \tau_s$ and $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_s^2 < \infty$. Therefore, all accumulation points of $\{y^s\}$ are on the sphere of the radius $\lim \|y^* - y^s\|$. Hence, if we now show that one of the limit (accumulation) points of $\{y^s\}$ belongs to Y^* , then from this assertion would follow the convergence of $\{y^s\}$ to a point of Y^* .

Consider again the inequality

$$\|y^* - y^{s+1}\|^2 \leq \|y^* - y^1\|^2 - 2\sum_{t=1}^s \rho_t (v^t, y^* - y^t) + C\sum_{t=1}^s \rho_t^2.$$

Due to the inequality $F(y^*) - F(y^t) \geq (v^t, y^* - y^t)$ following from the definition of a generalized gradient $v^s = (v^{s(1)}, \dots, v^{s(K)})$, we have

$$\|y^* - y^{s+1}\|^2 \leq \|y^* - y^1\|^2 - 2\sum_{t=1}^s \rho_t (F(y^*) - F(y^t)) + C\sum_{t=1}^s \rho_t^2.$$

Therefore, $\sum_{t=1}^{\infty} \rho_t (F(y^*) - F(y^t)) < \infty$. Since $\sum_{t=1}^{\infty} \rho_t = \infty$ and $F(y^*) - F(y^t) \geq 0$, then there exists a subsequence y^{t_s} such that $F(y^*) - F(y^{t_s}) \rightarrow 0$, for $s \rightarrow \infty$. Therefore $\{y^s\}$ converges and the proof is completed.

Remark 3. The following sequence of ρ_s for example, satisfies the conditions of the theorem: $\rho_s = \gamma_s / s$, $0 \leq \underline{\gamma} \leq \gamma_s \leq \bar{\gamma} < \infty$ for some positive constants $\underline{\gamma}$ and $\bar{\gamma}$.

5. EXAMPLE OF LINKING UNDER THE FOOD-ENERGY-WATER-ENVIRONMENT NEXUS IN CHINA

In this section, we demonstrate an application of the developed iterative linkage procedure in the case study linking the coal and agricultural sectorial models used to define optimal management strategies in the water-scarce Shanxi province in China (Gao et al., 2018).

In short, the model can be summarized as follows. The model accounts for various coal mining, processing and conversion technologies, as well as for various types of crops in a number of locations within the region under

investigation. Coal and agricultural production are restricted by the availability of natural resources, most notably, water and land. Coal-based industries – mining, washing, chemical production, and power generation – are all extremely water-intensive. What makes the competition for water even worse is a huge mismatch between water resources and coal reserves – 53% of China’s coal reserves are located in water scarce regions, while 30% are in water stressed regions – and Shanxi is one of them. Water supply to agriculture is also very important as it can significantly improve rural developments and maintain food security by ensuring basic grain sufficiency.

Thus, this model addresses the problem of planning sustainable energy and agricultural sectors under water and land scarcity, as well as energy and food security goals in an integrated way. If water and land quotas to sectors are calculated in an independent way, this may lead to the violation of sustainability constraints.

In addition, the model also addresses linking across locations. Shanxi region consists of 11 municipalities, which means that a decision maker has an opportunity to utilize the cost differential between them when planning production to meet the total demand from the entire province.

Here we present the key results of numerical calculations demonstrating a fast convergence of the approximate solutions y^s to the optimal solutions of the welfare maximization problem.

Remark 4 (Computational stability). A fast convergence of the linkage algorithm based on the generalized sub-gradient method of non-differentiable optimization is observed and justified theoretically when optimal solutions are points of the non-differentiability. This is due to a fundamental difference between the case of continuously differentiable and non-differentiable functions, because generalized gradients (sub-gradients) do not approach zero at optimal solutions. For example, the minimization of one-dimensional function $F(y) = |y|$ has the solution $y^* = 0$ and sub-gradients equal +1 for $y > 0$ and -1 for $y < 0$. This type of non-smooth criterion function is used in robust statistics. The robustness of these types of methods with respect to random disturbances is used in stochastic optimization (Ermoliev, 2009a,b,c,d).

Table 1 presents the comparison of the optimal utility values between separately optimized models and overall welfare optimization. When sectorial models are solved separately, no joint constraints (5) are imposed, which allows the agriculture and coal sectors to gain about 15% and 36% of their utility, respectively. However, joint systemic constraints (5) are

violated. In practice, this can lead to a shortage of water for one of the sectors and to a systemic failure. Under joint constraints, i.e. when models are hard-linked and/or when they are linked via a central “hub” thus ensuring systemic security, the total gains of feasible optimal solutions, that is, the net profits of sectors, can be lower. Numerical calculations by method (10) allow for fast identification of the most critical parts of the optimal solutions responsible for systemic stability and efficiency. The calculations also easily illustrate the value of mathematical models vs. simple calculations of “intuitively evident” direct net profits that ignore indirect systemic gains and losses, which may dramatically affect final conclusions and policies. For example, the lack of a bridge or a sectorial link connecting otherwise disconnected sectors/regions can cause losses that are incomparable with the direct cost of the bridge. This kind of systemic interdependencies are addressed by the proposed approach.

Figure 1 presents the values of the overall welfare function in each iteration of the algorithm for three different initial approximations, i.e. initial allocation of water and land quotas between two sectors. In all three cases the iterative process converges rather quickly, that is, in the sixth iteration the optimal value is practically reached. After the tenth iteration, the accuracy becomes 0.6%.

Table 1

Exact and iterative comparison of the optimal utility values between separately optimized models and overall welfare optimization.

Model	Net profit, Total , bln. CNY	Net profit, Agriculture , bln. CNY	Net profit, Coal , bln. CNY
Two separate sectorial optimizations (no joint constraints)	264.2	17.7	246.5
Welfare optimizing (hard-linked)	196.3	15.4	181.0
Linked via a central “hub”	195.4	15.5	180.0

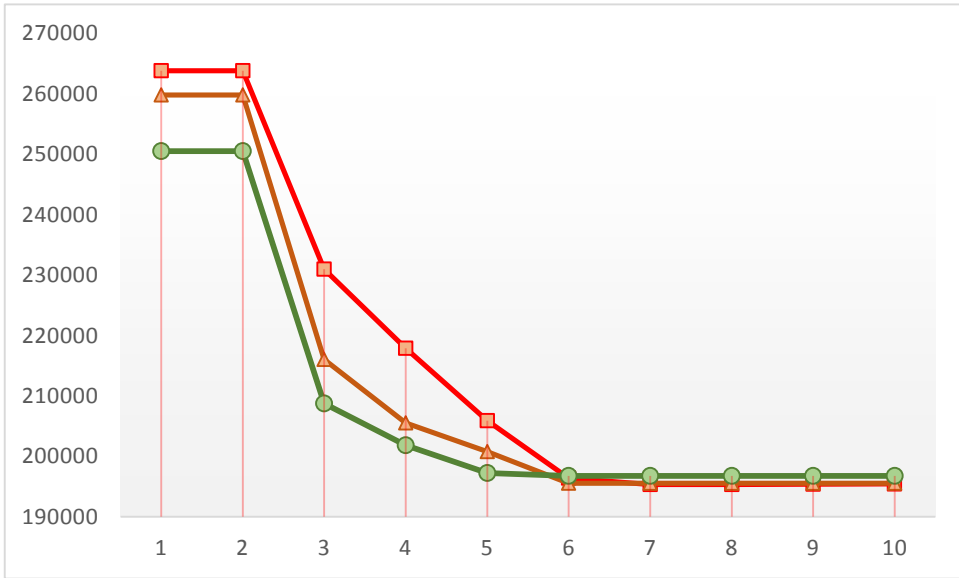


Fig. 1: Convergence (in terms of the utility value) of the iterative procedure to the exact solution of the overall welfare maximization problem. On the vertical axes are the total net profits while method iterations appear on the horizontal axis. The three curves correspond to different initial conditions.

An essential factor affecting the convergence speed is of course the choice of the step-size ρ_s . A general rule is that the scale of the product $\rho_s v^s$ must correspond to the scale of the solutions y^s .

6. CONCLUDING REMARKS

This paper presented two novel results. First, it is the algorithm – or a model-based negotiation process – that allows the hub (central authority, principal agent), who pursues the maximization of public welfare, to distribute limiting resources between several actors without knowing the details of the internal structure of these actors and requiring only the shadow prices for the individual resource bounds. More specifically, this method links different linear optimization models into one system model without re-coding the sub-models into a single integrated model. Second, it is the illustrative demonstration of the algorithm for a case study in China.

While in this paper, we meant linking regional and/or sectorial models when referring to model linkage, more generally, linking models may refer to different local-global scales. Therefore, the linkage problem can also be formulated much more generally in terms of sub-models and integrated

models and the approach presented in this paper can still be applicable. Remark 2 illustrates this in more detail.

The linkage of models is, in a sense, opposite to decomposition methods (e.g., Dantzig and Wolf, 1960; Bertsekas, 1999; Kim and Nazareth, 1991). While in the decomposition we split an existing integrated optimization model into a number of smaller sub-models, in the linkage we obtain an integrated model of the system by linking existing explicitly unknown sub-models. Remark 2, Section 3.3, also demonstrates that the proposed methodology has a fundamentally new type of flexibility enabling the simultaneous use of linkage and decomposition procedures, in other words, endogenously disaggregating models to make their further integration more efficient.

The proposed computational algorithm is based on sub-gradient methods invented for the optimization of non-smooth systems, which may be subject to shocks and discontinuities. Therefore, these methods will be naturally developed further for linking stochastic models with known marginal distributions of sectorial uncertainties, into cross-sectorial integrated models with joint distributions of collective systemic risks induced by sectorial uncertainties and decisions maximizing a stochastic version of the function (6).

It is worth noting that we can also carry out the linkage of dynamic systems using the same equations (1)-(5) with vectors $x^{(k)} = (x^{(k)}(1), \dots, x^{(k)}(T))$, $y^{(k)} = (y^{(k)}(1), \dots, y^{(k)}(T))$ characterizing decisions and quotas of sectors $k = 1, \dots, N$ at time $t = 1, \dots, T$. Additional complications arise in the situation when vectors $x^{(k)}(t)$ have two components $x^{(k)}(t) = (z^{(k)}(t), u^{(k)}(t))$ representing the state variables $z^{(k)}(t)$ and the control variables $u^{(k)}(t)$. In this case, the saddle points in duality relations (Proposition 1) may have the form of discrete (in time) Pontryagin Maximum Principle. This enables the decomposition of the dynamic optimization model over interval $[1, T]$ into independent sub-problems for each $t = 1, \dots, T$, which can be solved by the proposed algorithm as indicated in Remark 2.

Another fundamentally important possible extension of the presented method is the case of stochastic sectorial/regional models in which the distribution of uncertainties are shaped by the decisions of various agents. The mitigation of floods by new land use decisions, for example, affect flood scenarios. As a rule, this makes it impossible to separate scenario generations and optimization procedures. This calls for linking both

simulation and optimization procedures in a similar manner to algorithm (10), thus combining simulations of scenarios with optimization steps.

Acknowledgements

The development of linkage algorithms and case studies is supported by EU projects COACCH (776479) and SUSFANS (633692) and joint project between IIASA and National Academy of Sciences (Ukraine) on “Integrated robust management of food-energy-water-land use nexus for sustainable development”.

REFERENCES

- Abrar, M. (2016). Power cut off and power blackout in India a major threat – *An overview. Int. Journal of Advancements in Research and Technology*, 5(7), 8-15.
- Arrow, K.J., Hurwicz, Uzawa, H. (Eds., 1958). *Studies in linear and nonlinear programming*. Stanford, CA: Stanford University Press.
- Bertsekas, D. (1999). *Nonlinear programming*. Atlanta Scientific.
- Böhringer C., Rutherford T.F. (2009). Integrated assessment of energy policies: Decomposing top-down and bottom-up. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33 (9), 1648–1661.
- Dantzig G.B., Wolfe P. (1960). The decomposition principle for linear programming. *Econometrica*, 29, 767-778.
- Dempster, M.A.H., Thompson, R.T. (1998). Parallelization and aggregation of nested Benders decomposition. *Annal of Operations Research* 81, 163-187
- Ermoliev Y. (1976). *Models and methods of stochastic programming*. Moscow: Nauka (in Russian).
- Ermoliev Y. (1980). Some problems of linkage systems. IIASA Working Paper WP-80-102. Int. Institute for Applied Systems Analysis (IIASA), Laxenburg, Austria.
- Ermoliev Y., Norkin V. (1997). [On nonsmooth and discontinuous problems of stochastic systems optimization. European Journal of Operational Research](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00395-5) 101 (2), 230-244. DOI:[10.1016/S0377-2217\(96\)00395-5](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00395-5).
- Ermoliev Y. (2009a). Stochastic quasigradient methods in minimax problems. In *Encyclopedia of Optimization*, C.A. Floudas, P.M. Pardalos (eds). Springer-Verlag, New York, USA pp. 3813-3818
- Ermoliev Y. (2009b). Two-stage stochastic programming: Quasigradient method. In *Encyclopedia of Optimization*, C.A. Floudas, P.M. Pardalos (eds). Springer-Verlag, New York, USA pp. 3955-3959

- Ermoliev Y. (2009c). Stochastic quasigradient methods: Applications . In Encyclopedia of Optimization, C.A. Floudas, P.M. Pardalos (eds). Springer-Verlag, New York, USA pp. 3807-3813
- Ermoliev Y. (2009d). Stochastic quasigradient methods . In Encyclopedia of Optimization, C.A. Floudas, P.M. Pardalos (eds). Springer-Verlag, New York, USA pp. 3801-3807
- Ermoliev Y., Ermolieva, T., MacDonald, G., Norkin, V.(2000). Stochastic Optimization of Insurance Portfolios for Managing Exposure to Catastrophic Risks. *Annals of Operations Research*, 99, 207-225.
- Ermoliev Y., von Winterfeldt D. (2012). Systemic risks and security management. In: Ermoliev Y., Makowski M., and Marti K. (Eds.). *Managing safety of heterogeneous systems: Decisions under uncertainty and risks. Lecture Notes in Econom. Math. Systems 658*. New York, Springer, 19-49.
- Gaivoronski A., Werner, A. (2012). Stochastic programming perspective on the agency problems under uncertainty. In: Ermoliev Y., Makowski M., and Marti K. (Eds.). *Managing safety of heterogeneous systems: Decisions under uncertainty and risks. Lecture Notes in Econom. Math. Systems 658*. New York, Springer, 133-160.
- Gao, J., Xu, X., Cao, G., Ermoliev, Y.M., Ermolieva, T.Y., Rovenskaya E.A. (2018). Optimizing regional food and energy production under limited water availability through integrated modeling. *Sustainability*, 10(6), 1689
- Harker P. T. (1991). Generalized Nash games and quasi-variational inequalities. *European Journal of Operational Research*, 54, 81-94.
- Kim K., Nazareth J.L. (1991). The decomposition principle and algorithms for linear programming. *Linear algebra and its applications*, 152, 119-133.
- Kostreva M.M., Ogryczak W., Wierzbicki A. (2004). Equitable aggregations and multiple criteria analysis. *European Journal of Operations Research*, 158, 362-367.
- Norkin, V. (1999). Reducing models of general economic equilibrium to optimization problems. *Cybernetics and Systems Analysis*, 35(5), 743-753.
- Ogryczak W. (2000). Multiple criteria linear programming model for portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 97, 143-162.
- Rockafeller, T. (1981). *The theory of subgradient and its application to problems of optimization: Convex and nonconvex functions*. Berlin: Helderman Verlag.
- Wang, C., Xiu, N. (2000). Convergence of the gradient projection method for generalized convex minimization. *Computational Optimization and Applications*, 16, 111-120.

DYNAMIC LINKAGE OF GLOBAL AND LOCAL LAND USE MODELS USING ROBUST CROSS-ENTROPY-BASED DOWNSCALING PROCEDURE UNDER UNCERTAINTIES IN PRIORS

T. Ermolieva¹, P. Havlik¹, A. Mosnier¹, H. Valin¹, M. Obersteiner¹,
S. Kyryzyuk², O. Borodina²

¹International Institute for Applied Systems Analysis, ²Institute of Economy and Forecasting of National Academy of Sciences of Ukraine

In this paper we discuss a dynamic robust cross-entropy-based downscaling model which facilitates to project future aggregate land use changes from GLOBIOM (Global Biosphere Management) model to finer resolutions. Traditional cross-entropy is based on a single prior distribution. However practical studies show that there can be major uncertainties related to the data incorporated in priors, therefore in this paper we develop a new general approach to achieve downscaling results robust with respect to a set of potential prior distributions reflecting non-Bayesian uncertainties, i.e., incomplete or not observable directly data. The proposed procedure allows incorporating data from satellite images, statistics, expert opinions, as well as data from global land use models. In case studies in China and Ukraine, the approach derives consistent results between large scale land use change and agricultural development processes and local dynamics.

Keywords: Global land use model, robust downscaling, dynamic model linkage, local land use projections

INTRODUCTION

The interdependencies between land use systems at national and international levels motivate the development of new approaches for integrating land use models at different scales, improving our understanding of the complex local-global interactions. In this paper we discuss linkage of models where aggregate global and regional land use projections computed by the Global Biosphere Management Model (GLOBIOM) (Havlik et al., 2011) are disaggregated using a detailed region-specific robust downscaling model. Parameters of the proposed dynamic land use downscaling model depend on solutions of GLOBIOM, what allows accounting for a vast

variety of land use change drivers, as well as population and economic development trends, policy relevant information, food, water, energy security concerns. In (Ermoliev et al., 2017) we provide basic arguments for developing downscaling procedures using cross-entropy principle.

GLOBIOM is a global recursive dynamic partial equilibrium model integrating the agricultural, bioenergy and forestry sectors with the aim to provide policy analysis on global and regional issues concerning land use competition and land use transformations caused by increasing demands for food, feed, and biofuels. GLOBIOM generates endogenous demand projections for different land uses within the available land resources depending on productivity of these resources, demand and prices for respective land use products accounting for potential export-import flows. As a result, GLOBIOM endogenously projects land demand and respective changes by regions and land use types. Therefore, the fusion of the GLOBIOM and the downscaling models enables to analyze a vast variety of global-local interdependencies.

Proposed approach was used at the International Institute of Systems Analysis (IIASA) and Institute of Economics and Forecasting, National Academy of Sciences, Ukraine, for downscaling projections derived by GLOBIOM for different socio-economic, technological, demographic and climatic scenarios (SSPs; Moss et al., 2010) at the level of major world regions and countries. In (Zhang et al., 2015; Borodina et al., 2016) it has been shown that GLOBIOM in combination with downscaling allows to analyze and plan local sustainable agricultural production. Traditional cross-entropy approach relies on a single prior distribution. In reality, priors can depend of various stochastic parameters such as e.g. yields, water availability, prices, CO₂ emissions, etc. Therefore, instead of a single prior as it is in traditional cross-entropy approach, there exist a set of feasible priors, and in this case the goal of downscaling is to derive local estimates utilizing information from all these priors. In section 4 robust downscaling approach is illustrated with an example of downscaling agricultural data for Ukraine to enable better harmonization and utilization of the data in national and regional models (Borodina et al., 2011). Section 5 summarizes conclusions from case studies.

2. A FRAGMENT OF A LAND USE DOWNSCALING MODEL

2.1. Traditional downscaling based on cross-entropy

Let us consider a fragment of the general downscaling model for the disaggregation of the total managed land. The available information can be summarized as follows. The estimate of the total land area a_j in a grid cell

j , $j = \overline{1, n}$, is available from land cover maps. The suitability assesment, as discussed in section 3, provides information on potential attainable yields y_{ij} of land use types i , $i = \overline{1, m}$, e.g., crop land, pastures, forest, etc., in different locations (grids) j . For example, geographically detailed information on bio-physical suitability and land productivity potentials for different crops can be derived by EPIC (Izaurrealde et al., 2006) or GAEZ models (Fischer et al., 2002).

A downscaling model seeks to find such estimates x_{ij} of land use area i in pixel j , which fulfill the main balance equations (1)-(2):

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_j, j = \overline{1, n} \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^m y_{ij} x_{ij} \leq d_i, i = \overline{1, m} \quad (2)$$

where decision variables x_{ij} and parameters a_j , y_{ij} , d_i are nonnegative. Equation (1) sets constraints on the total land in location j , while equation (2) imposes constraints on the total production d_i from land use i consistent with yields y_{ij} . Data or demand projections of d_i , e.g., grain or timber production, are either available from statistics or generated by an aggregate model similar to GLOBIOM.

By introducing new variable z_{ij} characterizing area shares (distribution) of land use i in grid cells j , i.e., $x_{ij} = a_j z_{ij}$, constraints (1), (2) can be rewritten as follows:

$$\sum_{i=1}^m z_{ij} = 1, j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} z_{ij} \leq d_i, i = \overline{1, m}, a_{ij} = a_j y_{ij} \quad (4)$$

This modification of constraints (1), (2) allows to use probabilistic arguments. There can be an infinite number of feasible solutions z_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, satisfying equations (3)-(4). Application of some additional principle is required to ensure the unique solution. A key idea here is to use some “a prior” knowledge about the likely distribution of z_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$. For example, intuition suggests that a prior distribution

can be based on the profitability, net revenue, or maximum net present value of the activity in each location. An a priori distribution can be calculated using available land use maps, climatic and biophysical conditions in locations, reflect demand and farming systems characteristics. For example,

a prior $q_{ij} = \frac{\alpha_{ij} P_i y_{ij}}{\sum_i \alpha_{ij} P_i y_{ij}}$, $\sum_j q_{ij} = 1$, provides an initial estimate of a land

use i area share in location j , where P_i is price for land use product i , y_{ij} is land use i yield in location j . In the absence of additional information, a prior can be a least informative uniform distribution (Wood et al., 2000) (however, the downscaling problem will still include constraints at all levels and from all sources). Therefore, the downscaling will revise the prior distribution towards fulfilment of all feasible constraints. Section 3 discusses other specific choices of priors. If a prior distribution $q_{ij} > 0$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, is available, then the minimum cross-entropy solution is derived minimizing the cross-entropy function

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n z_{ij} \ln \frac{z_{ij}}{q_{ij}}, \quad (5)$$

subject to (3), (4). Function (5) defines the important Kullback-Leibler distance (Kullback, 1959) between z_{ij} and q_{ij} , therefore, the minimum cross-entropy solution is the closest to the prior q_{ij} distribution z_{ij} under feasibility constraints (3), (4). Definitely, that besides minimizing (5) there exists a vast variety of other principles to single out a solution of equations (3)-(4). The following example illustrates that the cross-entropy minimization (5) can be viewed as a generalization of traditional statistical methods for cases when repetitive simulations are available instead of real observations, i.e., learning and updating from simulations.

2.2. Robust downscaling under uncertainty of priors

Let us consider again the basic downscaling model: minimize the cross-entropy function $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n z_{ij} \ln \frac{z_{ij}}{q_{ij}}$ under feasibility constraints $\sum_{i=1}^m z_{ij} = 1$,

$j = \overline{1, n}$, $\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} z_{ij} \leq d_i$, $i = \overline{1, m}$, where z_{ij} are positive variables and prior distributions q_{ij} are known exactly. In the following, the feasible set of this model is defined by Z . However practical case studies show that distributions q_{ij} depend on various “environmental” parameters which may

not be known exactly. Therefore in general instead of a uniquely defined prior q_{ij} there is a set Q of these distributions $q = \{q_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}\}$. The main problem is to find a solution of the model (3)-(5) that is, in a sense, robust with respect to all q from Q . Let us consider two important cases.

2.2.1. Compound prior distributions. There exists a finite set Q of possible priors $q^s = \{q_{ij}^s, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}, s = \overline{1, S}\}$, which defines a set of

cross-entropy functions $F^s(z) = \sum_i \sum_j z_{ij} \ln \frac{z_{ij}}{q_{ij}^s}$. For example, scenarios

$s = \overline{1, S}$ may correspond to some available observations and experts evaluations of parameters α_{ij} , P_i , y_{ij} defining the prior distributions discussed in section 2. Often scenarios $s = \overline{1, S}$ can be ranked by probability weights $\gamma_s > 0$, $\sum_s \gamma_s = 1$, indicating a degree of belief that s is the true scenario. In particular, under full uncertainty all scenarios are equally probable, i.e., $\gamma_s = 1/S$, $s = \overline{1, S}$. By using weights γ_s the problem is formulated as the standard model (3)-(5) with $q_{ij} = \sum_{s=1}^S \gamma_s q_{ij}^s$.

2.2.2. Robust non-Bayesian priors. Apart from known aggregate data given by the feasibility constraints (3), (4), the prior distribution $q = \{q_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}\}$ provides an important initial hypothesis about the desirable true distribution z_{ij} compatible with these constraints. For a finite set Q of prior distributions q^s , $s = \overline{1, S}$, the function $F(z) = \max_s \sum_{i,j} z_{ij} \ln(z_{ij} / q_{ij}^s) = \max_s \sum_{ij} z_{ij} \ln(z_{ij} / q_{ij}^s(z))$ defines a maximal Kulback-Leibler information distance (Kullback, 1959) to Q from a feasible distribution $z = \{z_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}\}$ satisfying the feasibility constraints, where $q(z)$ is the optimal prior distribution. Therefore, the minimization of $F(z)$ can be viewed as a non-Bayesian cross-entropy minimization with dependent on z prior $q(z)$. It is easy to see that the minimization of $F(z)$ is equivalent to the minimization of function

$$F(z) = \max_{\gamma} \sum_s \gamma_s \sum_{i,j} z_{ij} \ln(z_{ij} / q_{ij}^s), \sum_{s=1}^S \gamma_s = 1, \gamma_s \geq 0.$$

This reformulation allows to consider more general robust mixed cross-entropy minimization models using weights $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_S)$ satisfying some general constraints of the type $\gamma \in H$ reflecting available additional information about γ . Vector γ can be viewed as a probability distribution. For example, often we can say that the total weight for some subsets of scenarios s exceeds the total weight of some other subsets, say, $\gamma_s \geq \gamma_t$, $\gamma_s + \gamma_t \geq 1/2$ for given scenarios s and t . Then a rather general robust mixed cross-entropy minimization model is defined as minimization of the function

$$F(z) = \max_{\gamma \in H} \sum_{s=1}^S \gamma_s \sum_{i,j} z_{ij} \ln(z_{ij} / q_{ij}^s) = \sum_{ij} z_{ij} \ln z_{ij} - \min_{\gamma \in H} \sum_{s=1}^S \gamma_s (\sum_{ij} z_{ij} \ln q_{ij}^s), \quad (6)$$

where z belongs to a feasible set Z defined by constraints of type (3), (4). Function (6) is a linear in γ and a strongly convex in z , but unfortunately, it is not a convex function in both variables (z, γ) . Nevertheless, minimization of function (6) can be reformulated as a convex optimization problem. The main difficulties are overcome by using the dual model for internal minimization subproblem w.r.t. γ :

$$\min_{\gamma \in H} \sum_{s=1}^S \gamma_s (\sum_{ij} z_{ij} \ln q_{ij}^s) \quad (7)$$

for the simplicity of discussion let us assume that the set H is defined by linear constraints

$$\sum_{s=1}^S \beta_{ks} \gamma_s \geq \delta_k, \quad k = \overline{1, K} \quad (8)$$

for some given β_{ks} , δ_k . If we define for a fixed Z , $c_s := \sum_{ij} z_{ij} \ln q_{ij}^s$, then the minimization problem (7), (8) with respect to γ can be written as minimization of the linear (for a fixed z) function

$$\min_{\gamma \in H} \sum_{s=1}^S \gamma_s c_s, \quad c_s = \sum_{ij} z_{ij} \ln q_{ij}^s \quad (9)$$

subject to constraints (8). The dual model is defined as maximization of

$$\max_u \sum_{k=1}^K \delta_k u_k \quad \text{subject to} \quad \sum_{k=1}^K \beta_{ks} u_k \leq c_s \quad (10)$$

where $u = (u_1, \dots, u_K)$, $u_k \geq 0$, $k = \overline{1: K}$, are dual variables. Due to the duality theory, the minimization problem (8)-(9) is equivalent to

maximization problem (10). Therefore, the minimization of function (6) can be formulated as the minimization of function:

$$\sum_{ij} z_{ij} \ln z_{ij} - \max_u \sum_k \delta_k u_k$$

with respect to (z,u) , s.t.

$$\sum_k \beta_{ks} u_k \leq \sum_{ij} z_{ij} \ln q_{ij}^s, \quad s=1:S, \quad z \in Z \quad (11)$$

i.e., minimizing the function

$$\sum_{ij} z_{ij} \ln z_{ij} - \sum_k \delta_k u_k \quad (12)$$

with respect to (z,u) subject to constraints (11).

3. DYNAMIC FUSION OF LOCAL AND GLOBAL MODELS

In this section we discuss a rather general approach to a fusion of local and global models, e.g., GLOBIOM and a downscaling model of type (3)-(5), for deriving local values of land use and cover changes consistent with aggregate projections generated by GLOBIOM. GLOBIOM is a multi-regional recursive dynamic partial equilibrium model integrating agricultural, bioenergy and forestry sectors. In GLOBIOM, the land transformations are endogenously driven by the demand and prices for food, feed, biofuels. The main land cover classes distinguish crop land, grass land, forests (managed and nonmanaged), fast rotation forest plantations, natural land. When carrying out simulations over several periods, land transformations made in one period are consistently transferred into the next period by recursive dynamics. Area changes by different land uses are within the available land resources. Land use change options are limited by general constraints on conversion from one land use to another. Feasible land transformations are as follows. Crop land can be converted into grass land and planted forest; grass land – to crop land and planted forest; nonmanaged forest to managed forest; natural land to crop and grass land and to planted forest. Land use suitability considerations impose additional limiting conditions on land use change alternatives in each location.

The two models (GLOBIOM and the downscaling) rely on the same spatially explicit harmonized database (Skalsky' et al., 2008). The database comprises data and processes at the resolution of simulation units (SimUs) not necessary of geometric form homogeneous with respect to country of origin, land use, management, climate change data, administrative borders (municipalities, counties, etc.).

3.1. Cross-entropy-based dynamic procedure for downscaling land use changes from GLOBIOM.

We downscale GLOBIOM land use projections for major regions and countries calculated for the period from 2000 to 2100 with a time step of 10 years. Assume that A_{ir}^t denotes regional (or country) level area in land use i , region r , and time t , ΔA_{ijr}^t is area change from land use i to j , $i, j = \overline{1, n}$, $r = \overline{1: R}$, $t = \overline{1: T}$, $R = 30$. The land use transformations ΔA_{ijr}^t are endogenously calculated by GLOBIOM. They are dependent on demand, prices and export-import flows between regions, i.e., land use change in some region may be induced by increasing demand and strict biofuel targets in other regions. Land use area i , region r , and time t is calculated according to a recursive equation $A_{ir}^t = A_{ir}^{t-1} + \sum_j \Delta A_{ijr}^t - \sum_j \Delta A_{jir}^t$, where $\sum_j \Delta A_{ijr}^t$ is total area transformed from i to j and $\sum_j \Delta A_{jir}^t$ - from j to i , for all land use types $j \neq i$, $j = \overline{1, n}$. Constraint (6) on land use changes in region r is associated with the available land L_r :

$$\sum_{i=1}^m \left(A_{ir}^{t-1} + \sum_j \Delta A_{ijr}^t - \sum_j \Delta A_{jir}^t \right) \leq L_r \quad (13)$$

At the level of SimUs, the base year 2000, i.e. $t = 1$, estimates of areas A_{ilr}^t in different land uses i are available from GLC-2000 (Skalsky' et al., 2008). To derive future projections of A_{ilr}^t , $t > 1$, by SimU and region we need to disaggregate ΔA_{ijr}^t , i.e., find, similar to equations (3), (4), the transfer coefficients z_{ijlr}^t , $\sum_l z_{ijlr}^t = 1$, determining a fraction of aggregate area change ΔA_{ijr}^t , which transformed from land use type i into type j in SimU l , $l = \overline{1: m}$, for all $i, j = \overline{1, n}$, $r = \overline{1: R}$, $t = \overline{1: T}$. The following recursive land accounting equation tracks land use change dynamics by land use type i in SimU l , region r and $t > 1$:

$$A_{ilr}^t = A_{ilr}^{t-1} + \sum_j z_{ijlr}^t \Delta A_{ijr}^t - \sum_j z_{jilr}^t \Delta A_{jir}^t \quad (14)$$

where A_{ilr}^t denotes land area in land use type i , SimU l , region r and time t , $z_{ijlr}^t \Delta A_{ijr}^t$ is a portion of aggregate area change ΔA_{ijr}^t transformed from i to j and $z_{jilr}^t \Delta A_{jir}^t$ is a portion of aggregate area change ΔA_{jir}^t transformed from j to i for all $j \neq i$ at the level of SimU l , region r and time t . At the level of SimUs, the available land L_{lr} imposes a constraint on total land uses:

$$\sum_{i=1}^m A_{ilr}^t \leq L_{lr} \quad (15)$$

To calculate the unknown coefficients z_{ijlr}^t we formulate a problem similar to (3)-(5) in section 2: Find such z_{ijlr}^t that solve the following system of equations:

$$\sum_l z_{ijlr}^t = 1, z_{ijlr}^t \geq 0 \quad (16)$$

$$A_{ilr}^t = A_{ilr}^{t-1} + \sum_l z_{ijlr}^t \Delta A_{ijr}^t - \sum_l z_{jilr}^t \Delta A_{jir}^t \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^m A_{ilr}^t \leq L_{rl} \quad (18)$$

and minimize the cross-entropy function

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^m (z_{ijlr}^t \ln(z_{ijlr}^t / q_{ijlr}^t)) \quad (19)$$

where $q_{ijlr}^t > 0$, $\sum_l q_{ijlr}^t = 1$, are some prior distribution of z_{ijlr}^t .

4. NUMERICAL RESULTS

The methodology minimizing (19) under constraints (16)-(18) has been applied for downscaling GLOBIOM land use projections for all countries and 30 main world regions, from 2000 to 2100, with a time step of 10 years. Major regions and countries are Canada, Brazil, US, Former Soviet Union, China, Ukraine, etc. The downscaling does not intend to match the real world grid-by-grid. While in reality, land can be suboptimally allocated between land uses, the prior-based cross-entropy principle provides rich

insights into potential distributions of land activities based on location-specific suitability requirement and fulfilling all suitability and feasibility constraints of type (16)-(18). Also, the downscaling derives an informative picture of the likely land uses and land use changes at levels, which the available statistics cannot reveal. The grid-level results can be aggregated at a regional, district, watershed, river basin levels for the comparison with actual data and further analysis, as it is discussed in the following.

4.1. Case study of sustainable land use and water management in Heihe river basin.

The downscaled results have been validated in several regional case studies showing good agreement with local data and processes at different levels. For example in Heihe River Basin (Chen et al., 2005; Zhang et al., 2015), the land use changes computed by GLOBIOM were downscaled to SimUs and further - to a 1-km resolution grid covering the study area. The 1 km grid land use projections were used in SWAT (Neitsch et al., 2002) model investigating land use scenarios and transformations, which may exacerbate water uses in the region. The downscaling was performed for cropland, grassland, and unused land. Kappa statistics has been computed to compare the downscaled results with land cover maps provided by Heihe Data Research Group. The kappa coefficients showed good agreement of the downscaled estimates with the land use map of the Heihe River Basin. For example, cropland and unused area with kappa coefficients of 0.62 and 0.55, respectively, indicate that the downscaling produces realistic local land use projections. Lower accuracy kappa coefficient of 0.36 for grass land resulted from poor grass land data in GLC2000 land-cover map used in GLOBIOM. The fusion of the GLOBIOM and the downscaling models enables the analysis of a variety of global-local interactions, including those determined by plausible socio-economic, technological, and population trends summarized in the Shared Socio-economic Pathways (SSPs) scenarios. Thus in Heihe river basin, the fusion of GLOBIOM and the downscaling models allowed for the interface and analysis of the global and local processes driving environmental changes and exacerbating extensive water consumption by rapid expansion of irrigated agriculture in the case study region.

4.2. Robust downscaling for the analysis of geographically detailed agricultural land trends in Ukraine based on alternative land use maps.

The studies in China show that the quality of the downscaled results is determined by the information included in priors, in our case, by the underlying GLC2000 land use map. Although the knowledge about some of prior components can improve, the others will remain uncertain as, in

general, prior distributions depend on various “environmental parameters”, which can’t be known exactly. Therefore, instead of a single prior as in traditional cross-entropy, there exists a set of feasible priors, for example, currently there exist at least three alternative land use maps - GLC2000, MODIS2000, and GLOBCOVER2000. How to downscale the aggregate data so that the results make use of and are robust with respect to all prior distributions? The methodology addressing this question is summarized in section 2.2. The results of the robust downscaling are illustrated in the following with the geographically detailed analysis of the agricultural land allocation in Ukraine.

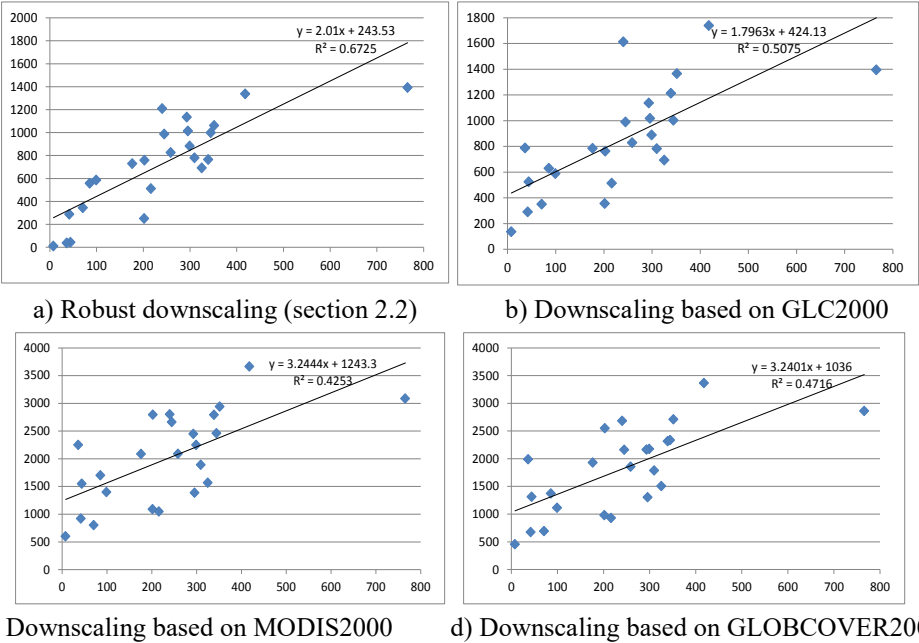


Fig.1. Correlation between the actual agricultural land data (agricultural land in the ownership of large farmers, aggregated from district to regional level) and the downscaled results (aggregated from SimUs to district and to regional levels).

For Ukraine, the GLOBIOM agricultural land use projections are consistent with historical tendencies. The discrepancies between the modeled and the actual data are due to various national agricultural policies and reforms (see discussion e.g. Zagorodny et al., 2014; Borodina et al., 2011; Golodnikov et al., 2013; Borodina et al., 2016; Ermoliev et al., 2017), which GLOBIOM can’t fully capture. National level projections of land uses were downscaled to SimUs and then aggregated at a district and at a regional levels to be used in national models for the analysis of sustainable agricultural developments and food-water-energy-environmental security in

Ukraine. The downscaling to SimUs was performed using priors based on alternative maps GLC2000, MODIS2000, and GLOBCOVER2000. Figure 1 displays the correlation between the actual and the downscaled data aggregated to regional level. The robust downscaling, panel (a), shows the best match with correlation coefficient 0.63. The downscaled results based on GLC2000, GLOBCOVER2000, and MODIS2000 show lower relation with the actual data with correlation coefficients 0.51, 0.47, and 0.43, respectively.

5. CONCLUDING REMARKS

The paper proposes a fusion of two models: a) GLOBIOM model, which allows the aggregate-level analysis of the land use changes and of the main land use change drivers including those determined by plausible socio-economic, technological, environmental, and population trends summarized in the Shared Socio-economic Pathways (SSPs) scenarios; and b) a cross-entropy-based dynamic recursive downscaling model, which can disaggregate GLOBIOM results to fine resolutions, such as simulation units or grids, for further elaboration of global-local interdependencies and local impacts induced by global changes. Priors of the proposed dynamic land use downscaling model depend on the input parameters and the solutions of GLOBIOM, what ensures the consistency across the two models in the sense of the used data as well as land use policies, such as e.g. food, water, energy security concerns. The procedure can be used for estimations of unknown, not observable, missing flows in various networks, e.g., export-imports between regions, passengers between locations, flows of pollutants between compartments, marginal land use changes. The initial distribution is being sequentially revised to account for additional information and all feasible constraints based on a Bayesian-type of revisions.

In section 4, the applications of the proposed models fusion in case studies show the importance of the models integration for the analysis of global-local interdependencies, modeling, and data harmonization. For example, the approach has been applied in Heihe river basin, China, to analyze the extent of potential cropland, grassland, and unused land transformations caused by increasing demands in China, primarily outside the case study region. The land use changes are expected to increase leading to extensive water consumption by irrigated agriculture in the case study region. The results have been validated with kappa coefficients showing good agreement with local data and trends at the resolution of a 1 km grid (see Zhang et al., 2015). The 1 km grid land use projections from GLOBIOM have been used in SWAT model for the analysis of sustainable

water use scenarios in the region. The case study concludes that the approach provides a satisfactory means for creating high-resolution land-use datasets. The proposed approach allows to identify missing or/and wrong data, both in global and in local datasets. Improving the data and the downscaling results a robust cross-entropy-based procedure, which accounts for potential data uncertainties and derives downscaled results robust with respect to a set of feasible priors. The approach is illustrated with a case study of agricultural land downscaling in Ukraine. By validating the robust downscaled results with respect to the known geographically distributed data we show that robust downscaling derives better results compared with traditional cross-entropy. As a general conclusion, we point out that the fusion of the aggregate and the local models allows to reveal plausible data at resolutions at which the data is not, or even cannot, be observable. The goal of the downscaling is not to reproduce the historical trends, but rather to investigate potential allocation optimal in the sense of various bio-physical, economical, and security constraints and balance equations.

REFERENCES

1. Borodina, O., Borodina, E., Ermolieva, T., Ermoliev, Y., Fischer, G., Makowski, M., van Velthuizen. Food security and socio-economic risks of agricultural production intensification in Ukraine: a model-based policy decision support. In: Marti, K., Ermoliev, Y., Makowski, M. (Eds.), *Coping with Uncertainty: Robust Solutions*. Springer Verlag, Berlin, 2011.
2. Borodina, E., Kyryziuk, S., Yarovy, V., Ermoliev, Y., Ermolieva, T. Modeling local land uses under the global change. *Economics and forecasting*, Institute of Economics and Forecasting, Nat Academy of Sciences Ukraine, 1, Jan-March, 2016.
3. Chen, Y., Zhang, D., Sun, Y., Liu, X., Wang, N., Savenije, H. H. G., 2005. Water demand management: a case study of the Heihe River Basin in China. *Phys. Chem. Earth, Pt. A/B/C* 30, 408-419.
4. Ermoliev, Y., Ermolieva, T., Havlik, P., Mosnier, A., Leclere, D., Fritz, S., Obersteiner, M., Kyryziuk, S., Borodina, E. Robust downscaling approaches to disaggregation of data and projections under uncertainties: case of land use and land cover change, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2017, 53(1).
5. Ermoliev Y., Ermolieva, T., Havlik, P., Mosnier, A., Leclere, D., Obersteiner, M., Kostyuchenko, Y., 2014. Estimating local-global dependencies of land use systems by downscaling from GLOBIOM model. Published by Committee for Systems Analysis and Presidium of National Academy of Sciences (Ukraine), National Member Organization of the International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA). ISBN 978-966-02-7376-4, Kyiv, pp. 228-240.

6. Fischer, G., van Velthuizen, H.T., Shah, M.M., and Nachtergaele F.O., 2002. Global Agro-ecological Assessment for Agriculture in the 21st Century: Methodology and Results. Research Report RR-02-02. International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria.
7. Foody, G. M., 2002. Status of land cover accuracy assessment. *Remote Sens. Environ.* 80, 185-201.
8. Golodnikov, A.N., Ermoliev, Y.M., Ermolieva, T.Y., Knopov, P.S. and Pepelyaev, V.A., 2013. Integrated modeling of food security management in Ukraine. Models for structural optimization of agricultural production under risk. *Cybernetics and Systems Analysis*, 49 (2). pp. 217-228.
9. Havlík, P., Schneider, U., Schmid, E., Böttcher, H., Fritz, S., Skalsky, R., Aoki, K., De Cara, S., Kindermann, G, Kraxner, F., Leduc, S., McCallum, I., Mosnier, A., Sauer, T., Obersteiner, M., 2011. Global land-use implications of first and second generation biofuel targets. *Energy policy*, 39: 5690–5702.
10. Izaurrealde, R.C., Williams, J.R., McGill, W.B., Rosenberg, N.J., Jakas, M.C.Q., 2006. Simulating soil C dynamics with EPIC: model description and testing against long-term data. *Ecological modeling*, 192: 362–384.
11. Moss, R., Edmonds, J., Hibbard, K., Manning, M., Rose, S., van Vuuren, D., Carter, T., Emori, S., Kainuma, M., Kram, T., Meehl, G., Mitchell, J., Nakicenovic N., Riahi, K., Smith, S., Stouffer R., Thomson A., Weyant J., and Wilbanks, T., 2010. The next generation of scenarios for climate change research and assessment. *Nature*, 463.
12. Neitsch, S.L., Arnold, J.G., Kiniry, J.R., Williams, J.R., King, K.W., 2002. Soil Water Assessment Tool Theoretical Documentation. <http://www.brc.tamus.edu/swat/downloads/doc/swat2000theory.pdf>.
13. Skalsky', R., Tarasovic'ova', Z., Balkovic', J., Schmid, E., Fuchs, M., Moltchanova, E., Kindermann, G. and Scholtz, P., 2008. Geo-bene global database for bio-physical modeling v. 1.0. Concepts, methodologies and data. Technical Report, IIASA, Laxenburg. Available from: [/http://www.geo-bene.eu/?q=node/1734S](http://www.geo-bene.eu/?q=node/1734S) (accessed 13.03.09).
14. Zagorodny, A.G., Ermoliev, Y.M., Bogdanov, V.L.), Published by Committee for Systems Analysis and Presidium of National Academy of Sciences, Ukraine – National Member Organization of the International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA). ISBN 978-966-02-7376-4, Kyiv, 2014.
15. Zhang, X., Ermolieva, T., Balkovic, J., Mosnier, A., Kraxner, F., Liu, J., 2015. Recursive cross-entropy model for spatially explicit future land uses: a case study of the Heihe River Basin. *J of Physics and Chemistry of the Earth*, accepted for publication.

**METHODOLOGY AND HIERARCHIC SYSTEM OF
MATHEMATICAL MODELS FOR FORECASTING
LONG-TERM NATIONAL ENERGY DEVELOPMENT
UNDER UNCERTAINTY**

M.M. Kulyk, S.V. Shulzhenko, T.P. Nechaeva, M.I. Kaplin,
I.Ch. Leshchenko

Institute of General Energy of National Academy of Sciences of Ukraine

In order to ensure the global sustainable development of the socio-economic sphere, the task of rational use of the planet's natural resource potential and significant reduction of man-made impact on ecological systems was formed and supported at the UN level in the second half of the twentieth century. The above requirements were clearly articulated in 2015 as the "UN Millennium Development Goals beyond 2015" for the first time explicitly defining the goals and principles of sustainable energy development, which in particular provide access to affordable and clean energy for all people (Sustainable Development Goal 7: Affordable and Clean Energy) [1]. At the national level, this problem can be solved only by ensuring the sustainable long-term energy development, which provides technical reliability, as well as economic and environmental effectiveness within the socio-economic system. The most state-of-the-art types of energy include, first and foremost, electricity produced by clean technologies, primarily from renewable energy sources, but today and in the near future, these technologies are not self-sufficient, in particular, due to the variability in electricity generation.

It is necessary to provide a coordinated internally consistent development of the national socio-economic sphere as a "closed" system, as well as take into account complex relationships with the outside world that are objectively caused by powerful globalization processes. This task requires at least the improvement of the relevant methodologies for developing long-term forecasts for large systems, which, in particular, include the national economy and energy as a separate independent system, which is the basic branch of the economy, as well as the basis of the modern social sphere.

Determining the directions of mutually agreed development of economy, social sphere and energy is a complex scientific and practical problem, an

example of which is the contradiction between the constant growth of global specific energy consumption per capita (Fig. 1) [2] and the simultaneous improvement of energy resources use by economy (Fig. 2) [3].

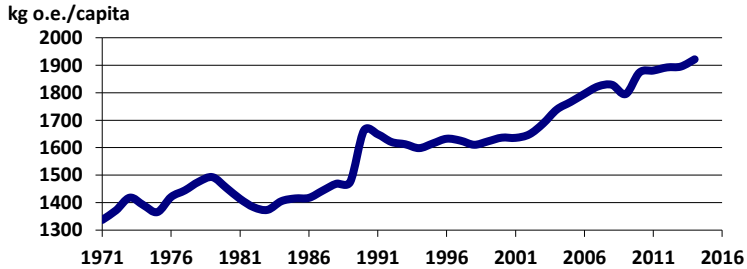


Fig. 1. Specific world energy consumption, kg of oil equivalent per capita

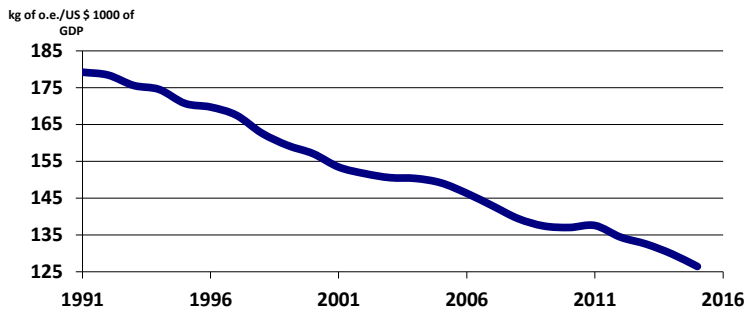


Fig. 2. Specific world energy consumption, kg of oil equivalent per US \$ 1000 of GDP in 2011 prices, according to purchasing parity

These Figures show that during the period 1991-2015, specific energy consumption per capita increased by 25%, while at the same time specific energy consumption per GDP (\$ 1000 in 2011 prices according to purchasing parity) decreased by 42%, which indicates that human energy needs are growing at a higher rate than energy efficiency improvement.

Harmonization of the processes of production, transformation, transportation and consumption of energy resources by socio-economic sphere requires consideration of a large amount of heterogeneous asymmetric information, which is used in mathematical models, which are considered in this paper. Mathematical models differ in methods of development (calculation, optimization, stochastic) and specificity of use (forecasting energy demand and resources, products, ensuring security of energy systems functioning, determining directions of long-term sustainable development of economy and energy). Coordination of such models with each other to find robust solutions for the harmonious development of all subsystems of socio-economic sphere, i.e. finding a good solution that does

not cause the stagnation of the development of any particular subsystem within the system as a whole, requires the development of such complex methodologies, methodological and mathematical models that are presented in this article. In order to improve the quality of the modeling process, in particular, to obtain robust solutions, sectoral models of the energy complex, as well as the models at the level of individual energy companies envisage the use of stochastic variables that are used to describe changes in external conditions. It is proposed to use models for cross-sectoral analysis developed by Leontief to explore the relationship between energy, the socio-economic sphere and the environment. Proposed system of mathematical models is conditionally divided into three hierarchical levels: macro-level models, sectoral models and models at the level of the energy enterprise, for example, a power plant.

DEVELOPMENT OF THEORY OF CROSS-SECTORAL BALANCE

Models, methods, and tools for cross-sectoral balance theory have evolved over almost a century, and are now widespread in all developed countries, international economic, financial, business, scientific organizations and structures. Such great popularity and attention to the apparatus of the cross-sectoral balance is caused by the fact that within the framework of one mathematical model it allows to predict the development of all sectors of the real economy, service sector and social sphere both at the national level and the level of interstate associations. This provides an opportunity to analyze a wide range of conditions and development factors, taking into account the interconnections and the impact among sectors and industries, providing globality, increased accuracy and sustainability of the obtained decisions.

The last five years at the Institute of General Energy of the NAS of Ukraine the central models of inter-sectoral balance (input-output, Leontief models) were specified and developed, which made it possible to significantly expand the possibility of forecasting economic and energy processes of national and planetary levels for the medium and long terms. The information base for the numerous mathematical models used in the study of a wide range of problems of intersectoral balance are the input-output statistical tables, the modern configuration of which are as follows

<i>L</i>			
x_{11}	x_{1j}	x_{1j}	x_{1n}
x_{i1}	x_{ij}	x_{ij}	x_{in}

;

<i>c</i>
c_1
c_i

;

<i>x</i>
x_1
x_i

,

x_{j1}	x_{ji}	x_{jj}	x_{jn}
x_{n1}	x_{ni}	x_{nj}	x_{nn}

c_j
c_n

x_j
x_n

(1)

d_1	d_i	d_j	d_n
-------	-------	-------	-------

 d' ,

z_1	z_i	z_j	z_n
-------	-------	-------	-------

 $z' = x'$.

Here $i, j = \overline{1, n}$ – numbers of sectors, x_{ij} – re the elements of the matrix of intermediate consumption L ; c, x, d, z – are the vectors of end-use, output, value added and total costs, respectively. The peculiarity of the input-output tables is that they provide the following dependencies:

$$\sum_{i=1}^n d_i = \sum_{i=1}^n c_i, \quad (2)$$

$$z_i = x_i, \quad (3)$$

as well as input balance

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} + c_i = x_i \quad (4)$$

and output balance

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} + d_j = x_j, \quad (5)$$

Тут $i, j = \overline{1, n}$, n – the number of sectors in the system.

Using above-mentioned dependencies of these tables V.V. Leontyev and his followers have developed central equation systems for key cross-sectoral balance tasks, namely: 1) determining output based on end-use data; 2) the relationship between the equilibrium prices and the volume of output in the terms of output units.

The validation and revision of these mathematical models concerning the forecasts of production and consumption of energy resources, which were carried out in the Institute of General Energy of the NAS of Ukraine, gave the following results.

Mathematical model of Task 1) is based on the balance of output. It was developed personally by V.V. Leontief and chronologically is the first

among a wide variety of cross-sectoral balance models. The corresponding system of equations has the form [4]

$$(E - A)x = c, \quad (6)$$

where E – identity matrix, and matrix A has elements $a_{ij} = x_{ij}/x_j$, $i, j = \overline{1, n}$. The matrix $(E - A)$ is called "Leontief's matrix" in the literature. Validation of model of task 1) demonstrated its flawlessness.

Mathematical model of Task 2) is based on the balance of input (5) i in the current state it is widely used [5-7] in the form

$$(E - A')P = v, \quad (7)$$

where P – vector of sectoral prices, v – vector of value added per unit of sectoral output

$$v_j = \frac{d_j}{M_j}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (8)$$

where M_j – output of products in its units for the j -th sector.

We show that this model is unreasonable. An obvious dependency will be used for this analysis

$$x_i = P_i M_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

The matrix A 'according to (6) has the form

$$A' = \begin{bmatrix} \frac{x_{11}}{x_1} & \frac{x_{i1}}{x_1} & \frac{x_{j1}}{x_1} & \frac{x_{n1}}{x_1} \\ \frac{x_{1i}}{x_i} & \frac{x_{ii}}{x_i} & \frac{x_{ji}}{x_i} & \frac{x_{ni}}{x_i} \\ \frac{x_{1j}}{x_j} & \frac{x_{ij}}{x_j} & \frac{x_{jj}}{x_j} & \frac{x_{nj}}{x_j} \\ \frac{x_{1n}}{x_n} & \frac{x_{in}}{x_n} & \frac{x_{jn}}{x_n} & \frac{x_{nn}}{x_n} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Substituting (10) into (7), we obtain (11)

$$\begin{aligned}
(1 - \frac{x_{11}}{x_1})P_1 - \frac{x_{i1}}{x_1}P_i - \frac{x_{j1}}{x_1}P_j - \frac{x_{n1}}{x_1}P_n &= \frac{d_1}{M_1}, \\
-\frac{x_{1i}}{x_i}P_1 + (1 - \frac{x_{ii}}{x_i})P_i - \frac{x_{ji}}{x_i}P_j - \frac{x_{ni}}{x_i}P_n &= \frac{d_i}{M_i}, \\
-\frac{x_{1j}}{x_j}P_1 - \frac{x_{ij}}{x_j}P_i + (1 - \frac{x_{jj}}{x_j})P_j - \frac{x_{nj}}{x_j}P_n &= \frac{d_j}{M_j}, \\
-\frac{x_{1n}}{x_n}P_1 - \frac{x_{in}}{x_n}P_i - \frac{x_{jn}}{x_n}P_j + (1 - \frac{x_{nn}}{x_n})P_n &= \frac{d_n}{M_n}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Multiplying each of the lines $i = \overline{1, n}$ of system (11) by M_i and using equation (9), we obtain the system of equations (12)

$$\begin{aligned}
x_{11} + x_{i1} \frac{P_i}{P_1} + x_{j1} \frac{P_j}{P_1} + x_{n1} \frac{P_n}{P_1} + d_1 &= x_1, \\
x_{1i} \frac{P_1}{P_i} + x_{ii} + x_{ji} \frac{P_j}{P_i} + x_{ni} \frac{P_n}{P_i} + d_i &= x_i, \\
x_{1j} \frac{P_1}{P_j} + x_{ij} \frac{P_i}{P_j} + x_{jj} + x_{nj} \frac{P_n}{P_j} + d_j &= x_j, \\
x_{1n} \frac{P_1}{P_n} + x_{in} \frac{P_i}{P_n} + x_{jn} \frac{P_j}{P_n} + x_{nn} + d_n &= x_n,
\end{aligned} \tag{12}$$

which is represented as

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \frac{P_i}{P_j} + d_j = x_j, \quad j = \overline{1, n}, \tag{13}$$

The system of equations (13) will be adequate to the cost balance system (5) only if the prices of all sectors are the same

$$P_i = P_j, \quad i, j = \overline{1, n}. \tag{14}$$

It is clear that case (14) is degenerate. Equality (14) in no way agrees with the substantive content of the problem. It is never the case that prices in all sectors of the economy are the same. In the general case, the system of equations (13) is different from the cost balance system. Therefore, the

mathematical model (7) is not a mathematical equilibrium price in the system of mathematical models of cross-sectoral balance.

A new mathematical model of equilibrium prices and outputs has been developed at the Institute of General Energy of NAS of Ukraine. Herewith Table L and vectors d, x of the cost-output table structure (1), as well as the cost balance (5) and the dependence (9) were used. By dividing all the columns of the table L , vectors d', x' by M_j and using equation (5) and dependence (9), we obtain a scheme for constructing a model of equilibrium prices (15).

	1	i	j	n	
1	$\frac{x_{11}}{M_1}$	$\frac{x_{1i}}{M_i}$	$\frac{x_{1j}}{M_j}$	$\frac{x_{1n}}{M_n}$	
i	$\frac{x_{i1}}{M_1}$	$\frac{x_{ii}}{M_i}$	$\frac{x_{ij}}{M_j}$	$\frac{x_{in}}{M_n}$	
j	$\frac{x_{j1}}{M_1}$	$\frac{x_{ji}}{M_i}$	$\frac{x_{jj}}{M_j}$	$\frac{x_{jn}}{M_n}$	
n	$\frac{x_{n1}}{M_1}$	$\frac{x_{ni}}{M_i}$	$\frac{x_{nj}}{M_j}$	$\frac{x_{nn}}{M_n}$	

+

$\frac{d_1}{M_1}$	$\frac{d_i}{M_i}$	$\frac{d_j}{M_j}$	$\frac{d_n}{M_n}$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

||

$\frac{x_1}{M_1}$	$\frac{x_i}{M_i}$	$\frac{x_j}{M_j}$	$\frac{x_n}{M_n}$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

(15)

Performing the summation of the columns, as shown in scheme (15), we obtain the system of equations (16)

$$\begin{aligned}
\frac{x_{11}}{M_1} + \frac{x_{i1}}{M_1} + \frac{x_{j1}}{M_1} + \frac{x_{n1}}{M_1} + \frac{d_1}{M_1} &= \frac{x_1}{M_1}, \\
\frac{x_{1i}}{M_i} + \frac{x_{ii}}{M_i} + \frac{x_{ji}}{M_i} + \frac{x_{ni}}{M_i} + \frac{d_i}{M_i} &= \frac{x_i}{M_i}, \\
\frac{x_{1j}}{M_j} + \frac{x_{ij}}{M_j} + \frac{x_{jj}}{M_j} + \frac{x_{nj}}{M_j} + \frac{d_j}{M_j} &= \frac{x_j}{M_j}, \\
\frac{x_{1n}}{M_n} + \frac{x_{in}}{M_n} + \frac{x_{jn}}{M_n} + \frac{x_{nn}}{M_n} + \frac{d_n}{M_n} &= \frac{x_n}{M_n}.
\end{aligned} \tag{16}$$

The system of equations (16) with the use of dependence (9) is transformed into a system (17), which in its expanded form is a model of equilibrium prices

$$\begin{aligned}
\frac{x_{11}}{x_1} P_1 + \frac{x_{i1}}{x_1} P_1 + \frac{x_{j1}}{x_1} P_1 + \frac{x_{n1}}{x_1} P_1 + \frac{d_1}{M_1} &= P_1, \\
\frac{x_{1i}}{x_i} P_i + \frac{x_{ii}}{x_i} P_i + \frac{x_{ji}}{x_i} P_i + \frac{x_{ni}}{x_i} P_i + \frac{d_i}{M_i} &= P_i, \\
\frac{x_{1j}}{x_j} P_j + \frac{x_{ij}}{x_j} P_j + \frac{x_{jj}}{x_j} P_j + \frac{x_{nj}}{x_j} P_j + \frac{d_j}{M_j} &= P_j, \\
\frac{x_{1n}}{x_n} P_n + \frac{x_{in}}{x_n} P_n + \frac{x_{jn}}{x_n} P_n + \frac{x_{nn}}{x_n} P_n + \frac{d_n}{M_n} &= P_n.
\end{aligned} \tag{17}$$

In matrix form, system (17) has the form

$$(\mathbf{E} - \mathbf{S})\mathbf{P} = \mathbf{v}, \tag{18}$$

where \mathbf{S} – diagonal matrix with elements

$$S_{jj} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{x_j}, \quad j = \overline{1, n}, \tag{19}$$

\mathbf{P} – vector of prices, \mathbf{v} – vector with elements

$$v_j = \frac{d_j}{M_j}, \quad j = \overline{1, n}, \tag{20}$$

each of which is a fraction of the value added of the j -th sector d_j per unit of output M_j produced by it.

By simple transformations, it is proved that the system of equations (19), (20) satisfies the equation of the cost balance (5).

In the system of input-output models, output is determined in the current state using one model, namely, the classical Leontief model, in which the output (initial) data are end-use indicators. However, in the reporting structures of the systems of these models there is a vector of value added, which can be used to establish the relationship between equilibrium prices and output in its units of issue and other important for practice dependencies. This is important for economic application practice. At the same time, it would be important to develop a mathematical model that would calculate prospective outputs, not based on end-use data, but using value-added projections. Such interest is caused by the fact that forecasts of gross domestic product and value added are often, long and widely developed by various national and world economic and financial structures. The methods and accuracy of their forecasts are quite high, and therefore the accuracy of the input-output models could be much higher. In addition, sharing forecasts based on both end-use and value added data could provide a synergistic effect associated with simplifying balancing algorithms of forecast matrix in the structure (1).

At the Institute of General Energy of the NAS of Ukraine, based on the above factors and considerations, such a model was developed. It is built based on cost balance equations and in matrix form has the form

$$(E - Q)x = d, \quad (21)$$

where

$$Q = L'Q_z \quad (22)$$

Q_z – diagonal matrix with elements

$$q_{zjj} = \frac{1}{x_j}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (23)$$

When developing specific projects for the development of the economy, its sectors, the social sphere, etc. using the input-output system, it is reasonable to simultaneously use both forecasting output models, namely, the classic Leontief model and the new model (21) - (23), which uses value-added indicators as initial (input) data.

This approach enables additional analysis and control of the results obtained, as well as simplifies, as noted, the procedures for forecasting

value-added indicators and balancing forecast matrices in the input-output system.

The use of model (7), (8) as a tool for the relationship between equilibrium prices and output volumes in units of output is unreasonable because it is unjustified according to the analysis (9) - (14). Instead, it is advisable to use model (18) - (20).

MATHEMATICAL MODEL FOR PROJECTING LONG-TERM ELECTRIC POWER DEVELOPMENT

The analysis of existing methods of long-term forecasting of the development of the electric power industry shows that nowadays there is not only an universal method in the world, but even established scientific methodological bases for its (method) modeling [9].

This is evidenced, for example, by the considerable number of mathematical models and the means of their implementation used by national operators of the electricity transmission system of countries that are members of ENTSO-E [10]. Recently, starting from about the first decade of the 21st century, there has been a gradual transition from the use of deterministic mathematical models of electricity development to probabilistic ones, the latter being based on the previous generation of deterministic models. The implementation of fully probabilistic models is constrained, in particular, by the inability, at least in the current scientific knowledge, to describe the behavior of all elements of the power system that are modeled using certain probability distribution functions. Even if this is successful, then long-term forecasting tasks will have to carry on significant calculations of the conditional probabilities of the power system, depending on the "events" that precede the current state. Therefore, a common methodology, at least now, is to use as a basis deterministic models of mathematical programming and / or simulation models, which are calculated for a large number of scenarios that are formed using certain random variables [10]. For example, this methodology is used in studies to evaluate the impact of power generation with the non-guaranteed behavior of power generation, in particular wind and solar power plants (WPP and SPP). In addition, the presence in the mathematical model of a significant number of elements whose behavior is purely probabilistic significantly complicates the analysis of the results obtained, which requires the development of separate methods, actually for analytical processing of the results. Thus, despite the transformation of the methodology of long-term power sector development forecasting from deterministic to probabilistic, deterministic, optimization and imitation mathematical methods of research

remain basic and also continue to develop, in particular, with the advancement of the means of computing technologies, which determines their expected widespread use in the future.

The article proposes a deterministic methodology and mathematical model for the long-term development of power sector of the National United Energy System (UES). These instruments unlike the vast majority of mathematical models used, take into account constraints on investment resources, as well as instead of the unchanged components of the costs of electricity production (O&M cost, fixed cost) use the values calculated according to the scenario of changes of specific capital investments in electricity generation technology. In particular, this is important for correct consideration of the implementation of wind and solar power. The methodology is implemented as an integrated mathematical model of development of generating capacities of the national UES from an imitation model for determining the technical and economic indicators of generation technologies and a mathematical optimization model for generating a structure of generating capacities. Integer variables are used to account for the introduction of new capacity and their decommissioning, which correspond to the single installed capacity of the power generating facility. Conditions for reliable functioning and sustainable development of the power generating capacity of the UES are formalized using two sets: K – a set of all electricity producers, I – a set of all electricity consumers. The widespread introduction of renewable energy power plants into UES leads to the need of accounting the specific physical and technical indicators of these technologies. For their correct consideration, all K production technologies are divided into three subsets. The K^T subset includes all conventional power plants that use fossil fuels as primary energy sources. The technologies included in this subset will be called traditional. The K^{B1} subset includes power plants that use RES as the primary energy carrier, whose power is determined by the instantaneous potential of RES - wind speed for WPP, solar radiation power for SPP, flow head for dense hydroelectric power plants. We will call such technologies the technologies of the first group. The K^{B2} subset includes technologies whose capacity is controlled, and the amount of electricity production depends on external conditions, in particular, determined by the amount of accumulated primary energy resource (e.g., solid biomass of "energy" crops, plant and food waste, small hydropower plants with reservoirs) or by external limiting factors, such as the seasonal demand for heat, which determines the modes of operation of the CHP. We will call such technologies the technologies of the second group. For the first group technologies, even a short-term forecast of their power is generally impossible. For technologies in the second group,

the volumes of available resources can fluctuate significantly. Thus, for vegetable biomass fluctuations of "yield" by years can be significant, for hydroelectric power plants with reservoir - "water" of the year.

As the generation of UES generating capacities includes technologies whose power may change unpredictably, there is a need to ensure not only the levels of power consumption, but also the dynamics of power consumption changes according to the change in the power demand in the UES, which is formalized by the expressions:

$$\sum_{k \in K^T \cup K^{B2}} Y_{kf\tau}(t) n_{k\tau} + \sum_{k \in K^{B1}} X_{k\tau} n_{k\tau} \sum_{l \in L} n_{lk}^d(t) = (1 + \beta_\tau) \sum_{i \in I} D_{i\tau}(t), \quad (1)$$

$$\sum_{k \in K} (Y_{kf\tau}(t_0) + (t - t_0) V_{kf}) \geq (1 + \beta_\tau) \sum_{i \in I} (D_{i\tau}(t) - D_{i\tau}(t_0)), \quad (2)$$

$\forall f \in F; \forall \tau = 1 \div T$

where t – time at the relevant simulation period τ (t_0 – the moment of time immediately preceding the moment of time t); F – a set of possible modes of generating capacity, which, for example, corresponds to the level of technology load; L – set of all available primary energy resources (including RES); β_τ – the factor of electricity losses during its transportation and distribution by UES networks; $Y_{kf\tau}(t)$ – the generation of electrical power; $D_{i\tau}(t)$ – required electrical load for a particular consumer; $X_{k\tau}$ – installed capacity; $n_{k\tau}$ – the factor of readiness of the power generating capacity ($0 < n_{k\tau} < 1$), $n_{lk}^d(t)$ – primary energy source availability factor ($0 \leq n_{lk}^d \leq 1$), used by electricity generation technology (for example, it is customary to use annual, seasonal and other installed capacity ratios to characterize the availability of wind potential over an appropriate period of time); V_{kf} – the speed at which a technology operating in a particular mode changes (increases or decreases) the power of generation, and for technologies of the first group the speed is a random variable.

For each type of power generation technology, a condition must be met whereby the available installed capacity $X_{k\tau}$ must be at least as low as the available power.

For technologies from the K^T and K^{B2} subsets, the variability and limitation of the potential of the primary energy source (3) and the

limitation on the v pollutants and greenhouse gases emissions (the set M) into the air (4) must be taken into account:

$$\sum_{k \in K^T \cup K^{B2}} a_{lk\tau} h_{k\tau} Y_{k\tau} \leq n_{l\tau}^d O_{l\tau} : \forall l \in L; \forall \tau = 1 \div T, \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K^T} b_{mk\tau} h_{k\tau} Y_{k\tau} \leq O_{m\tau} : \forall m \in M; \forall \tau = 1 \div T, \quad (4)$$

where $a_{lk\tau}$ – specific consumption of primary energy resource (including RES, such as biomass) for electricity production; $h_{k\tau}$ – time of use of power generation during the calculation period (for power plants of the second group this value is random); $n_{l\tau}^d$ – primary energy potential variability factor, which theoretically can take values from zero to one ($0 = n_{l\tau}^{d-\min} \leq n_{l\tau}^d \leq 1$), $O_{l\tau}$ – the maximum available primary energy resource, $b_{mk\tau}$ – specific emission of harmful substances and gases, as well as greenhouse gases into the air, $O_{m\tau}$ – maximum allowable emissions of harmful substances and gases, as well as greenhouse gases into the air.

It is additionally taken into account that for technologies of the first group, whose power cannot be reliably predicted, it is necessary to provide a constant possibility of compensating for the fluctuations of their power by other types of power plants or electricity storages. This necessitates having a "hot" reserve of power, which is defined as the total maneuverability of the system.

In the general case, the application of above mentioned dependencies are realized according to the following sequence of actions:

- development of a scenario of external conditions for the development and operation of power sources and the formation of input information for calculations;
- determining the input options within the scenario developed;
- formation of many variants of development of sources of power supply for each variant of the input information which provides:
 - calculation of all necessary physical, technical, economic and environmental indicators for each variant of input information;
 - formation of an optimization model;
 - calculation of the formed model;

– analysis of the results obtained: indicators of the efficiency of the operation of the power plants under consideration, as well as the efficiency of implementation and development of certain or specific power plants within the UES.

Using this approach ensures the correct determination of the limit quantitative requirements for the required "hot" reserves to compensate for possible fluctuations in the power of power plants from the subset K^{BI} .

PROSPECTS FOR THE DEVELOPMENT OF THE NATIONAL NUCLEAR ENERGY UNDER INCREASING THE REQUIREMENTS FOR THE RELIABILITY AND ENVIRONMENT SAFETY OF THE FUNCTIONING OF THE ENERGY SYSTEM OF UKRAINE

The transformation of the world's energy systems, under conditions of rapid growth in the share of generation from renewable sources with nondispatchable variable power, leads to an increase in the requirements to ensure the stability and reliability of the power system and increase the flexibility of traditional sources of electricity generation.

Nuclear power in Ukraine has been a leading contributor to the country's electricity needs, providing more than half of its total production in recent years. Therefore, its stable functioning and development is an important prerequisite for the sustainable development of the national economy.

At present, the support for the functioning of the national nuclear power at the existing level is based on the extension of the operational life of the existing power units, while plans for the construction of new nuclear power so far only envisage the completion of two Khmelnytsky NPP units. But although there are already some programs in place to continue the operation of national nuclear power units up to 60 years, in the likely scenario of a 20-year over-project extension of the operational life, until 2040 only 3 GW of existing nuclear generation will remain. Therefore, given at least a 5-year project and approval period for the design of a new nuclear plant and at least a long construction time, it is urgent to assess the feasibility of introducing replacement nuclear units.

Important in determining the prospects for the development of national nuclear power is to ensure the solution of two modern problems of functioning of the Ukrainian UES: insufficient maneuverability and a rapid increase in the share of renewable energy with a variable, poorly predicted nature of electricity production, such as wind and solar photovoltaic plants. This problem requires additional maneuvering reserves.

As the existing NPP units are designed to operate in basic load mode, the introduction of new NPPs in conditions of increasing generation with non-guaranteed power increases the requirements for their ability to operate in variable load modes and to participate in the secondary power system regulation.

From a technical point of view, maneuvering of NPP units is possible, and modern NPPs with light-water nuclear reactors are designed to have sufficient maneuverability. Examples are nuclear power plants in France and Germany that are involved in primary and secondary frequency control, and some units run a variable load program with one or two significant power changes per day.

In addition, there are growing demands for environmentally friendly operation of thermal power plants in accordance with international commitments, in particular the implementation of EU environmental directives within the framework of the Energy Community Treaty, which reinforces the requirements for the content of pollutants in the flue gas of TPPs. This will further restrict the operation of existing thermal power plants if they do not comply with the accepted environmental restrictions, and exhausting their marginal operating life without carrying out large-scale reconstruction may result in the loss of a large part of this type of generation in the long term with a decrease in the regulating range in UES. In addition, ratification of the Paris Agreement on climate change has already led to some restrictions on the development of carbon energy, in particular, the refusal of international organizations to finance the construction of new coal plants and the closure of existing ones.

The development of nuclear energy as one of the lowest carbon sources will contribute to the decarbonisation and reduction of greenhouse gas emissions from the country's energy system, as well as to achieve the global goals of the UN's sustainable development of access to low-cost, reliable, sustainable and modern energy sources. Perspective small modular reactors (SMRs) with greater ability to operate in maneuvering mode, compared to large power units, can play an important role in ensuring the reliability of Ukraine's power system, given the ability to stop / start power units during the day. Among light-water SMRs, the most likely contender for priority implementation is the NuScale Power module [11]. It became the first small modular reactor in the United States of America to be commissioned by the Nuclear Regulatory Commission in December 2016 and is expected to commence commercial operation of the first NuScale Power Module™ unit in 2026. Another project of SMR, which is considered to be the most suitable today for the construction of new nuclear facilities in Ukraine, is the

project SMR-160 of the American engineering company Holtec International [12]. In order to promote the implementation of SMR-160 technology in Ukraine in June 2019, NNEGC «Energoatom», Holtec International and State Scientific and Technical Center for Nuclear and Radiation Safety signed an agreement to establish a Nuclear Module Consortium.

For comparative assessment of the feasibility of introducing electricity generation technologies with different technical, economic and physico-technical characteristics, the levelized cost of electricity per life cycle [13] is widely used, taking into account all the costs during the life cycle of technology and inflation and alternative capital cost by applying a discount rate, determined by the formula:

$$C_k^{LCOE} = \frac{C_k^{LCC}}{\sum_{\tau=1}^{T_k^E} \frac{W_{k\tau}}{(1+r)^{\tau-1}}}, \quad (1)$$

where C_k^{LCOE} – levelized cost of electricity by technology k , \$/MWh; C_k^{LCC} – levelized costs for electricity production by life cycle of technology k , measured in monetary terms with the nominal value of the funds before the commercial operation of the technology, \$; T_k^E – the term of commercial operation of the power plant, years; τ – stage of the life cycle, years; $W_{k\tau}$ – electricity generation in the stage τ , MWh; r – discount rate, %/100.

Levelized costs for electricity production over the life cycle of the technology, broken down into stages of construction, commercial operation, decommissioning are determined by the formula:

$$C_k^{LCC} = \sum_{\tau=1}^{T_k^c} \frac{C_{k\tau}^K}{(1+r)^{T_k^c+1-\tau}} + \sum_{\tau=T_k^c+1}^{T_k^c+T_k^E} \frac{C_{k\tau}^M + C_{k\tau}^I + C_{k\tau}^V(f)}{(1+r)^{\tau-T_k^c-1}} + \sum_{\tau=T_k^c+T_k^E+1}^{T_k^c+T_k^E+T_k^Z} \frac{C_{k\tau}^Z}{(1+r)^{\tau-T_k^c-1}}, \quad (2)$$

where T_k^c – the term of construction of the power plant from the moment when the first investment was made and until the time of its commissioning, years; $C_{k\tau}^K$ – capital investment in a power plant for the relevant stage of construction; $C_{k\tau}^M$ – conditional fixed operating and maintenance costs for

the relevant stage of commercial operation of the power plant; $C_{k\tau}^I$ – the financial costs of paying interest on dept funds; $C_{k\tau}^V(f)$ – conditional variable production costs, which are defined as a function of the mode of operation of the technology f ; T_k^z – power plant decommissioning period, years; $C_{k\tau}^Z$ – financial costs for decommissioning.

Taking into account the stage of introduction of new technology, initial parameters and dynamics of changes in the costs over time over the forecast horizon, the formula for calculating the levelized costs of electricity production over the life cycle takes the following form:

$$C_{kf}^{LCC}(t) = \sum_{\tau=1}^{T_k^c} \frac{C_k^K(t)}{T_k^c (1+r)^{T_k^c+1-\tau}} + \sum_{\tau=T_k^c+1}^{T_k^c+T_k^E} \frac{C_k^M(t) + C_k^I(t)}{(1+r)^{\tau-T_k^c-1}} + \sum_{\tau=t}^{t+T_k^c} \frac{C_{kf\tau}^V(f(C_{\tau=t}^F, C^F(t), f(C_{\tau=t}^E, C^E(t))))}{(1+r)^{\tau-T_k^c-1}}, \quad (3)$$

where $C_{kf}^{LCC}(t)$ – levelized costs of electricity of a new plant, operating in f -mode, discounted to stage t of commissioning; τ – stage of the technology life cycle; $C_{kf\tau}^V(C_{\tau}^F(t), C_{\tau}^E(t))$ – conditional variable costs depending on the operating mode f : fuel and materials costs, environmental charges, which are determined by the fuel price $C_{\tau=t}^F$ and environmental rates $C_{\tau=t}^E$ at the initial stage of technology operation and their subsequent changes during the functional dependencies $f(C^F(t))$, $f(C^E(t))$.

The estimation of the prospects of introduction of the advanced reactors into the structure of the power generating capacity of the UES, which are able to participate in the secondary power regulation of the UES, was conducted using the developed mathematical model of long-term development of the power system generating capacity structure [14].

Model calculations were performed by the criterion of minimum system electricity production costs for two trajectories of increase in CO₂ emission payment, the first of which predicts a moderate increase to \$1/t CO₂, and the second - to US \$30/t CO₂ by 2040.

Model calculations considered advanced power generation units of Generation III +, which are now being successfully built and put into operation in the world, promising small modular reactors, which are

expected to be introduced after 2030, as well as new coal units that meet modern environmental requirements and high-maneuvered natural gas installations. During the simulation period, the growth of specific investments of new coal thermal power plants is envisaged, due to the increase of environmental requirements and the need for the introduction of capital-intensive cleaning equipment, and the reduction of specific investments in the implementation of units with small modular reactors due to their commercializing and increase of production localization.

Comparison of the results of calculations of the levelized cost of electricity for new nuclear (Table 1) and thermal power units (Table 2) operating in maneuverable modes of power change when covering the daily schedule of power system load, showed that atomic technologies are more cost effective than fossil fuel ones, especially with increasing environmental requirements.

Table 1

Weighted average cost of new nuclear technologies according to the stage of their implementation, US \$/MWh.

Technology \ Year	2020	2025	2030	2035	2040
Large NPP base mode	65.5	66.7	67.8	68.9	70.1
SMR-160	93.7	92.2	90.7	89.21	87.7
NuScale	95.6	94.0	92.5	91.0	89.4

Table 2

Weighted average cost of new fossil fuel technologies according to the stage of their implementation, US \$/MWh.

Technology \ Year	2020	2025	2030	2035	2040
with a moderate increase in charges for CO ₂ emissions					
Coal TPP	102.8	105.2	107.5	109.9	112.3
NG TPP	128.1	131.5	134.9	138.3	141.7
with the rapid increase in charges for CO ₂ emissions					
Coal TPP	127.9	136.2	144.5	152.7	161.0
NG TPP	135.4	142.3	149.1	156.0	162.9

Using the developed optimization model, calculations were made of the prospective structure of the generating capacities of the UES of Ukraine for the period up to 2040, taking into account the need to replace the decommissioning capacities of the existing NPPs after 20 years of over-project operation and the decommissioning of the existing TPPs due to the ecological requirements in accordance with the National Emission

Reduction Plan. The calculations envisage the completion of two Khmelnytsky NPP units based on the reference VVER-1000 reactor unit.

The prospective structure of the Ukrainian UES generating capacities up to 2040 with a moderate increase in the CO₂ emission payment and the dynamics of new NPP units with the necessary investments are given in Tables 3, 4.

Table 3

Indicators of the prospective structure of Ukraine's UES generating capacity by 2040 with a moderate increase in the CO₂ emission payment

Tech. mix \ year	2025	2030	2035	2040
	Installed capacity, GW			
Total, including	41.6	50.7	55.7	53.8
Existing NPP	13.8	13.8	11.0	3.0
New NPP	1.0	1.0	4.0	12.0
Existing coal TPP	16.0	14.7	11.0	2.4
New coal TPP	0.0	6.0	12.0	17.7
HPP	5.5	7.9	9.9	9.9
Wind and Solar PP	5.3	7.3	7.9	8.8
	Electricity generation, billion kWh			
Total, including	183.9	203.0	224.1	247.4
NPP	95.1	95.1	99.1	107.0
TPP	67.6	75.8	87.6	96.9
HPP	9.7	13.6	15.8	16.2
Wind and Solar PP	11.5	18.5	21.6	27.3
CO ₂ emissions, million tons	76.9	73.4	77.3	83.2

Table 4

Dynamics of introduction of new nuclear units and investments for their implementation at a moderate increase in the CO₂ payment

Quantity / total capacity (MW) of NPP units introduced during the period	2020–2025	2026–2030	2031–2035	2036–2040
VVER-1200	0	0	0	1/1200
VVER-1000	1/1000	0	0	1/1000
HPR1000	0	0	2/2200	4/4400
SMR-160	0	0	4/640	6/960
NuScale 50 MW	0	0	3/150	9/450
Total capacity of the NPPs entered during the period, MW	1000	0	2990	8010
Cumulative investments, \$ billion	2.6	16.1	41.8	51.0

The results of model calculations of the prospective structure of Ukraine's power generation facilities with the rapid increase of CO₂ emissions payment and the introduction of new NPP units during the forecast period with the necessary investments are given in Tables 5, 6.

Table 5

Indicators of the prospective structure of Ukraine's UES generating capacity by 2040 with a rapid increase in the CO₂ emission payment

year	2025	2030	2035	2040
Tech. mix				
	Installed capacity, GW			
Total, including	41.6	50.7	57.4	53.7
Existing NPP	13.8	13.8	11.0	3.0
New NPP	1.0	1.0	5.1	14.7
Existing coal TPP	16.0	14.7	11.0	2.4
New coal TPP	0.0	6.0	12.0	14.4
HPP	5.5	7.9	9.9	9.9
WPP, SPP	5.3	7.3	8.4	9.3
	Electricity generation, billion kWh			
Total, including	183.9	203.0	224.1	247.4
NPP	95.1	95.1	108.0	127.3
TPP	67.6	75.8	77.9	75.6
HPP	9.7	13.6	16.0	16.5
Wind and Solar PP	11.5	18.5	22.2	28.1
CO ₂ emissions, million tons	76.9	73.4	67.6	64.9

Table 6

Dynamics of introduction of new nuclear facilities and investments for their implementation at a rapid increase in the CO₂ payment

Quantity / total capacity (MW) of NPP units introduced during the period	2020–2025	2026–2030	2031–2035	2036–2040
VVER-1200	0	0	1/1200	3/3600
VVER-1000	1/1000	0	0	1/1000
HPR1000	0	0	1/1100	3/3300
SMR-160	0	0	4/640	1/160
NuScale 50 MW	0	0	24/1200	30/1500
Total capacity of the NPPs entered during the period, MW	1000	0	4140	9560
Cumulative investments, \$ billion	2.8	19.7	53.8	68.0

The results showed that the feasibility and scope of the introduction of new nuclear power units in the grid is significantly influenced by the stringency of environmental requirements, in particular, the increase in the payment for CO₂ emissions, as well as the decision to extend the over-operational life of existing NPPs.

For example, to replace existing NPPs with a moderate increase in CO₂ emissions payment up to \$1/t by the end of their 20-year over-project life, 12 GW of new nuclear capacity, including 2.2 GW from SMR, should be introduced by 2040. With the increase of the charge up to \$30/t CO₂ by 2040, the capacity of new NPPs will increase to 14.7 GW, including 3.5 GW from SMR, and the number of new coal-fired TPP units will be reduced by 11 units with a total capacity of 3.3 GW. This causes reductions in pollutants and greenhouse gases in the grid, but investment in nuclear power is growing by 33%.

Increasing the stringency of carbon intensity of electricity, including increasing CO₂ charges, makes it a priority to increase the installed capacity of nuclear power plants instead of building new coal-fired TPPs in the period 2036–2040, including by increasing the number of new SMRs.

The introduction of small modular reactors as a low-carbon maneuvering power source with improved operational safety is appropriate to ensure the stability, reliability and performance effectiveness of the Ukrainian UES, increase environmental performance requirements for electricity facilities in the context of increasing the share of stochastic generation.

BALANCE-OPTIMIZATION MODEL OF COAL PROVISION OF THE COUNTRY WITH DIFFERENTIATION BY BRANDS AND TECHNOLOGICAL PURPOSE AND TAKING INTO ACCOUNT ENERGY SAFETY REQUIREMENTS

The construction of resilient to destructive impacts of the country's economy's fuel and energy resources systems should be based on the search for holistic structures of energy supply, which simultaneously contain energy sources, their transportation and transformation, consumers of energy products with specified quality requirements and needs. Only within the framework of this approach it is possible to investigate the consequences of possible failures of individual units of the energy supply system, to find technologies and ways of replacing the lost volumes of supply, to assess the level of necessary redundancy of sources of production and means of transportation, to consider prospective directions of the coordinated

development of fuel industries, power generation and electricity also end-use sectors in the country's economy.

An important factor in a holistic, i.e., complete, with a possible redundancy, representation of the energy system in the search for robust energy supply structures is the use of energy security criteria to manage fuel and energy flows, which reflects the display of all possible sources and directions of their supply in a single energy supply scheme.

The natural approach in the study of energy supply systems is to use network balance-optimization models that provide requirements for the representation of the structure of such systems. At the same time, the need to take into account the multiproducts as well as the overall limitations of the transformation of energy products into available production, transport and generation technologies requires the use of production-type models that provide a generalized formal representation of these technologies with their production and cost indicators.

The development of the coal supply model of the country's economy in this study involves the creation of an oriented graph of the coal supply network, which reflects the flow of coal in the technologies of coal production, conversion (enrichment), consumption and transportation. The structure of this network is used to form the constraint system of the production type model in the representation of Kantorovich technological methods, which describe these technologies using output and cost ratios.

The purpose of the country's coal supply system is to meet the needs of consumers of various types of coal through the production, processing and enrichment of coal at enterprises in the country, as well as its import by sea and rail. The need for coal, in turn, depends on its technological purpose, which distinguishes two main groups - energy and coking ones.

The coal supply system is a set of technological units of supply of all brands of coal to the economy of the country, both from sources of production and from sources of import. The list of technological processes of supply from the country's natural resources include the processes of extraction, enrichment and transportation of coal from the extractive enterprise to consumers in the energy sector and other sectors of the economy. Imports require the purchase of the necessary volumes, transportation of interstate routes, as well as transportation within the country.

Taking into account all the above mentioned technological processes in the balance-optimization model of the country's coal supply with differentiation by brands and technological purpose leads to the structure of technological connections, which is presented in the form of an oriented

graph, the fragment of which for the gaseous coal supply system is shown in Fig. 3.

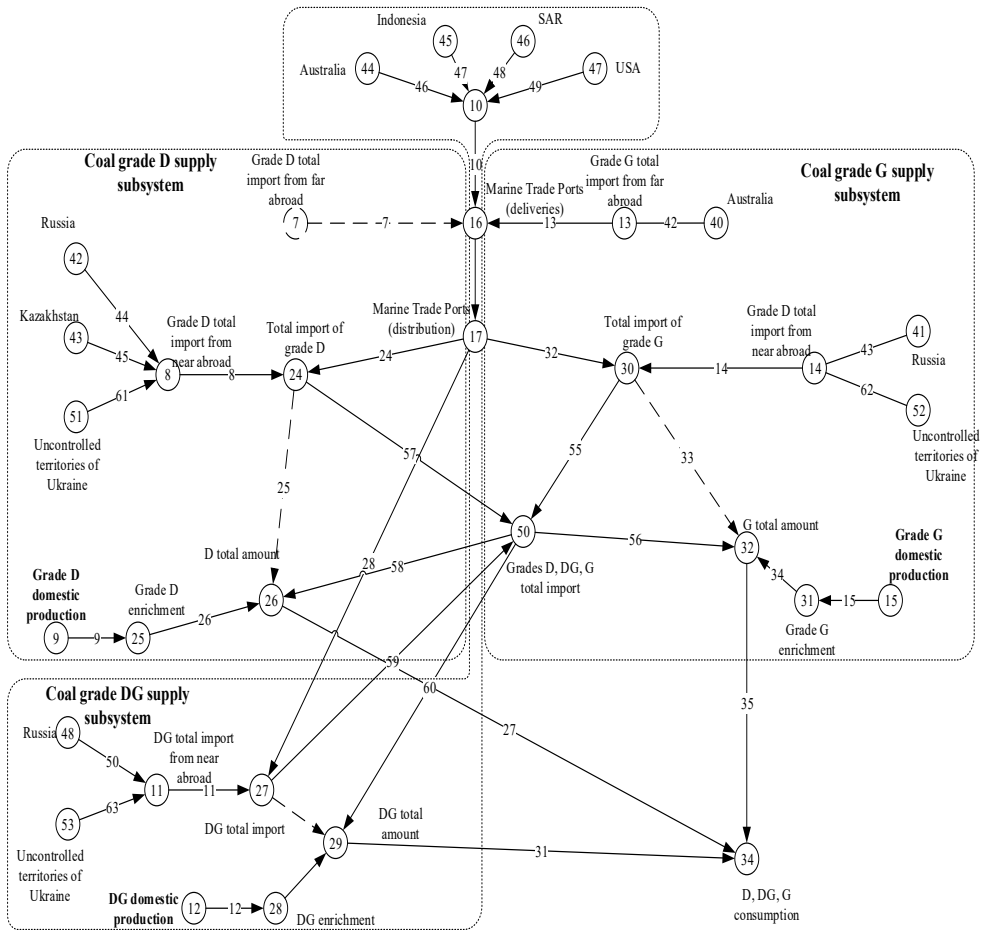


Fig. 3. Oriented graph for the gaseous coal supply subsystem

Model of national coal supply with differentiation by brands and technological purpose of coal [15], using Kantorovich's technological method for particular coal supply technologies, and whose product balances are determined by the structure of technological connections described above, can be formulated as follows.

Cumulative cost of supplying all brands of coal from sources of import and production must be minimized

$$C_{\Sigma} = \sum_{k=1}^N \sum_{i \in I} \sum_{s \in \{0,1\}} \theta_{i,k,s} \cdot C_{i,k,s}^{dp} \cdot x_{i,k,s}^{dp} + \sum_{i \in I} \sum_{d=1}^M C_{i,d}^{imp} \cdot x_{i,d}^{imp} \rightarrow \min \quad (1)$$

under following conditions: providing the need for each coal brand, limited capacity of the offshore import route, limited own production at the coal-mining enterprise, determined by the state of its reconstruction (modernization), fulfillment of energy security requirements according to the volume criteria "Share of own sources in the energy balance of fuel resources" and "Share of fuel imports from one country (company) in total imports". These conditions are represented by the ratios:

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i \in I} \sum_{s \in \{0,1\}} g_{i,k,s}^{dp} \cdot x_{i,k,s}^{dp} \cdot \theta_{i,k,s} + \sum_{i \in I} \sum_{d=1}^M x_{i,d}^{imp} \geq X_{i,max} \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} x_{i,d}^{imp} \leq X_{mpic,max} \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{s \in \{0,1\}} x_{i,k,s}^{dp} \cdot \theta_{i,k,s} = x_i^{dp} \Big|_{i \in I} \quad (4)$$

$$\sum_{d=1}^M x_{i,d}^{imp} = x_i^{imp} \Big|_{i \in I} \quad (5)$$

$$x_i^{dp} = \gamma \cdot X_{supp,i}^{\Sigma} + e_i \Big|_{i \in I}, \quad (6)$$

$$e_i \leq 0 \Big|_{i \in I}$$

$$x_i^{dp} + x_i^{imp} = X_{supp,i}^{\Sigma}, \quad (7)$$

$$\gamma_{min} \leq \gamma \leq \gamma_{max}$$

$$x_{i,d}^{imp} = \lambda \cdot \sum_{d=1}^M x_{i,d}^{imp} + \Delta_i \Big|_{i \in I}, \quad (8)$$

$$\Delta_i \geq 0 \Big|_{i \in I},$$

$$\lambda_{min} \leq \lambda \leq \lambda_{max},$$

$$C_{i,k,s}^{dp} = C_{i,k,s}^{prod} \cdot \theta_{i,k,s} + C_{i,k}^{refin}, \quad (9)$$

$$C_{i,d}^{imp} = C_{i,d}^{imp} + C_{i,d}^{transp,ext}. \quad (10)$$

where

C_{Σ} – cumulative cost of supplying all coal brands from production and import, $C_{i,k,s}^{dp}$ – cost of coal of domestic production of the the cost of supplying branded coal to and from the import source i at the enterprise k in

the variant of its functioning s during calculated period, $x_{i,k,s}^{dp}$ – marginal volume of coal of own production of the brand i at the enterprise κ in the variant of its functioning s during calculated period, $\theta_{i,k,s}$ – a binary variable that determines a variant of operation of an enterprise k producing coal of a mark i , $\theta_{i,k,s} = \begin{cases} 0, & \text{if } s = \text{without reconstruction}; \\ 1, & \text{if } s = \text{with reconstruction}. \end{cases}$, $C_{i,d}^{imp}$ – the cost of supplying i brand coal from the import source d , $x_{i,d}^{imp}$ – the volume of supplying i brand coal from the import source d , I – set of all brands of coal - energy and coking, $g_{i,k,s}^{dp}$ – technological enrichment factor of i brand coal, which is produced at enterprise k in the variant of its operation s during the calculated period, $X_{i,max}$ – total consumers' need for i brand coal, N – number of sources of own production, M – number of sources of import, $X_{mpic,max}$ – total marine port import capacity, x_i^{dp} – the total amount of the i brand domestic coal production at all the enterprises in the industry under consideration, x_i^{imp} – the total amount of i brand coal imports from all sources, e_i – equalizing variable that determines the magnitude of the imbalance created by the supply of i brand coal in violation of the energy security condition "Share of own sources in total fuel input to the system", γ – energy safety indicator, which determines the share of own production in the national fuel and energy resources, $X_{supp,i}^{\Sigma}$ – the total supply of brand i coal and into the country, γ_{min} , γ_{max} – the minimum and the maximum share of own sources, permissible according to energy security requirements, respectively, Δ_i – equalization variable that determines the magnitude of the imbalance created by the supply of i brand coal in violation of the energy security condition "Share of fuel imports from one country (company) in total imports", λ – energy security indicator, which determines the share of fuel imports from one country (company) in the total volume of its imports, λ_{min} , λ_{max} – the minimum and the maximum amount of imports from a single source, permissible according to energy security requirements, respectively, $C_{i,k,s prod}$ – the cost of producing coal i brand at enterprise k in the options for its operation s ,

$$C_{i,k prod}^{\theta} = \begin{cases} C_{i,\kappa}^0, & \text{production cost without reconstruction;} \\ C_{i,\kappa}^1, & \text{production cost after reconstruction;} \end{cases}, C_{i,k refin} – \text{the cost of refining}$$

the i brand coal produced the enterprise k , $C_{transp, int}$ – the cost of domestic transportation of coal, $C_{i, d imp}$ – the purchase price of i brand coal from the source of import d , $C_{i, k transp, ext}$ – the cost of the external transportation of i brand coal and from the source of import d .

The analysis of the state and prospects of development of coal-mining enterprises [16, 17], which are currently located in the temporarily occupied territories of Donetsk and Luhansk regions, allowed to provide a forecast of coal production in Ukraine for the period up to 2040 and to develop possible scenarios of development of the coal industry taking into account the risks and critical phenomena in the structure of production potential of the coal industry of Ukraine. The optimistic scenario envisages the operation of mines in Ukrainian-controlled territories, the restitution and resumption of prospective mines from the occupied territories, the resumption and development of the coal complex, as well as the construction of new mines to replace capacity due to the depletion of coal reserves. The critical scenario of the development of the coal industry takes into account only the production capabilities of prospective mines in the territory controlled by the Ukrainian government while the reconstruction and development of the brown coal complex and the construction of new mines (except for the Novovolynskaya No. 10 mine) are not envisaged.

The Coal Supply Model (1) - (10) was used to calculate possible prospective balances of coal products by brands based on achievable levels of development of the coal industry. The overall limitations of own coal production in the calculations use the projected production volumes of the mines in accordance with the above described scenarios of operation of the industry, taking into account the enrichment. The need for coal of different technological purposes was based on assumptions about the potential total aggregate consumption in the country - for the first variant of the industry development (optimistic scenario) at the level of consumption in pre-crisis 2013. In the second scenario (critical scenario), the volume of required supply was set at the need level of 2025, and it was also envisaged to discontinue anthracite group coal consumption. The global coal market was considered by including potential exporting countries in the list of sources of supply, taking into account the price and quality of coal that may come from these countries. The volume of coal transshipment through commercial seaports is limited by the maximum amount that has occurred in recent years - 5.65 million tonnes.

The results of calculations of coal balances under the optimistic scenario indicate that the volume of coal production of the gaseous group provides the demand for it, and also the surplus of coal of anthracite group is formed.

Under these conditions, significant imports of coking G grade coal are caused by low quality indices of coal produced by the brand, which do not meet the requirements of the metallurgical sector consumers. In 2040, with the projected decline in coking coal production, it is envisaged a significant increase in imports of all brands of coking coal. With the appropriate supply source condition, the energy security criterion "Import from a single source" is not met when importing G grade coking coal due to the presence of only one supplier on the global coal market - Australia. Also, in 2040, the import of K brand coal violates the conditions of energy security according to the criterion "Share of own sources in the total supply of fuel to the system".

Under the critical scenario, where anthracite group consumption ceases in 2025 and gaseous coal consumption is maintained at the level of 2025, it is necessary to import gaseous coal for energy purposes in the amount of 0.9 million tonnes with a further increase to 10.9 million tonnes in 2030 and 12 million tonnes in 2035. Therefore, given the current structure of the mining industry and the capacity of coal processing in seaports, it is impossible to fully meet the needs of consumers in 2040.

In the calculations for the critical scenario of the coal industry, the overall energy security criteria "Share of imports from one source" are in the acceptable range for all imported coal grades except G (k) and PS. For the last grades, the security condition under the criterion "Share of own sources in the total fuel supply to the system" is also not fulfilled due to the absence of these grades in own coal deposits.

The conducted studies have allowed determining the following priority directions of coal industry development in Ukraine under the conditions of the world market:

- development of a fuel base for energy coal with its production of 77.9 million tonnes in 2030, and 76.2 million tonnes in 2040, coking coal - 27.5 million tonnes in 2030, and 16.2 million tonnes in 2040. Investments needed to modernize existing mines in the controlled area by 2025 amount to about UAH 2.3 billion in 2015 prices);

- commissioning of new coal mines with a total production capacity of 8.5 million tonnes by 2030 (Investment of about UAH 90-100 billion);

- restoration and development of the brown coal complex of Ukraine with gradual increase of production volume to 2.4 million tons in 2030 and 2.9 million tons - in 2040 (Investments of about 4.5 billion UAH);

– in order to meet as fully as possible the needs of the country's economy for coal products, it is necessary to ensure, in the period 2030-2040, an increase in the total capacity of the seaports and the railway for coal up to 23-25 million tons / year.

PROSPECTS OF DEVELOPMENT OF THE GAS INDUSTRY IN THE CONTEXT OF THE TRANSFORMATION OF THE ENERGY COMPLEX OF THE COUNTRY AND PROVISION OF SUSTAINABILITY OF ENERGY INFRASTRUCTURE

In line with the UN Sustainable Development Goals, Ukraine needs to transform energy sector into an efficient, decarbonized and clean system and ensure the resilient of its energy infrastructure. Since there is an inextricable nexus among the sub-sectors of the country's energy complex, in the context of the possibility of covering gas needs in the structure of the UES of Ukraine and using it to reserve sources of clean but unstable generation (RES) was considered. To take into account the current conditions in the natural gas markets, a methodological approach is used, which is based on the use of a system of mutually consistent mathematical models of different types - life cycle models of the main technological objects of gas production, transportation and storage through a deterministic-stochastic formulation, simulation model for generation the gas transit flows via gas transportation system (GTS) of Ukraine and the optimization model for forecasting the gas industry development for the long term [18].

Studies conducted using this system of mathematical models have shown that the most critical scenario for the energy and economy of Ukraine today is the scenario of complete cessation of Russian gas transit through the territory of our country. The high probability of this scenario is due to the fact that the contract between Naftogaz of Ukraine and Gazprom regarding transit of natural gas through the territory of Ukraine is valid until 31.12.2019, and representatives of Gazprom have repeatedly made statements about discontinuation of gas transit through Ukrainian gas transportation system after 2019.

The implementation of this scenario is facilitated by the construction of new pipelines for the supply of natural gas to European countries.

1. In November 2018, Gazprom completed the sealing of the 2 strings of the Turkish Stream gas pipeline, with a throughput of 15.75 billion cubic metres per annum (bcma) [19]. One string is intended to supply gas for Turkey's needs, the other for the transit of Russian gas to the Balkan countries, thereby replacing the transit through Ukraine of 17–20 bcma. In addition, Gazprom plans to connect this pipeline to the Poseidon pipeline,

which is to run from the Turkish-Greek border, connecting Greece's gas system with Italy, Bulgaria and the European gas system. A final investment decision on Poseidon has not yet been made [20].

2. Trans-Anatolian Natural Gas Pipeline (TANAP), first string commenced in mid-2019, completion date 31.07.2021. Designed to transport gas from the Caspian region to Europe, bypassing Russia and Ukraine, TANAP is part of an important European project - the Southern Gas Corridor, which will help diversify gas supplies to southeastern Europe. The annual throughput of the first string is 16 bcma (6 bcma for Turkey, 1 bcma for Greece and Bulgaria, 8 bcma for the south of Italy), two strings up to 31 bcma [21]. TANAP gives Ukraine access to Azerbaijani gas through Bulgaria and Romania. But with the launch of TANAP and the Turkish Stream in southern Europe, there will be an excess of natural gas supply, so there will be no need to transport Russian gas in this direction via the GTS of Ukraine.

3. Construction of the Nord Stream-2 gas pipeline with a projected capacity of 55 bcma. At the same time, Russian gas, which is transported via the GTS of Ukraine, is intended mainly for consumers of the countries of Central, Eastern and Southern Europe and Turkey. The capacity of the NET and OPAL connecting pipelines is calculated on the capacity of the first stage of the North Stream. At present, there is not enough capacity in the EU to supply gas to these consumers from the north of Germany, where the end of the Nord Stream-2 is planned. So, in addition to the underwater part of the project, the construction of the ground part is required. In Europe, such a pipeline is an EUGAL (European Gas Pipeline Link) with a projected capacity of 55 bcma, included in the development plan for the German gas network for 2018–2028 [22]. The project is operated by Gascade Gastransport, owned by Gazprom and Wintershall through a joint venture WIGA, which will receive 50.5% of the project. The project also involves German Fluxys Deutschland, Gasunie Deutschland Transport Services and Ontras Gastransport, which own 16.5% each [23]. Although fully operational at EUGAL's capacity by 2021 at the earliest, Gazprom has previously booked in an open auction capacity that can replace up to 55 bcma of Ukrainian transit [24]. If North Stream-2 is delayed or not built at all, Gazprom will still have to pay the full price for the contracted volumes.

Competition between liquefied (LNG) and pipeline gas, pipeline routes to the European market, contradictions between importers and transit, transit and natural gas consumers was taken into account in the development of Ukrainian GTS loading forecasts. In addition, it was taken into account that

considerable damage was done to the resource base for the production of natural gas by the hybrid war with Russia. Ukraine lost deposits on the Black Sea shelf with potential production of natural gas up to 5 bcma, and the result of hostilities in the Donbass resulted in the curtailment of works on Yuzovskaya Area with the prospect of producing shale gas and tight gas. The forecasts of the Institute of General Energy of the National Academy of Sciences of Ukraine [16, 25] regarding own production and consumption of natural gas were used to predict the loading of the GTS of Ukraine (Table 7).

Table 7

**Forecast of natural gas production and consumption in Ukraine
(baseline) [16], bcma**

Indicator	2017, actual	2025	2030	2035	2040
Own production	20.5	24.5	27.4	32.3	37.2
Consumption	31.9	32.3	34.0	36.9	39.8
Need for imports	11.4*	7.8	6.6	4.6	2.6

** Additional import of 2.7 billion cubic metres was intended to be pumped into underground gas storage facilities.*

Therefore, only in the case of increasing the efficiency of the potential resources development with the working-out a special program at the state level, is it possible to increase the volume of natural gas production in 5–7 years ahead by 5 bcma.

Scenario 1 of the volumes of natural gas transit via the GTS of Ukraine (Table 8) was developed taking into account the baseline scenario for the development of the European gas market proposed in the forecasts of the Group of Experts on Gas of the European Commission [26]. The results of the study [27] were also taken into account, which considered the impact on the Ukrainian gas supply system of the volumes of liquefied natural gas available on the European gas market. At the same time, the forecast scenarios do not take into account the possibility of building new main gas pipelines (MGP) to Europe, for example, from Israel, which has such plans.

Thus, for scenario 1, Russian gas transit via the GTS of Ukraine will drop to 16 bcma by 2030, with a further increase to 53 bcma, which is associated with a fall in natural gas production in European countries. Given the expansion of alternative gas pipelines to European countries, transit via Ukraine's GTS will be much lower. However, if even one string of the Turkish Stream is put into operation by 2030, the GTS will be left without transit volumes. With the commissioning of North Stream-2 by 2025, when

EUGAL begins to operate, even Russian transit gas pipelines begin to compete for transit flows.

Table 8

Scenarios for natural gas transit via the GTS of Ukraine, bcm/a

Parameter	2017, actual	Scenario 1				Scenario 2			
		2025	2030	2035	2040	2025	2030	2035	2040
Gas consumption in European countries	553	506	485	494	518	482	414	435	412
Own gas production in European countries	258	233	218	217	203	263	218	214	197
Gas import, including	295	273	267	277	315	220	197	221	215
– LNG	63	74	80	88	95	66	68	67	65
– all existing MGP (without OAO Gazprom)	40	40	40	40	40	40	40	40	40
– TANAP	0	16	31	31	31	16	31	31	31
– export MGP from Russia , including:	192	143	116	118	149	98	58	83	78
– existing gas pipenes (OAO Gazprom)	102	102	102	96	96	90	53	73	64
– through the GTS of Ukraine	90	41	14	22	53	8	5	10	14
Transit to Moldova	3	2	2	2	0	2	2	0	0
Gas transit through the GTS of Ukraine	93	43	16	24	53	10	7	10	14
Transportation for own consumers	32	32	34	37	40	32	34	37	40
GTS loading of Ukraine	125	75	50	61	93	42	41	47	54
Gazprom gas pipelines under construction									
1 string of Turkish flow	–	-15	-15	-15	-15	-10	-7	-10	-14
Gas transit through the GTS of Ukraine	–	28	1	9	38	0	0	0	0
North Stream-2	–	-43	-16	-24	-53	-10	-7	-10	-14
Gas transit through the GTS of Ukraine	–	0	0	0	0	0	0	0	0
1 string of Turkish flow	–	-15	-5	-5	-10	-2	-2	-2	0
North Stream-2	–	-28	-11	-19	-43	-8	-5	-8	-14
Gas transit through the GTS of Ukraine	–	0	0	0	0	0	0	0	0

Scenario 2 was built taking into account the environmental scenario of gas consumption in Europe [26]. It is characterized by a significant reduction in gas consumption in Europe due to the widespread introduction

of renewable energy sources, the transit of Russian gas via the GTS of our country does not exceed 25 bcma in 2020, and remains at the level of 10–15 bcma (Table 8). If even one string of the Turkish Stream or the North Stream-2 is put into operation, by 2025 the Ukrainian GTS may remain without transit of Russian gas. In general, for the environmental scenario of gas consumption in Europe, the construction of these Russian gas pipelines in general is no longer economically feasible.

Thus, complete cessation of transportation through the GTS of Ukraine of Russian gas is likely enough after 2030 and it will have significant negative consequences.

1. Significantly reducing the budget revenues of Ukraine, Naftogaz's taxes for Russian gas transit operations amount to up to \$ 3 billion per annum.

2. The operation of the GTS in the current network structure with volumes less than 60 bcma is economically inefficient. The cost of gas transportation sharply increases with the reduction of the volume of useful work of the GTS and constant fixed costs [28]. For example, in 2016, when transit to Europe was 82 billion cubic metres, 30% of compressor stations with gas turbine units were in the waiting mode [29]. Unused production assets should be decommissioned. According to Ukrtransgas, for the next ten years approximately 400 km of gas pipelines can be abandoned.

At the same time, the peculiarity of the Ukrainian gas transportation system is that gas transit to other countries and its transportation to its own consumers is carried out by the same gas pipelines. For example, if the European TANAP project and the Turkish gas pipeline are put into operation, the Ukrainian route of the Trans-Balkan route will be left without transit volumes. But it is not possible to completely shut off the Southern Corridor gas pipelines as they supply gas to their own customers. The solution to the problem is the construction of pipelines-branches offshoot pipelines from the main gas pipelines of the Western Corridor, the creation of which, according to estimates of the Ministry of Energy of Ukraine requires up to \$ 2 billion [30].

3. If nuclear-coal power generation is maintained in Ukraine, the need for gas imports will decrease (Table 7), and will be covered enough by existing gas purchasing opportunities in Europe and supplying it via Slovakia and Poland (provided the construction of the Poland-Ukraine interconnector gas pipeline). With the increase in the share of renewable energy sources in the structure of generating mix and the rejection of coal generation in favor of gas, the need for natural gas imports will increase significantly. And stopping the transit of Russian gas via the Ukrainian GTS

will significantly complicate the purchase of natural gas for the needs of our country in Europe. Today, gas is purchased from European hubs, but physically Ukraine receives it under a replacement scheme, returning Russian gas that was transported to Slovakia. At the same time, Slovakia, with its large transit capacity, has no sources of additional natural gas entry. Gas for Ukraine from the Western direction to Slovakia may transit through the Czech Republic or Austria, while these countries are not transit countries; their gas networks are not designed to transport additional gas to other countries (Table 9, 10).

Table 9

Opportunities of the GTS of Slovakia for the transit of gas from the western direction to Ukraine on 01.01.2021, bcma [31]

	Technical capacity	Feasible capacity 2021
Lanzot Entry Point (Czech Republic)	55.1	15.7
Baumgarten Entry Point (Austria)	8.7	8.7
Own consumption of Slovakia *		5.0
Total		19.4

* In 2017 according to [32]

Table 10

Technical capacity of reverse gas supply to Ukraine from Europe, bcma [33]

Point of entry	The country through which deliveries are made	Technical capacity
Budintse	Slovakia	14.6
Begardarots	Hungary	7.1
Germanovichi	Poland	1.6 / 5.0*
Grebeniki	Romania through Moldova	1.5
Total		24.8 / 28.2

* Provided the construction of the first phase of the Poland-Ukraine interconnector

Therefore, the scenario related to the interruption of Russian gas transit through our country is critical and requires a fundamental change in the structure of the GTS. At the same time, even in the presence of transit of Russian gas in the amount of 40-60 bcma, modernization of the GTS of Ukraine with the change of its structure is necessary, since the useful life of its individual gas pipelines exceed 40 years. The timeline for the main gas pipeline modernization project is more than 2 years of preparatory work and 2–3 years of direct construction. However, these jobs are not possible without, first and foremost, political solutions to the problem of the gas pipeline packing, which are necessary for the efficient operation of transit gas volumes.

Studies show that a robust solution for the modernization of Ukraine's GTS is:

- re-equipment of underground gas storage in the Western region, which will provide gas storage services for the country of Eastern Europe;
- re-equipment and provision of reverse mode of compressor stations that connect to gas stations at the western border and those located at the intersection of the main gas pipelines, which will provide Ukrainian consumers with imported gas of any origin;
- construction of the Poland-Ukraine gas interconnector, which will allow to receive through the Polish territory additional volumes of natural gas, including from the terminal in Swinoujscie.

REFERENCES

1. Ukraine Sustainable Development Goals. Goal 7: Affordable and Clean Energy. URL: [//http://www.ua.undp.org/content/ukraine/en/home/sustainable-development-goals/goal-7-affordable-and-clean-energy.html](http://www.ua.undp.org/content/ukraine/en/home/sustainable-development-goals/goal-7-affordable-and-clean-energy.html)
2. The World Bank Data, Energy use (kg of oil equivalent per capita). URL: [//http://data.worldbank.org/indicator/EG.USE.PCAP.KG.OE](http://data.worldbank.org/indicator/EG.USE.PCAP.KG.OE)
3. The World Bank Data, Energy use (kg of oil equivalent) per \$1,000 GDP (constant 2011 PPP). URL: [//http://data.worldbank.org/indicator/EG.USE.PCAP.PP.KD](http://data.worldbank.org/indicator/EG.USE.PCAP.PP.KD).
4. V. Leontief et al. Study of the structure of the American economy. Moscow: State Statistical Publishing House, 1958. pp. 27–63 (in Russian).
5. Kuboniva M. et al. Mathematical Economics on a Personal Computer. Finance and statistics. Moscow. 1991, pp. 179–188 (in Russian).
6. Carter A. Structural changes in the US economy. Statistics. Moscow. 1974. pp. 150–191 (in Russian).
7. Eurostat Manual of Supply, Use and Input-Output Tables, 2008 edition, p.p. 447–534. URL: <http://europa.eu>.
8. Kulyk M.M. New models of equilibrium prices in the theory of intersectoral balance. Probl. zagal'n. energ. 2018, 1(52):12-23 (in Russian, English). URL: <https://doi.org/10.15407/pge2018.01.012>.
9. Bhardwaj, Amit & Singh Tung, Navpreet & Kamboj, Vikram. (2012). Unit Commitment in Power System: A Review. International Journal of Electrical and Power Engineering. 6. 51-57. 10.3923/ijepe.2012.51.57., 2012.
10. Poncela-Blanco, M. Spisto, A. Hrelja, N. Fulli, G.; Generation Adequacy methodologies review; doi: 10.2790/054903, 2016, 108 pages.
11. NuScale Power, LLC. URL: <https://www.nuscalepower.com/>
12. SMR LLC. URL: <https://smrllc.com/>

13. Projected Costs of Generating Electricity 2015 Edition. International Energy Agency, Nuclear Energy Agency, Organisation for Economic Co-operation and Development. 2015. URL: <https://www.iea.org/publications/freepublications/publication/ElecCost2015.pdf>
14. Nechaieva T.P. Model and structure of the long-term development of generating capacities of a power system with regard for the commissioning and decommissioning dynamics of capacities and changing their technical-and-economic indices. *Probl. zagal'n. energ.* 2018, 3(54):5-9 (in Ukrainian). URL: <https://doi.org/10.15407/pge2018.03.005>.
15. Bilan T.R. A balance-optimization model for determining the volume of coal production and import with regard for the influence of reconstruction and modernization on the technical and economic characteristics of functioning of coal mining enterprises. *Probl. zagal'n. energ.* 2017, 4(51):15-22 (in Ukrainian). URL: <https://doi.org/10.15407/pge2017.04.015>.
16. Kulik MM, Gorbulin VP, Kirilenko OV. Conceptual approaches to energy development of Ukraine (analytical materials). Institute of General Energy, NAS of Ukraine, 2017. 78 p. (in Ukrainian).
17. Makarov V.M., Perov M.O. Assessment of the state of coal industry in the temporarily occupied territories of Donbas. *Probl. zagal'n. energ.* 2018, 3(54):5-14 (in Ukrainian). URL: <https://doi.org/10.15407/pge2018.03.016>.
18. Leshchenko I.Ch. A system of mathematical models for studying the prospects of functioning and development of gas industry under current conditions. *Probl. zagal'n. energ.* 2017, 3(50):5-14 (in Ukrainian). URL: <https://doi.org/10.15407/pge2017.03.005>.
19. Russia has completed the construction of the offshore part of the Turkish Stream. 11/19/2018 The site is LigaBusiness. URL: <https://biz.liga.net/ekonomika/tek/novosti/rossiya-zakonchila-stroitelstvo-morskoy-chasti-turetskogo-potoka>. (in Russian).
20. Web-site IGI-Poseidon URL: <http://igi-poseidon.com>.
21. Web-site The World Bank URL: <http://projects.worldbank.org/P157416/?lang=en&tab=details/>
22. Web-site Eugal. URL: <https://www.eugal.de/en/eugal-pipeline/project-phases/>
23. The EUGAL gas pipeline is included in the development plan for the German gas transmission network for 2018-2028. Website Neftegaz.RU. 02/13/2018 (in Russian). URL: <https://neftegaz.ru/news/view/169100-Gazoprovod-EUGAL-vklyuchen-v-plan-razvitiya-gazotransportnoy-seti-Germanii-na-2018-2028-gg/>
24. We say EUGAL, we mean "North Stream-2". Deutsche Welle website. URL: <https://www.dw.com/ru/говорим-eugal-подразумеваем-северный-поток-2/a-42274788>.

25. Yeger D.O., Leshchenko I.Ch., Grishanenko V.P. Problems and prospects for the stabilization and growth of natural gas production in Ukraine. Probl. zagal'n. energ. 2019, 1(56):4-11 (in Ukrainian). URL: <https://doi.org/10.15407/pge2019.01.004>.
26. Széles Z. EU natural gas demand and supply // Group of Experts on Gas Fourth Session. European Commission DG Energy, B2 27 March 2017, Geneva. URL: https://www.unece.org/fileadmin/DAM/energy/se/pdfs/nat_gas/geg/geg4_March2017/Item_4_-_Szeles_EU_demand_supplyWeb.pdf.
27. Future European Gas Transmission Bottlenecks in Differing Supply and Demand Scenarios / Petrovich B, Rogers H., Hecking H., Schulte S., Weiser F. Oxford Institute for Energy Studies & ewi Energy Research and Scenarios: NG 119. June 2017. 38 p.
28. Leshchenko I.Ch. Problems and prospects for the stabilization and growth of natural gas production in Ukraine. Probl. zagal'n. energ. 2013, 4(35):24-32 (in Ukrainian). URL:
29. Eremenko A. Creating a Gas Market: Imitation or Reality? The mirror of the week. 2016. № 40 (in Ukrainian). URL: http://gazeta.dt.ua/energy_market/stvorennya-rinku-gazu-imitaciya-chi-realnist-.html/.
30. Studentnikova G. Problem-2019. The Ukrainian authorities are preparing to end the transit of Russian gas. Site Stran.ua from 13.06.2017 (in Russian). URL: <https://strana.ua/articles/analysis/74433-truba.html>.
31. Web-site Eustream. URL: <https://tis.eustream.sk/TisWeb/#/?nav=bd.cap>.
32. Web-site Knoema. URL: <https://knoema.ru/atlas/>.
33. Web-site Ukrtransgaz NJSC Naftogaz of Ukraine (in Ukrainian). URL: <http://utg.ua/utg/business-info/capacities.html>.

THE RESEARCH OF THE DYNAMICS OF THE ANNUAL GROSS PRIMARY PRODUCTIVITY IN UKRAINE DURING 2000-2010 YEARS

V.I. Lyalko, A.I. Sakhatsky, G.M. Zholobak, A.A. Apostolov,
L.O. Elistratova
Scientific Centre for Aerospace Research of the Earth, Institute of
Geological Sciences, National Academy of Sciences of Ukraine

INTRODUCTION

One of the most effective indicators of agricultural production and ecological state of the territory for evaluation of food security and water availability are parameters of gross primary productivity (GPP) and net primary productivity (NPP) of vegetation cover. In order to study this issue in CASRE IGN NASU the study of the dynamics and the overall amount of CO₂ absorption within the different classes of vegetation, including major crops in some regions of Ukraine, have been started using satellite data [1]. The data of the standard product MOD17 (project MODIS), which is specifically designed for monitoring of the vegetation growth within the entire terrestrial surface of the Earth, were the source of the data. The indicators of GPP and NPP are delivered from the Terra and Aqua satellites in near real time since the beginning of 2000 and now are widely used in a variety of projects on landscape ecological analysis and modeling of the dynamics of vegetation state taking into account changing of environmental conditions [2, 3]. In Ukraine, these product, besides using for agro production aspect, have been applied for assessing the correlation between GPP and NPP parameters and different growing indicators of the forest formations of West Polissya and climatic factors [4] and for assessing uncertainties of evaluation of productivity of the vegetation cover and formation of carbon cycle. The case studies were Lviv, Volyn, Rivne and Zhytomyr regions [5]. So far as the area of Ukraine ranks second in Europe and is characterized by high natural resources potential, then having a modern satellite data from MOD17 A3 with the annual estimates of GPP and NPP, it is important to examine how the observed effect of a variety of environmental conditions influence the overall vegetation productivity of the country.

The purpose of this article is to evaluate the variability of annual average parameters of GPP from MOD17 A3 data during 2000-2010 within all administrative regions of Ukraine.

METHOD

The MOD17 product data is freely available and have been received through the website Numerical Terradynamic Simulation Group. To calculate the GPP and NPP within administrative regions the pixels MOD17 A3 product was transformed into the coordinate system WGS 84 and combined with the contours of the oblasts that form one of the layers of digital topographic maps of Ukraine. It makes possible to provide for evaluation GPP and NPP only those pixels (1×1 km), which are confined to the territory of each individual region. Moreover, pixels that are covered by mask of MOD17 A3 product (settlements, water) are not taken into account for the determination of the total value and the specific value of GPP and NPP of the region. Specifically, on fig. 1, as an example, different colors shows the distribution of total annual GPP values for the central, southern and eastern regions of Ukraine for 2010 according to product MOD17 A3. Right side on the fig. 1 shows the selection for the Dnepropetrovsk region. White pixels are actually reflecting the mask of MOD17 A3 product and these pixels are discarded in the calculations.

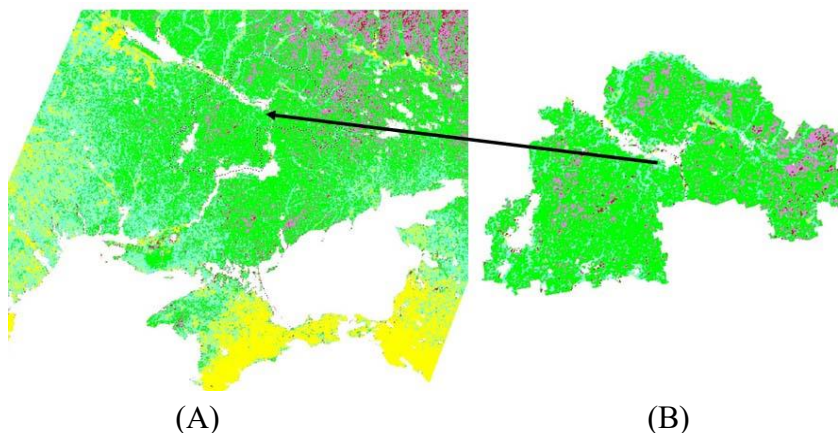


Fig. 1. Annual total GPP values of the vegetation cover for the central, southern and eastern regions of Ukraine for 2010 according to MOD17 A3 product (A). The selected fragment (right) - the territory of the Dnipro region (B): Annual GPP value of $C \text{ kg} / \text{m}^2$: brown - less than 0.4; violet: 0.4-0.55; Green: 0.55-0.7; aquamarine - 0.7-0.9, yellow - more than 0.9; white - mask of the MOD17 A3 product (water, settlements).

Based on these satellite data, the specific annual value of gross primary productivity (total per year and average for pixel of the region) for the

estimated area of each region have been calculated. The total GPP for region formed as a result of carbon sequestration by vegetation cover per year within the studied administrative units (oblasts) of Ukraine.

RESULTS

For simplification of the analysis, the first attempt of comparison has been made for geographically closely related regions. In particular, it was used the division of Ukraine on 5 parts: west, north, east, south and center (fig. 2), which was done by experts from Ukrainian Hydrometeorological Institute to identify and to take into account the possible regional differences in changes of climate characteristics [6].



Fig. 2. Division of Ukraine territory for 5 parts with regional centers indicating [6].

According to authors [6], the zoning uses following parameters: similarity of physical and geographic conditions, uniformity of climate factors, relative homogeneity of climatic fields of temperature and precipitation and administrative division of the territory. The last factor is taken into account to adapt the research data for strategic planning and development of farming regions.

The calculated specific annual values of GPP from the MOD 17 A3 data within each region were united into groups according to the map shown in fig. 2. For easement of the analysis the graphs of inter annual fluctuations of the specific GPP values have been done (fig. 3, 4).

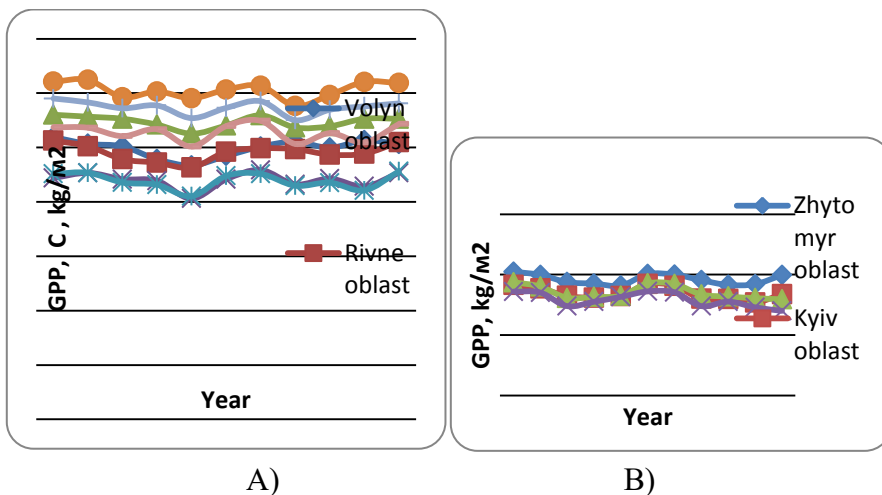


Fig. 3. The specific annual values of GPP of western (A) and northern (B) regions of Ukraine.

On the fig. 3 (A), which displays inter annual fluctuations of the specific values of GPP of Western Ukraine, it is clearly visible the two pairs of areas which are almost identical to the dynamics of the specific annual GPP values throughout the observation period (2000-2010.). For Ternopil and Khmelnytskyi oblasts the specific annual GPP values are from 0.81 up to 0,917 kg C / m^2 and for Rivne and Volyn oblasts ones are from 0.926 up to 1,038 kg C / m^2 .

The other four western regions are characterized by the specific annual value of GPP with more than 1 kg /m^2 and a relatively minor differences. In particular, Bukovina, Lviv, Carpathian and Transcarpathia regions, mentioned in ascending order of the parameters of the annual gross primary productivity, differ among themselves: each region has the specific annual value of GPP approximately 0.05 kg C/m^2 higher than the previous one. As shown on the graphs of fig. 3 A, the specific annual values of GPP of western regions have appearance of slightly wavy lines. They are not inherent significant inter annual fluctuations.

This form of lines of the dynamics of the specific annual values of GPP is peculiar for northern regions also (Fig. 3, B). It should be noted that among the regions of northern Ukraine, the Zhytomyr oblast is differ, it has highest rates. At the same time, Kyiv, Chernihiv and Sumy regions similar to each other both the specific annual values of GPP and the trajectory of lines of inter annual changes.

Unlike the northern and western regions the dynamics of the specific annual values of GPP for the other administrative oblasts of Ukraine looks as polylines with depressions and elevations, and the largest specific annual

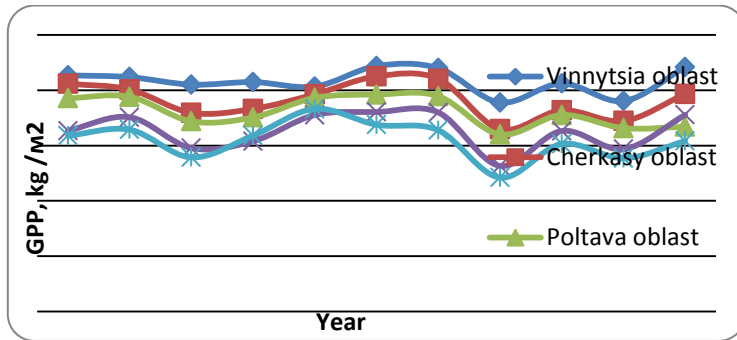
values of gross primary productivity in any area for eleven years analyzed not exceeding $0,887 \text{ kg C / m}^2$ (fig. 4). Among the central regions, the Vinnitsa oblast has been marked by the highest rates of GPP. It has not experienced a significant reduction in gross productivity in arid 2002. All other regions of Ukraine have at least two depressions - distinct periods of GPP reduce - in 2002 and 2007. Most clearly, these depressions observed in the graphs of GPP change for eastern regions, where it is no difference virtually between individual regions: all three administrative units of the east Ukraine show almost identical configuration of lines of the specific annual values of GPP dynamics for the period 2000-2010. (fig. 4, B). Still, the decrease of GPP was more significant for all regions in 2007, when the nature of Ukraine suffered from severe drought. Then the lowest specific annual values of GPP were observed for Mykolaiv, Kherson, Zaporozhye and Dnepropetrovsk regions and ranged $0,476\text{-}0,491 \text{ kg C / m}^2$. The GPP values were almost two times lower than similar this year obtained for the western regions of Ukraine (without Ternopil and Khmelnytsky oblasts).

For central and southern regions, it was found some decrease of GPP also in 2009, when compared with the 2008 and 2010, but it did not reach such low values as in 2007 (fluctuations between $0,554$ and $0,668 \text{ kg C / m}^2$).

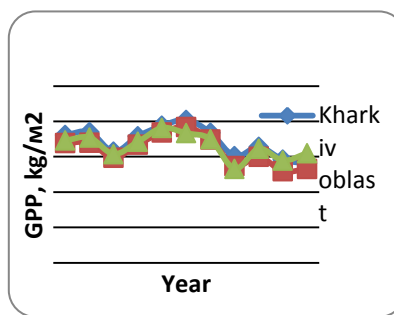
The most expressive "zigzags" can be seen on the lines of the dynamics of GPP values for southern regions (fig. 4, B). During the years with sufficient water, the administrative units of Ukraine demonstrate good gross primary productivity (eg Odessa region in 2004 and 2010 reached GPP values respectively $0,821$ and $0,859 \text{ kg C / m}^2$), but under the lack of moisture, the GPP values significantly decreased. Actually, the southern region responded with GPP decline also in 2003, when there was observed dry phenomena.

If all regions of Ukraine bring together on the dynamics of gross primary productivity, we get a consolidated schedule of inter annual fluctuations of GPP values (fig. 5). The following three groups of regions can be identified using this graph (fig. 5).

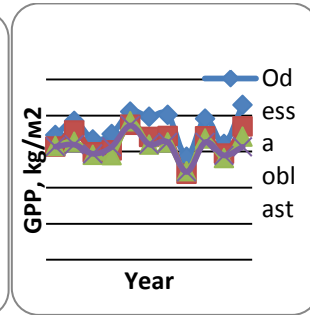
The first group comprises the oblasts, which lines of the GPP dynamics based at the top of the figure, indicating a relatively high value of the GPP (more than $0,9 \text{ kg C / m}^2$, or about 1 kg C / m^2 and a little bit greater than this value). However, their GPP fluctuations from year to year is relatively small. This group includes most of the western regions (Transcarpathia, Carpathians, Bukovina, Lviv, Volyn, Rivne regions) and northern Zhytomyr region.



(A)



(B)



(C)

Fig. 4. The specific annual values of GPP for central (A), eastern (B) and southern (C) oblasts of Ukraine.

The second group consists of area with average the specific annual GPP values, ranging between 0,659 kg C / m² in Cherkasy oblast in 2007 to 0,927 kg C / m² in Chernihiv oblast in 2005. This is so-called team group because it covers two western regions - Ternopil and Khmelnytsky, two central ones - Vinnytsia and Cherkasy and three north ones - Kyiv, Chernihiv and Sumy regions. From 2000 to 2004 the average value GPP of this group not exposed to significant fluctuations, except in Sumy oblast in 2002, there is some decrease of this indicator. After 2004, the sharp variability of annual GPP values can be seen also on the lines of the dynamics for Kiev and Vinnitsa region except Sumy region. In 2004 almost all these areas show the same rate of GPP (0.816-0.824 kg C/m²). So, at summary charts a sort of "hub" is formed. The Cherkasy oblast with its average value of GPP in 2004 (0.785 kg C / m²) is slightly below this "hub". The line of GPP dynamics of this oblast is a kind of boundary line separating the second group from other remaining administrative units with relatively lower value of GPP.

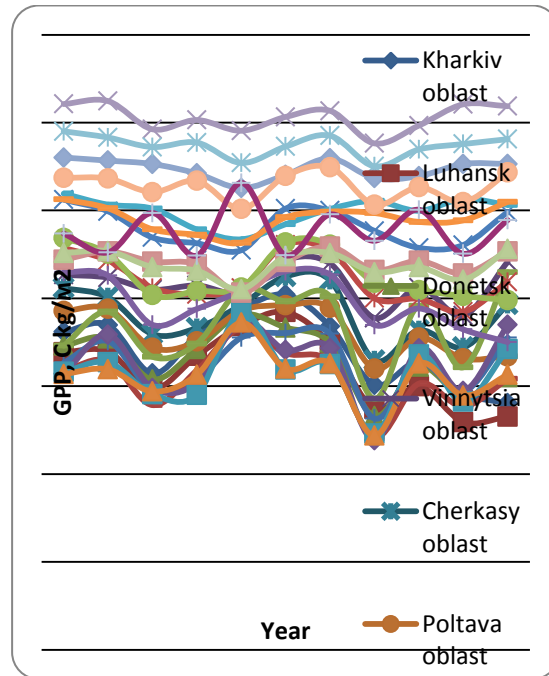


Fig. 5. The specific annual values of GPP of regions of Ukraine and Crimea.

The third group, which graphics are below the GPP of Cherkasy region, has moderate value of GPP, which usually does not exceed 0.8 kg C / m^2 and range from $0,487 \text{ kg C / m}^2$ in Zaporizhia oblast in 2007 to $0,808 \text{ kg C / m}^2$ in Kharkiv oblast in 2005. This is the largest group, which includes the southern, eastern oblast and even three central oblast - Dnipropetrovsk, Kirovohrad and Poltava oblast (total - ten administrative units). The lines of the GPP dynamics of these oblasts have a distinct form of broken curve throughout the observation period, indicating a clear dependence of gross primary productivity of vegetation cover of this part of Ukraine on water resources during the growing season. With a lack of moisture the indicators of GPP fall in years with drought (2002, 2003, 2007), and in good years (2001, 2004, 2008) - are increasing. The largest range of fluctuations of GPP is observed for Odessa oblast (from $0,571 \text{ kg C/m}^2$ in 2007 up to $0,859 \text{ kg C/m}^2$ in 2010), and the graph clearly shows that in 2004-2006, 2008 and in 2010 the GPP values of Odessa region exceed the values inherent for other oblasts of this group, and even cross the line of the GPP dynamics for Cherkasy region from the second group.

Of particular note is the behavior of the specific annual values of GPP within Crimea region. Only in 2003 and 2005 the figures of GPP is let down slightly below the 0.9 kg C / m^2 (respectively $0,897$ and $0,898 \text{ kg C / m}^2$). In

other years the GPP values are in the same part of the picture, where the line of the dynamics of GPP for the majority of the western regions.

However, while the majority values of GPP of this territory are belong to the first group of regions, but because of the steppe ecosystem, it is very sensitive to weather conditions and the line of the dynamics of GPP has a zigzag form.

The above described variations of GPP are shown on map of Ukraine (fig. 6).



Fig. 6. Division of the territory of Ukraine in accordance with the regional specific annual values of GPP for 2000-2010. 1 - high- productive, 2 - normally productive, 3 - Crimea, highly variable and high- productive, white background - moderately productive part of the territory of Ukraine.

When comparing figures 2 and 6, it should be noted the mismatch of Ukraine geographically administrative division with its different parts taking into account the productivity of vegetation cover. In particular, high-productivity part is formed by western regions (except Ternopil and Khmelnytsky) and northern one - Zhytomyr region. Practically, most of the Podillya part (Ternopil, Khmelnytsky and Vinnytsya oblasts) with the rest of northern oblasts and central Cherkasy oblast are normally a productive part of the territory of Ukraine. Others administrative regions (three central oblasts - Poltava, Kropivnytsky, Dnipro oblasts and all eastern and southern ones without Crimea) are moderately productive part of the state. Separately the territory of Crimea is allocated, due to features of GPP, which are discussed above.

DISCUSSION

Thus, we found that according to the MOD17 data the specific annual GPP values for regions of Ukraine for 11 years range from 0,487 kg C / m²

in Zaporizhia oblast in 2007 up to 1.25 kg C / m² in Transcarpathia region in 2001. To compare the GPP values in Ukraine with those obtained using the same product, we have used the publication Zhao M. et al. [7] where annual gross primary productivity for various types of terrestrial surface of the Earth had been considered and averaged over three years (2001-2003). In this publication, it is reported that, for agricultural land and for closed shrubs, the specific annual GPP values respectively are about 721 and 868 g C / m², for mixed forests - 1125 g C / m² and deciduous broadleaf forests - 1366 g C / m².

For unconsolidated shrubs and pastures, the GPP values below 400 g C / m² are typical.

Since, for most of the territory of Ukraine, the specific annual GPP values are between 0.6 – 1.0 kg C/m², it indicates the predominance of agricultural landscapes and shrub vegetation. Therefore, the determined values for Ukraine are consistent with reality, because we know, that agricultural lands in Ukraine occupied about 69% of the total land area [8]. Areas, where the GPP values exceed 1 kg C / m², comply forested areas of the country.

The constructed our map (fig. 6) has similarity to map of distribution of the average length of the growing season for the period 1961-1990 (fig. 7), compiled by experts of the Institute of Economics and Forecasting of NASU in cooperation with the International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA) [9]. In particular, they have executed research of land potential of Ukraine using agro-ecological zoning methodology (AEZ), which allows to quantify the productivity of different types of soil for various crops and systems of production. In frames of this study, the map of spatial distribution of length of growing period for the whole territory of Ukraine have been compiled (fig. 7). For the map creation, the average climate data including spatial distribution of rainfall and amount of the active temperatures for period 1961-1990 have been used.

As the authors note, the western and northwestern regions, almost all Zhytomyr and Kyiv regions, are characterized by an longest growing season, which is **favorable** for agriculture - 210-240 days and more, taking onto account temperature and water condition (soil moisture). However, most of the country is characterized by favorable growing season, which lasts about 120-150 days. The lowest favorable growing season (90-120 days) occupy wide strip from southeast of Odessa region, then pass through Nikolaev and Kherson oblasts further to east. In the east it covers all the Donetsk and Lugansk regions.

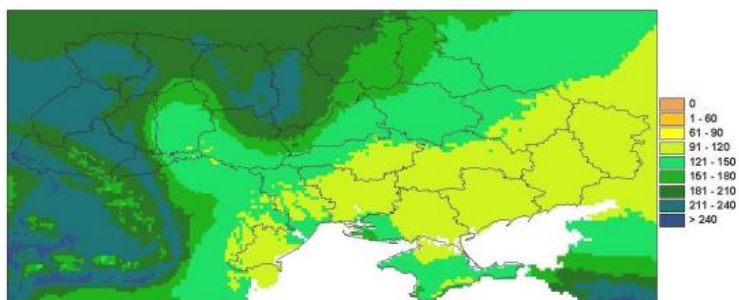


Fig. 7. The map of distribution of the average length of growing season (days) for the period 1961-1990 [9].

As you can see, the regions with long growing season almost comply to highly productive part of the territory of Ukraine, except Kyiv and Ternopil regions. These two oblasts in the XXI century according to the GPP values form the regions with normal capacity corresponding to the length of the growing period of 120-150 days. At the same time, Poltava and Kharkiv oblasts, based on the GPP from MOD17 data, show greater similarity with steppe regions of Ukraine, where the length of the growing season within 90-120 days. Therefore, when comparing fig. 6 and 7, you can see both the similarities between common configuration parts of Ukraine concerning the division of the territory into three parts, according the gross primary productivity and the duration of growing season, and some differences in the size of some of these parts.

The resulting similarity can be justified by the known fact, that the major environmental factor, that explain the differences between ecosystems concerning the assimilation of carbon, is the length of time during which the suitable conditions for photosynthesis are observed. These conditions also include soil resources (water, nutrients) which are available for the formation and operation of leaf area of vegetation in a given ecosystem [10].

The differences, primarily, related to a different time period, which was taken for analysis: Mishchenko N.M., Gumenyuk K.V. [9] made it for the period 1961-1990. And our research of the GPP values on the MOD17 data is concerning the latest period - 2000-2010. In addition, our studies were conducted at the regional level, but if research would be carried out at level of districts, we could get a more detailed map of the variability of productivity.

CONCLUSIONS

Thus, based on the analysis of the dynamics of the specific annual GPP values of regional administrative units of Ukraine for 11 years, you can make such conclusions:

1. The magnitude of the primary gross productivity of Ukraine's territory is divided into three parts:
 - 1.1. highly productive with the specific annual GPP values within 0.9 to 1.25 kg C / m²;
 - 1.2. normally productive with the specific annual GPP values in the range 0.7 C - 0.9 kg / m²;
 - 1.3. moderately productive with the specific annual GPP values from 0.5 up to 0.85 kg C / m².
2. Highly productive regions unlike others have less inter annual variability of the GPP indices, except Crimea. However, moderate and normal productive parts of Ukraine show relatively large inter annual fluctuations of the GPP values. This is especially true for the southern and eastern regions.

To evaluate values of primary productivity, which are characterizing the level of absorption of carbon dioxide by vegetation cover, it should be studied the variability of net primary productivity (NPP). The NPP values are formed on the basis of calculations taking into account the measurements of organic respiration of producers themselves. This study is planned for the following stages of works.

This publication contains the results of studies conducted with grant support of the State Fund for Fundamental Research of Ukraine on competitive projects N F64 / 252015 and N F64/20-2016, and also under support of the Innovation Center NAS of Ukraine.

REFERENCES

1. Сахацький О. І., Жолобак Г. М. Дослідження валової первинної продуктивності основних сільськогосподарських культур центральних та південних областей України з використанням супутникового продукту MOD17 // Доповіді НАНУ. – 2015, №10.– С.40-48.
2. Zhao M., Running S., Heinsch F.A., Nemani R.R. MODIS-Derived Terrestrial Primary Production In: Land Remote Sensing and Global Environmental Change: NASA's Earth Observing System and the Science of ASTER and MODIS – Springer Science+BusinessMedia,LLC.– 2011 – P. 635-660.

3. Pan S., Tian H., Dangal S. R. S. et al., Modeling and Monitoring Terrestrial Primary Production in a Changing Global Environment: Toward a Multiscale Synthesis of Observation and Simulation // *Advances in Meteorology*.—V. 2014, Article ID 965936, 17 p.— 2014. Режим доступу <http://www.hindawi.com/journals/amete/2014/965936/cta/>
4. Мовчан Д.М. Оцінка динаміки параметрів лісового покриву на території України (Західне Полісся) на основі даних дистанційного зондування. // *Космічна наука і технологія*. – 2013, Т. 19, № 4. – С. 29–43.
5. Костюченко Ю.В., Мовчан Д.М., Артеменко І.Г., Білоус Ю.Г. Оцінка невизначеностей при визначенні продуктивності рослинного покриву та формуванні вуглецевого балансу територій за даними ДЗЗ // *Геоінформатика*. – 2013, №3. – С. 67-75.
6. Звіт про науково-дослідну роботу “Розроблення сценаріїв зміни кліматичних умов в Україні на середньо- та довгострокову перспективу з використанням даних глобальних та регіональних моделей” – К., 2013.– Режим доступу <http://uhmi.org.ua/project/rvndr/climate.pdf>
7. Zhao M. S., Heinsch F. A., Nemani R. R., Running S. W. Improvements of the MODIS terrestrial gross and net primary production global data set // *Remote Sensing of Environment* 2005.– V. 95 N 2– P. 164–176.
8. Екологічні проблеми землеробства / І.Д. Примак, Ю.П. Манько, Н.М.Рідей [та ін.]; За ред..І.Д.Примака.– К.: Центр учбової літератури, 2010.– 456 с.
9. Міщенко Н. М., Гуменюк К. В. Оцінка потенціалу сільськогосподарських земель України за методологією агроекологічного зонування ФАО / *Економіка і прогнозування*. - 2006. - № 4. - С. 55-75.
10. Chapin, F. Stuart (Francis Stuart), III *Principles of terrestrial ecosystem ecology* / F. Stuart Chapin III, Pamela A. Matson, Harold A. Mooney. – New York : Springer-Verlag – 2002 – 392 s.

INTEGRATED WATER POLLUTION RISK ASSESSMENT USING SATELLITE DATA IN FRAMEWORK OF MULTI-MODEL APPROACH

V. Lyalko, Yu. Kostyuchenko, M. Yuschenko, I. Artemenko,
I. Kopachevsky

Scientific Centre for Aerospace Research of the Earth, Institute of
Geological Sciences, National Academy of Sciences of Ukraine

Keywords: water quality, hydro-ecology, socio-ecological risk, satellite observation, multi-model approach

INTRODUCTION: WATER QUALITY ASSESSMENT IN THE CONTEXT OF RESOURCES MANAGEMENT

Modern development of applied mathematics and computational methods allows to formulate and solve new problems in mechanical and civil engineering, first of all tasks in the field of control and decision theory including tasks, aimed to risk management and security control. New types of data and new monitoring instrument can be harnessed, more wide areas of human activity and life may be analyzed. Since innovative technologies should serve to increasing of life quality, applied computing approaches in engineering directed to risk assessment toward disaster threats is important task.

Water pollution is one of the biggest environmental problems, as well as linked with it soil and air pollution. Nitrate is among the most common and widespread pollutants in surface water and groundwater. Diffuse pollution through soils and air from agricultural activities and livestock are the main sources of increased nitrate concentrations in groundwater and surface water bodies [1]. Nitrogen is a vital nutrient to enhance plant growth, which has motivated intensive use of nitrogen-based fertilizers to boost up the crop production. But increased fertilizer use also has social and environmental costs. The fertilizers deteriorate the water quality inducing economical and ecological problems. In the last century automation of agriculture and the introduction of high yield crops has raised the use of fertilizers, increasing nitrate concentration in groundwater.

In some cases, when through the natural and artificial circumstances the nitrogen application exceeds demand and the denitrification capacity of the soil, nitrogen can leach to the water, usually as nitrate.

The nitrogen average fertilizer use in Europe is 70 kg/ha [2]. In some regions with intensive irrigation the water bodies reach nitrate concentrations between 50-100 mg/l [3]. The monitoring studies in Ukraine indicate that about 50% of groundwater suffers nitrates concentration over 50 mg/l, and 70% over 25 mg/l. Nitrogen from agricultural sources accounts for from 50 to 80% of the nitrates entering Europe's water [1].

Therefore the assessment of water pollution and water quality is an urgent task of socio-ecological security. In this task, from viewpoint of applied mathematics, the situation of uncontrolled uncertainty is frequent.

It is quite easy to control one selected parameter with required accuracy. But, if we need control large set of spatially distributed parameters on the long time intervals, the uncertainties – both aleatorical and epistemical - are increasing critically. This is a typical situation for water quality analysis, where wide range of parameters should be controlled simultaneously. In this situation the decision making and risk analysis are complicated problems [4].

There are few methods of uncertainty control, including uncertainties, generating by complex multi-physics systems [5]. But also may be formulated task about using the soft computing method for assessment of risk with limited set of parameters. In such cases we can reduce a number of controlled variables without neglecting the systems processes, drivers and feedbacks.

This approach should include formulation of correct methodology, method of variables selection, indicators selection method, and method of risk assessment with limited set of parameters.

This chapter is dedicated to assessment of water pollution risk and water quality analysis using data of satellite observation of water bodies, soil cover and air pollutant transfer in wide context of robust resource management.

In this context the proposed approach is aimed to the assessment of the volume of accessible water resources among the available. Differences between these two volumes determines by pollutions. On the next stage of research the volume of the utilizable water resources should be assessed. Utilizable resources volume depends of technologies applied to water consumption.

METHODOLOGY: A MULTI-MODEL APPROACH

How to estimate risks using the limited set of parameters derived from different sources with different drivers, scales and nature?

First of all, we need consider the problem of the models application to selection of the optimal set of remote sensing indicators in risk assessment tasks [6, 7].

At the initial stage the process of forecast generation should be based on the set of initial assumptions, captured in a vector x ($x = (x^1, x^2, \dots, x^s)$). These could be a priori assumptions, observed or measured values.

The further step is the modeling: model recalculation these values into a group of core hydrological, bio-physical, and climatological series (with $F(x, \varepsilon, y) = 0$, $(x, \varepsilon) \rightarrow y$), collected in a vector y . next, basing on the information from the pair (x, y) , we calculate values for a list of parameters, grouped into what referred as the vector of satellite indicators based models: $z = (z^1, z^2, \dots, z^s)$ (with $z^s = g^s(x, y)$, $(x, y) \rightarrow z^s$).

As the result of the integrated modeling we gets parameters summarized in the triplet (x, y, z) . This combined vector is a starting point for the modeling of socio-economic, socio-ecological and risk parameters (fig. 1).

Usually, we consider a group of S satellite data based models, labeled $s \in \{1, 2, \dots, s\}$. Each of these equations is such that the endogenous variables z^s can be obtained as an explicit mapping of the core variables $z^s = g^s(x, y)$.

Therefore the satellite model might be conceptually presented by time-series of (x, y, z) , which will determine the behavior of z_t^s , with a residual term μ_t^s :

$$z_t^s = f(x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-L}, y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-L}, z_{t-T}^s, \mu_t^s). \quad (1)$$

As z_t^s is the only variable on the left-hand side of the equation, the relationship is unidirectional: from (x, y) to z . This simple time-series satellite data based model formally also allows for no interactions with other satellite variables nor any feedback between z_t^s and the core assumptions in (x, y) [8], so we can use both methodology utilizing as separate as well interlinked indicators.

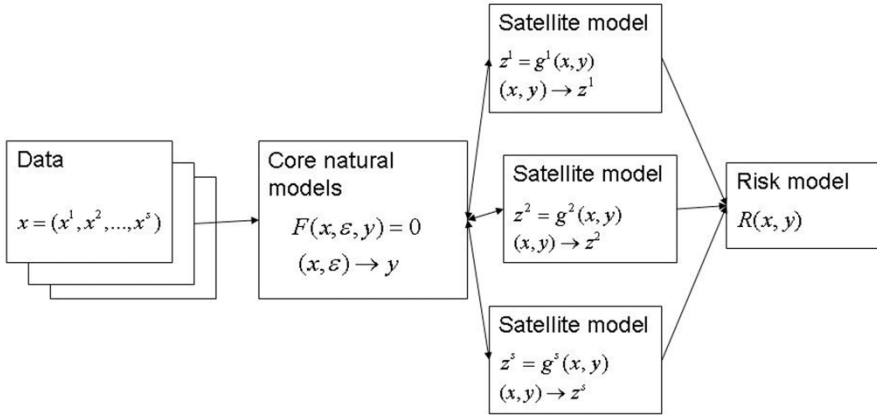


Fig.1. Multi-model approach to socio-ecological risks assessment

Traditional time-series models such as autoregressive moving average models are good examples of satellite data based models. This representation may include, for example, autoregressive lags and/or moving average components. A number of standard methodologies (for example, Box-Jenkins method, or nonlinear autoregressive exogenous model) are followed to find the most usable model of the data-generating process for a given risk metric Z_t :

$$Z_t = c + \sum_{l=0}^N \beta_l X_{t-l} + \sum_{l=0}^P \rho_l Y_{t-l} + \sum_{l=1}^L \partial_l Z_{t-l} + \sum_{k=0}^K \theta_k \varepsilon_{t-k}, \quad (2)$$

where Z_t is a satellite variable, X_t is a row vector of initial exogenous core variables, Y_t is a row vector of the layer of core parameters series, and ε_t is the value of the stochastic error term. The parameters c, β, ρ, ∂ are unknown and should be estimated.

However, including autoregressive terms in the model often results in a muted impact of core drivers on a target variable. Thus, it is a common and recommended practice is to exclude autoregressive terms from the supplementary variable equations [9]. Therefore, depending of risk metric Z_t and of type of supplementary variable may be applied different form of

equation (2). For example, for analysis of climate related risk an approach based on copulas utilization may be used [10].

A key aspect of satellite model development is variable selection to identify which core drivers best explain the dynamic behavior of the studied socio-ecological risk variable [11]. In accordance with modern principles of Earth sciences, our approach toward variable selection is based on a combination of ecology, climatology, hydrogeology, hydrology, and geostatistics as consideration of the statistical properties of the estimated model [12].

Models built using pure data-mining techniques or principles such as machine learning, neural network, etc., though they may fit the existing data well, are more likely to fail in a changing external environment because they lack theoretical underpinnings. The best analytical and prediction models employ a combination of statistical rigor with physical principles [10]. Hence, our models combine geo-ecological models with statistical optimization (fig. 2). Models built this way have an additional benefit of ease of interpretation.

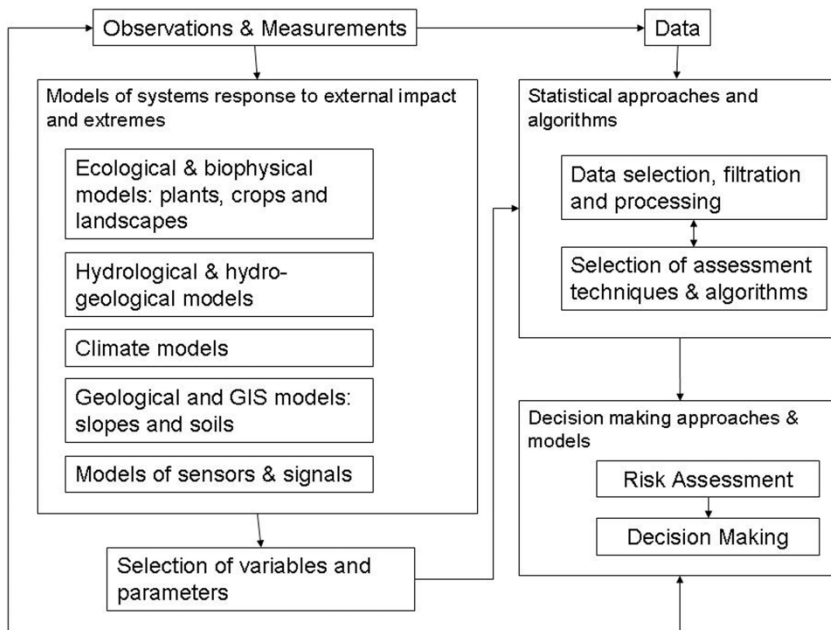


Fig.2. Data utilization in framework of multi-modeling approach for socio-ecological risks assessment

The satellite model development process consists of selecting optimal exogenous drivers X_t , Y_t in equation (2) from a set of potential drivers. Once the final model is selected and estimated, the conditional dynamic

forecasts of Z_t are generated given the sets of final parameter estimates and the forecasts of the core variables from the first stage (figure 2). The final step is to validate the final model in and out of sample.

The procedure of selecting optimal drivers is the following. Potential drivers are identified based on relevant theory and ensuring with calibration measurements or a priori assumptions. This ensures that we obtain the most robust and predictive model available from the tested variables. To avoid model over-fitting, uncorrelated core drivers are preferably selected. The selected drivers should be significant at a conventional level and have the analyzed parameters of distribution. To obtain a required distribution a regularization procedure should be applied [12]. The final models selected by the search procedure are reviewed for consistency with initial assumptions.

So, the problem is the selection of variables for each model type $(x, \varepsilon) \rightarrow y$, the search of the relevant type of formal relationship $(x, y) \rightarrow z^s$ between the physical and observable variable parameter, and development of the total distribution for each type of risk investigated (2). There also should be separately considered the problem of regularization of initial distributions of variables [12].

After we obtain distributions of parameters that determine the state of the system, we need to estimate the distribution of risk and make the management decisions.

MODELS OF RISK ASSESSMENT AND DECISION SUPPORT

Basing on the obtained sets of indicators, the methodology of risk assessment, based on the optimal decisions can be proposed (Ermoliev et al, 2012).

In the framework of task of risk assessment and risk management, as opposed to the classic example of the resource management, reducing or non-increasing of losses should be used as quantitative characteristics. Variables that affect the characteristics of the management system (or decision-making system) can be or we can influence (controlled) and independent from our influence (unmanageable). Thus, the controlled variables are the parameters of decision-making under the influence of information (input data) on the behavior of unmanageable variables. Analysis of the effectiveness of full process of collecting, processing, interpretation of information about the system studied, decision making, analysis of system's response to decisions may be considered as part of the "information – response" formalization.

Such formalization can be made as follows [13]: define as $I(x,y,z)$ (presumably stochastic) information obtained from direct (field) measurements, observations and model forecasts; $H_I(i|\theta)$ - is probability distribution function and where θ – is a state of the studied natural object or system. In general, the state of the system cannot be determined with certainty, and thus we should define the appropriate probability distribution $p(\theta)$ and distribution $H_I(i|\theta)$, which describing a priori incompleteness of information available about the studied system.

Making and implementation of management decisions will formalize as a response to incoming information as decision function $d(I)$. Classical approach assuming that in the case of certain specific strategy of decision making in conditions of constant state of natural systems, θ , or with a defined change this state, the losses are defined as $l(d(I), \theta)$. For decision function d expected losses or risks associated with the development of dangerous processes, connected with the management decisions based on the information received, can be described as:

$$R(I, d) = R[H_I(\bullet), d] = \iint l(d(i), \theta) dH_I(i|\theta) p(\theta) d\theta. \quad (3)$$

This risk is minimized by optimal decision function d^* , entitled as Bayes decision function, and it is determined by information I :

$$R(I(z^s), d^*) = \min_{d(i)} \iint l(d(i), \theta(x, y)) dH_I(i|\theta) p(\theta) d\theta. \quad (4)$$

So the risk is a simple functional of decision function. It is important that the minimization of losses requires an intention to completeness of information on the studied system, i.e. definition of θ states, for each of which can be defined a solution $\{a\}$ (which build up the set of possible decisions or administrative actions A).

Let's consider the realization of the set of data (information obtained from direct measurements (field), observations and model forecasts) i^* , which optimizes the decision function d^* and minimizes appropriate risk, therefore nominally makes information (I) formally completed (I^*).

From a formal viewpoint, $I^* \equiv I$ (information is nominally full), if there exists a function $\phi(i)$, that when $H_I(i|\theta) \neq 0$, $\theta = \phi(i)$. In other words, completeness formally means that there is a single state of studied natural object or system that meets all of the set of data - a separate realization of information I . Here it means that we have to develop a set of models $(x, \varepsilon) \rightarrow y$ that have operated the set of parameters $(x, y) \rightarrow z^s$, which can be controlled by certain technological tools within the framework of a sustainable methodology of measurement. In our case, these requirements

correspond to the data and methods of satellite observation of the Earth's surface z_i^s .

In the case described an optimal decision function may be defined as follows:

$$d^*(i^*) = b, l(b, \phi(i^*)) = \min_a l(a, \phi(i^*)). \quad (5)$$

Then, under optimal decision function and nominally complete information about the studied system, the risk will be defined as:

$$R(I^*, d^*) = \int_{a \in A} \min l(a, \theta) p(\theta) d\theta. \quad (6)$$

For each case should be described models aimed to analysis of behavior the distribution of $H_i(i|\theta)$ та $p(\theta)$, and so to the determination of the realization of i^* of set I . As an optimal decision function in this approach may be used stochastic [14], Bayesian [15] or fuzzy operators, [16, 17] depending on the task, data availability and properties of their distributions.

Considered complex of analytical models is aimed to the calculation of a unique set of parameters that should be obtained from determined observation systems, using defined tools of processing and interpretation of data. Equation (6) allows to estimate the distributions of risk of disasters and also to develop a basement for a system of risk management decision-making.

As it was demonstrated in [7, 17], modeling of geo-systems should be an integral part both of remote sensing interpretation methods, as well as of the risk assessment systems based on remote sensing data utilization. It requires of increased level of our knowledge in the field of Earth sciences, as well by increased requirements in the area of decision-making. New challenges define new methodological requirements.

Firstly, the methodology proposed allows to expand the problem definition of using the satellite observations in tasks of socio-ecological security. In addition to traditional statistical analysis directed to surface change detection, it is possible to analyze and predict state of the studied systems, basing on the models of geo-systems.

This certainly expands the scope and sphere of application of approach, and could positively affect the reliability of the results obtained through the using of different sources of data.

Second, the proposed methodology includes feedbacks between management decisions and the systems state. Thus, it is postulated that the

state of the system depends on the observer: risks depend on the decision made and management impacts (past, current and planned) to the system.

This could positive affecting to the effectiveness of management decisions and to the quality of risk assessment [18].

CORE NATURAL MODELS: BASINS AND TRANSPORT

Basing on the described general methodology of modeling, the problem-oriented multi-model approach can be proposed for investigated problem (fig.3).

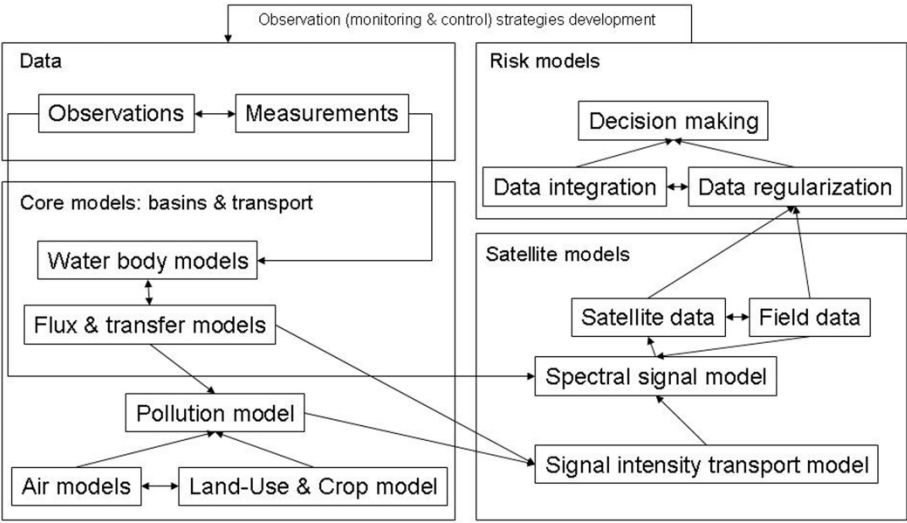


Fig.3. Problem-oriented multi-model approach to water quality risk assessment

Core models should include models of water bodies and fluxes oriented to analysis of pollution transport and modeling of hydro-chemical balance in water ecosystems. Besides, models of pollutions, including air transport and crop nitrate pollution production should be considered. Set of variables describing the water quality is the result of this stage of analysis. Satellite data models should include models of signal forming, and analysis of links between satellite and ground data. Set of core models based selected indicators is the result of this stage of modeling. Risk models should be directed to construction of algorithm of risk assessment using the set of selected indicators.

Water body model: General model of spatially distributed water ecosystem

Let define $c(x, y, z, t)$ as concentration of spatially distributed matter. The general mathematical representation of dynamics of matter j will be described by following equation:

$$\frac{\partial c_j}{\partial t} = F_j(c_1, c_2, \dots, c_n, x, y, z, t) + D \left(\frac{\partial^2 c_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_j}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (V_x c_j) - \frac{\partial}{\partial y} (V_y c_j) - \frac{\partial}{\partial z} (V_z c_j), \quad (7)$$

where V_x, V_y, V_z - are the components of velocity vector.

System $\frac{\partial c_j}{\partial t} = F_j(c_1, c_2, \dots, c_n, t)$ with $j = 1, 2, \dots, n$ is a point model with distributed parameters; function $F_j(c_1, c_2, \dots, c_n, x, y, z, t)$ may be linear or non-linear with variable coefficients, depending of time t .

General model of fluxes and transport of pollution in ecosystem

Let analyze volume element of studied environment $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ (fig. 4)

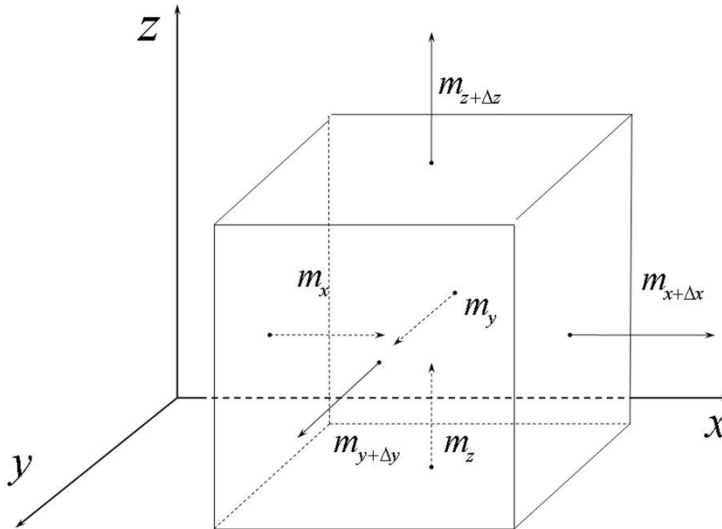


Fig.4. Transfer of pollutions in water environment

Mass of transported pollution matters through unit square during unit time interval along (Ox) , (Oy) and (Oz) are m_x, m_y and m_z correspondingly. Therefore, we can write the following equation:

$$m_x = -D \frac{\partial c}{\partial x}, \quad m_y = -D \frac{\partial c}{\partial y}, \quad m_z = -D \frac{\partial c}{\partial z}, \quad (8)$$

where m_x, m_y, m_z – flux density, D – diffusion coefficient.

If our environment is changing with velocity $V(V_x, V_y, V_z)$, we can write:

$$m_x = cV_x - D \frac{\partial c}{\partial x}, \quad m_y = cV_y - D \frac{\partial c}{\partial y}, \quad m_z = cV_z - D \frac{\partial c}{\partial z}, \quad (9)$$

where V_x, V_y, V_z are the components of velocity vector.

In the unit volume $\Delta W = \Delta x \Delta y \Delta z$ during time interval Δt will be deposited mass:

$$\Delta M = - \frac{\partial m_x}{\partial x} \Delta W \Delta t - \frac{\partial m_y}{\partial y} \Delta W \Delta t - \frac{\partial m_z}{\partial z} \Delta W \Delta t. \quad (10)$$

The distribution of matters in static environment will be described as:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right). \quad (11)$$

And in the varied environment as the following:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (V_x c) - \frac{\partial}{\partial y} (V_y c) - \frac{\partial}{\partial z} (V_z c). \quad (12)$$

If we equate $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$, we obtain stationary distribution of matters in static:

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} = 0. \quad (13)$$

And for varied environment:

$$D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (V_x c) - \frac{\partial}{\partial y} (V_y c) - \frac{\partial}{\partial z} (V_z c) = 0. \quad (14)$$

If in the environment presents source of matters G , or chemical or biological transformations $F(c, x, y, z, t)$, these equations will be presented as follow:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = F(c, x, y, z, t) + D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right), \quad (15)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = F(c, x, y, z, t) + D \Delta c - V_x \frac{\partial c}{\partial x} - V_y \frac{\partial c}{\partial y} - V_z \frac{\partial c}{\partial z}. \quad (16)$$

Model of water and hydro-chemical balance of water ecosystems

In the varied water environment many ways of matter transportation are exist [19]. Let define as D_x, D_y, D_z the components of turbulent diffusion coefficient. In this case the corresponding components of pollutant flow with concentration $c(x, y, z, t)$ will be defined as:

$$V_x c - D_x \frac{dc}{dx}, V_y c - D_y \frac{dc}{dy} \text{ та } V_z c - D_z \frac{dc}{dz}. \quad (17)$$

Equation for transport of non-conservative matters (pollutants) in the water flow:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial c}{\partial x} - V_x c \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial c}{\partial y} - V_y c \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial c}{\partial z} - V_z c \right) - \alpha^* c + f(x, y, z, t), \quad (18)$$

where α^* – coefficient of sedimentation velocity, $f(x, y, z, t)$ – internal sources and run-off function.

Boundary conditions may be defined as:

$$c(x, y, z, t_0) = c(x, y, z), \quad (19)$$

$$c(x, y, z, t) \Big|_{x=x_1} = c_1(y, z, t) \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=x_2} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial n} = 0, \quad (20)$$

where $x=x_1$ – usually upper site of water body, $x=x_2$ – lower site, n – external normal to surface.

In case of presence of influx of pollutants with precipitation:

$$\left[V_z c - D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]_{z=0} = c_{pr} q_{pr}, \quad (21)$$

where q_{pr} - precipitation to unit square of water body, c_{pr} - concentration of pollutant in precipitation.

In case of presence of pollutants in bottom sediments, in particular with ground water filtration:

$$c(x, y, h_b, t) = c_f; \left[V_z c - D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]_{z=h_b} = c_f v_f, \quad (22)$$

where c_f – pollutant concentration in ground waters; v_f – vertical component of velocity vector of ground water filtration; (h_b) – depth of water body.

To solve this problem let's divide our environment to n cells. For every cell $i = 1, 2, 3, \dots, n$ of studied environment lets define: q^i, c^{ij} – flux of water from cell (i) to cell ($i+1$), and resulted concentration of matter j in cell i ; $q^{i-1}, c^{i-1,j}$ – flux of water from cell ($i-1$) to cell (i), and resulted

concentration of matter j in cell $(i-1)$; q_k^i, c_k^{ij} – flux of water from tributary (k) to cell (i) , and resulted concentration of matter j in cell (i) , $(k=1,2,3,\dots,n_i;4)$; q_f^i, c_f^{ij} – infiltrations of ground waters with pollutant (j) , and concentrations of matter (j) ; q_{pr}^i, c_{pr}^{ij} – precipitation to cell (i) with pollutant (j) , and concentration of (j) ; q_{wd}^i – water demand; q_{ev}^i – evaporation from cell $(i-1)$; $m_{bs}^i(c^{ij}, c_{bs}^{ij})$ – mass of matter (j) in cell (i) transported from bottom sediments, and its concentration c_{bs}^{ij} ; α^{ij}, λ^j – coefficients of sedimentation, chemical and biological decomposition; $W^i(t), W_0^i$ – volume of cell (i) at the moment t and initial time $t = t_0$; $F^{ij}(c^{ij}, c_{hb}^{ij}, t)$ – function of mass exchange of matter (j) in cell (i) with hydrobiota; t – time.

Mass of matter (pollutant) (j) we can estimate using differential equation:

$$\frac{dM^{ij}}{dt} = q^{i-1}c^{i-1,j} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_f^i c_f^{ij} + q_{pr}^i c_{pr}^{ij} + m_{bs}^{ij}(c^{ij}, c_{bs}^{ij}, t) - (q^i + q_{wd}^i)c^{ij} - (\alpha^{ij} + \lambda^j)W^i c^{ij} - F^{ij}(c^{ij}, c_{hb}^{ij}, t), \quad (23)$$

Mass of matter (j) also can be expressed through water volume and concentration:

$$M^{ij}(t) = c^{ij}(t)W^i(t) = c^{ij}(t) \left(W_0^i + \left(q^{i-1} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_f^i + q_{pr}^i - q^i - q_{wd}^i - q_{ev}^i \right) t \right), \quad (24)$$

So we can calculate:

$$\frac{dc^{ij}}{dt} = \frac{1}{W^i} \left(q^{i-1}c^{i-1,j} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_f^i c_f^{ij} + q_{pr}^i c_{pr}^{ij} + m_{bs}^{ij}(c^{ij}, c_{bs}^{ij}, t) - \left(q^i + q_{wd}^i + \frac{dW^i}{dt} \right) c^{ij} \right) - (\alpha^{ij} + \lambda^j)c^{ij} - f^{ij}(c^{ij}, c_{hb}^{ij}, t), \quad (25)$$

Also the equation of water balance of cell (i) should be added:

$$\frac{dW^i}{dt} = q^{i-1} + q_f^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{pr}^i - q^i - q_{wd}^i - q_{ev}^i. \quad (26)$$

If $q^{i-1}, q_f^i, q_k^i, q_{pr}^i, q^i, q_{wd}^i, q_{ev}^i$ are continuous, we can integrate:

$$W^i = W_0^i + \left(q^{i-1} + q_f^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{pr}^i - q^i - q_{wd}^i - q_{ev}^i \right) t. \quad (27)$$

And if $c^{i-1,j}$, c_f^i , c_k^i , c_{pr}^i are also continuous and differentiated, and m_{bs}^{ij}
 $= f^{ij} = \alpha^{ij} = \lambda^{ij} = 0$, we can integrate: $c^{ij}(t) = c^{ij*} + (c_0^{ij} - c^{ij*}) \left(\frac{W_0^i}{W^i(t)} \right)^{\frac{q_{in}^i}{q_{in}^i - q_{out}^i}}$,

where $q_{in}^i = q^{i-1} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_f^i + q_{pr}^i$, and $q_{out}^i = q^i + q_{wd}^i + q_{ev}^i$, c^{ij*} - is the equilibrium concentrations:

$$c^{ij*} = \frac{q^{i-1} c^{i-1,j} + q_f^i c_f^{ij} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_{pr}^i c_{pr}^{ij} + m_{bs}^{ij}}{q^{i-1} + q_f^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{pr}^i - q_{ev}^i}. \quad (28)$$

If water level in studied body is changing not significantly, we can propose:

$$c^{ij}(t) = c_{\beta}^* + (c_0^{ij} - c_{\beta}^*) \exp\left(-\frac{1 + \beta^{ij} \tau_0^i}{\tau_0^i} t\right). \quad (29)$$

Where:

$$c_{\beta}^* = \frac{q^{i-1} c^{i-1,j} + q_f^i c_f^{ij} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_{pr}^i c_{pr}^{ij} + m_{bs}^{ij}}{(1 + \beta^{ij} \tau_0^i) \left(q^{i-1} + q_f^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{pr}^i - q_{ev}^i \right)}, \quad (30)$$

$$\tau_0^i = \frac{W_0^i}{q^{i-1} + q_f^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{pr}^i - q_{ev}^i}, \quad \beta^{ij} = \alpha^{ij} + \lambda^{ij}, \quad (31)$$

$$\alpha^{ij} \neq 0, \quad \lambda^j \neq 0, \quad \text{and} \quad f^{ij}(c^{ij}, c_{hb}^{ij}, t) = 0. \quad (32)$$

This model has high efficiency in analysis of hydro-chemical and water balance of water bodies [20].

Air pollution dispersion models

Risk assessment and security management tasks require to analyze a transport of pollutants in the atmosphere. There are many ways to analyze distribution of atmosphere pollutions. Key mathematical models of atmospheric air contamination and pollution dispersion are described in [21].

Distribution of pollutants in the atmosphere can be analyzed with models of particles dispersion and models of air contamination [22].

There are few basic dispersion models:

- Eulerian dispersion model (numerical solution of atmospheric diffusion equation);
- Gaussian dispersion model (concentration of pollutant describing as a Gaussian distribution);
- Lagrangian dispersion model (analysis of processes in dynamic air environment or imitation of dispersion with conditional particles).

The models of air contamination may be divided to semi-empirical (based on empiric parameterization), stochastic, and imitational (voxel) models. To forecast a pollutant distribution the equation of molecular and convective diffusion can be applied. This equation describes matter transport in different environments with certain boundaries constrains.

In the simplest case the one-dimensional empiric model may be applied:

$$v(t) = \frac{dx}{d(t-t_0)}, \quad (33)$$

where v is the velocity of pollution, t – time from initial moment t_0 ; x – is a coordinate.

More accurate calculations can be executed using three-dimensional parabolic equation (National Research Council, 1992):

$$\underline{Q}(T, t) = \frac{\partial C(x, y, z^*, t)}{\partial t} + v(x, y, z^*, t) \text{grad}C(x, y, z^*, t) - \text{div}D \text{grad}C(x, y, z^*, t), \quad (34)$$

where C is concentration, D – coefficient of turbulent transport, t – time from initial moment t_0 , Q – intensity of contamination source, v is the velocity of pollution; z^* – vertical coordinate reduced to terrain z_0 taking into account effective depth of vegetation, T – temperature.

Pollution model: Crop and nitrate contamination

Management of nitrogen contaminations requires a model of contamination, based on understanding of nitrogen cycle in environment (fig.5) and, first of all, on the crop yield model, since agriculture is a main source of diffuse nitrate pollutions [23].

The crop yield, required to estimate the nitrate pollution, can be calculated according to the following polynomial equation:

$$Y_{s,y} = a + b \cdot W_{s,y} + c \cdot W_{s,y}^2 + d \cdot N_{s,y} + e \cdot N_{s,y}^2 + f \cdot W_{s,y} N_{s,y}, \quad (35)$$

where $Y_{s,y}$ is the crop yield located at site source s for a year y (kg/ha), $W_{s,y}$ is the water applied to the crop located at source s (m³/ha), and $N_{s,y}$ is the fertilizer applied to the crop located at source s (kg/ha) within the year y .

The coefficients a, \dots, f are calibrated (for example by a least-square fitting technique) with the in-field measurement data.

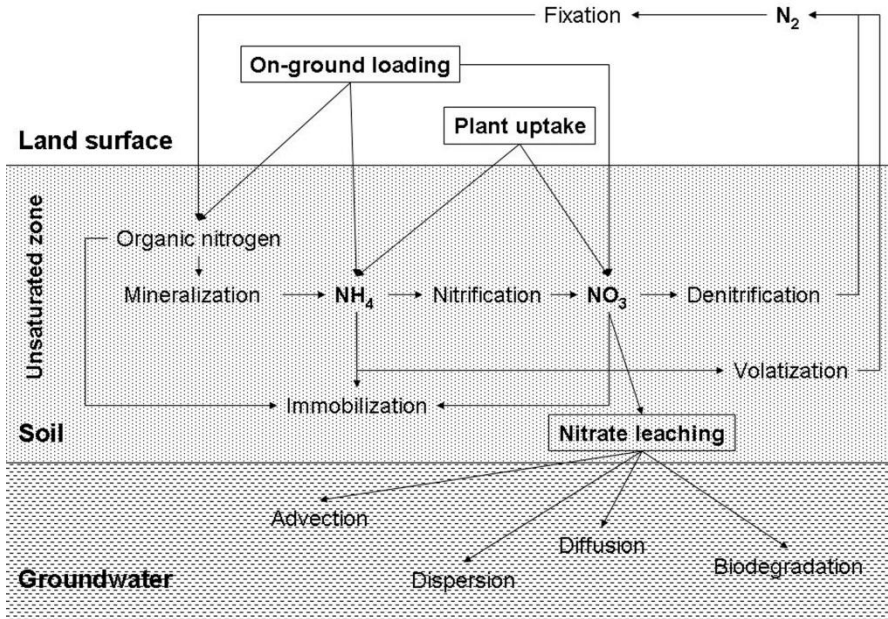


Fig.5. General model of nitrogen cycle.

The amount of leaching and hence the amount of nitrates in groundwater have been found to be a function of the timing of fertilizer application, vegetative cover, soil porosity, fertilizer application method, irrigation rate [24]. Once the nitrogen is applied to the crop it suffers some transformation. After the plant uptake and the transformation, some of that nitrogen applied is converted into nitrate that can leach to the aquifer. The amount of nitrogen leached was introduced into the management model as quadratic functions as follows:

$$L_{s,y} = g + h \cdot W_{s,y} + i \cdot W_{s,y}^2 + j \cdot N_{s,y} + k \cdot N_{s,y}^2 + l \cdot W_{s,y} N_{s,y}, \quad (36)$$

where $L_{s,y}$ is the nitrogen leached (kg/ha), and the coefficients g, \dots, l are calibrated (for example by a least-square fitting technique) with the in-field measurement data. The nitrate leached in (kg/ha) is diluted by the irrigation water recharge, therefore the nitrate concentration $cr_{s,x,y}$ entering the aquifer is:

$$cr_{s,x,y} = \frac{L_{s,x,y}}{r_{s,x,y}}, \quad (37)$$

where $r_{s,x,y}$ is the water that recharges the aquifer (m^3/ha) at planning period y , and $L_{s,x,y}$ is the nitrogen leached from each crop area s (kg/ha) at planning period y . The subindex y in the formulation refers to the year within the planning horizon or the number of successive years in which the fertilizer is applied. The vector of n elements $cr_{s,x,y}$ correspond to concentration recharge (the product of the concentrations of the source waters times the volumetric water fluxes), during the management period y and the disposal site location s .

And the nitrate concentration $\rho_{t,x,y}$ at the moment t in site s can be calculated as:

$$\rho_{t,x,y} = \alpha_0 + \alpha_1 \rho_0 + \alpha_2 \sum_{s,x,y} (A_{s,t} cr_{s,x,y} + \mathcal{G}_s) + \varepsilon, \quad (38)$$

where $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ are the regression coefficients, ρ_0 is the initial concentration, A_s is the area cultivated for crop located at source s ; \mathcal{G}_s is a coefficient of infiltration, and ε is an uncertainty factor.

From viewpoint of socio-ecological security control, this algorithm should be a part of hydro-economic approach, of an optimization model, which should be developed to define efficient and secure fertilizer allocation in agriculture. It should be assessed when, where and by how much fertilizer reductions have to be applied to meet the ambient standards (groundwater quality) in specific control sites in the aquifer.

In framework of this hydro-economic model the non-point pollution abatement problem should be stated as the maximization of welfare from crop production subject to constraints that control the environmental impacts of the decisions in the study region. Welfare was measured as the private net revenue, calculated through crop production functions and data on crops, nitrogen and water prices. The hydro-economic model integrates the environmental impact of fertilization by simulation of soil nitrogen dynamics and fate and transport of nitrate in groundwater with the economic impact (agricultural income losses) of water and fertilization restrictions, assessed through agronomic functions representing crop yields and crop prices. The decision variables of the problem are the sustainable quantities of nitrogen per hectare applied in the different crop areas (diffuse pollution sources) to meet the environmental constraints. The management model for groundwater pollution control may be formulated as:

$$\max \{G\} = \sum_{s,y} \frac{A_s (p_s Y_{s,y} - p_n N_{s,y} - p_w W_{s,y} - C_s + S_s)}{(1+r)^y}, \quad (39)$$

with constrain:

$$\left(\sum_{s,x,y} cr_{s,x,y} \frac{\rho_{x,y}^t}{c_{s,y}} \right) \leq q_{ct}, \quad \forall c,t,y, \quad (40)$$

where G is the objective function to be maximized and represents the present value of the net benefit from agricultural production defined as crop revenues minus fertilizer and water variable costs, A_s is the area cultivated for crop located at source s ; p_s is the crop price (per kg); $Y_{s,y}$ is the production yield of crop located at source s at planning year y (kg/ha), that depends on the nitrogen fertilizer and irrigation water applied; p_n is the nitrogen price (per kg); $N_{s,y}$ is the fertilizer applied to crop located at source s at year y (kg/ha), p_w is the price of water, and $W_{s,y}$ is the water applied to crop located at source s at each planning year y (m³); C_s is the aggregation of the remaining per hectare costs for crop located at source s ; S_s are the subsidies for the crop located at source s ; r is the annual discount rate, $\rho_{x,y}$ is the nitrate concentration for each crop area s , t is the time (number of years within the planning horizon y), $c_{s,y}$ is the number of control sites for each crop area s during the period y ; q_{ct} is a vector of water quality standard imposed at the control sites; $cr_{s,x,y}$ is above described three component vector, which corresponds to the nitrate concentration recharge reaching groundwater from a crop located at source s .

SATELLITE DATA MODELS

Model of reflectance variation conditioned by pollutant transport in dynamic environment

From viewpoint of satellite data utilization, the propagation of pollutants in water and air environment may be modeled through assessment of variations of intensity distribution on satellite images. Therefore, to analyze pollutants distribution we can study spatial-temporal distributions of spectral reflectance using satellite time-series.

Basing on the equation of transfer and non-stationary Navier-Stokes equation may be constructed approach to iterative minimax assessment of velocity of variations of optical flux [25]. Using this approach it is possible to solve a problem of observation/measurements data discreteness, and to control the uncertainties. Model of signal intensity connected with

pollutant distribution in changing environment may be proposed basing on this approach.

Intensity I varying in the velocity field $\mathbf{v} = (u(x, y, t), v(x, y, t))^T$, which can be described by Navier-Stokes equations:

$$\begin{aligned} \partial_t u + u \partial_x u + v \partial_y u + \partial_x p &= \nu \Delta u + e_u^m, \\ \partial_t v + u \partial_x v + v \partial_y v + \partial_y p &= \nu \Delta v + e_v^m, \\ \partial_x u + \partial_y v &= 0, \quad (x, y, t) \in \Omega_T, \\ \mathbf{v}(x, y, t) &= 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega, \\ \mathbf{v}(x, y, t_0) &= \mathbf{v}_0(x, y) + \mathbf{e}^b(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \end{aligned} \quad (41)$$

where \mathbf{v}_0 – initial velocity field, e_u^m , e_v^m , \mathbf{e}^b – members to description of epistemic uncertainty (model).

Distribution of observed values $I(x_k, y_l, t_s)$ of intensity function $I(x, y, t)$ in the points $\{(x_k, y_l)\}_{k,l=1}^{N_x, N_y}$ of the image site Ω can be expressed as:

$$\begin{aligned} Y_s^{kl} &= \int_{\Omega_T} g_s^{kl}(x, y, t) I(x, y, t) dx dy dt + \eta_s^{kl}, \\ k &= \overline{1, N_x}, \quad l = \overline{1, N_y}, \quad s = \overline{1, S}. \end{aligned} \quad (42)$$

Where g_s^{kl} is image receiving procedure function, η_s^{kl} – aleatiroc uncertainty (observation error).

If according to assumption every element of image corresponds to velocity field $\mathbf{v} := (u(x, y, t), v(x, y, t))^T$, and its intensity is constant along full trajectory ($I(x, y, t) \approx \text{const}$), intensity function will comply with constraints [26]:

$$\frac{d}{dt} I(x, y, t) = \partial_t I + u(x, y, t) \partial_x I + v(x, y, t) \partial_y I = e^o(x, y, t). \quad (43)$$

Here we assume that exist all partial derivatives of I , and there is $e^o \in L_2(t_0, T, L_2(\Omega))$, which describe an uncertainty.

Minimax assessment of velocity field \mathbf{v} is building using the time-series of discrete images Y_s^{kl} , basing on assumption that uncertain

parameters e^o , e_u^m , e_v^m , e^b belong to the limited convex set $L_2(\Omega_T)$, and η_s^{kl} is an independent scalar random values with zero mean and covariations R_s^{kl} .

For specified velocity field \mathbf{v}^* can be constructed assessment of intensity \hat{I}^* , which determined by this field and constraints. Assessment \hat{I}^* should correspond to observation data Y_s^{kl} , with aleatoric errors η_s^{kl} and epistemic uncertainty of \mathbf{v}^* .

Assessment of gradient ∇I^* calculating using constructed assessment of intensity function \hat{I}^* . Using substitution of \mathbf{v}^* and ∇I instead ∇I^* , a system of linear equations for I and \mathbf{v} can be obtained for further construction of \mathbf{v}^{**} – optimal assessment of velocity field \mathbf{v} (for which corresponding I^{**} has optimal correlation with data Y_s^{kl}).

Iterative method consists of two stages. First, assessment of velocity field $\hat{\mathbf{v}}^i = (\hat{u}^i, \hat{v}^i)^T$ should be substituted into the equation of optical flux constrains:

$$\partial_t I = -\hat{u}^i(x, y, t) \partial_x I - \hat{v}^i(x, y, t) \partial_y I + e^o(x, y, t). \quad (44)$$

Defining this equation as an equation of state, the minimax assessment \hat{I}^i of the intensity function I and assessment ∇I^* of the image gradient ∇I can be calculated.

Second, taking into account ∇I^* and $\hat{\mathbf{v}}^i$, the next equation of state can be constructed:

$$\begin{aligned} \partial_t I &= -u(x, y, t) \partial_x I^i - v(x, y, t) \partial_y I^i + e^o(x, y, t) \\ \partial_t u + \hat{u}^i \partial_x u + \hat{v}^i \partial_y u + \partial_x p &= \nu \Delta u + e_u^m, \\ \partial_t v + \hat{u}^i \partial_x v + \hat{v}^i \partial_y v + \partial_y p &= \nu \Delta v + e_v^m, \\ \partial_x u + \partial_y v &= 0, (x, y, t) \in \Omega_T, \\ v(x, y, t) &= 0, (x, y) \in \partial \Omega \end{aligned} \quad (45)$$

This system of linear parabolic equations may be used for calculation of minimax assessment of $\hat{\mathbf{v}}^{i+1}$. Also for uncertainty assessment it is important to obtain a linear assessment of intensity function I .

Minimax assessment \hat{I} of the function I is the solution of the system of equations:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{I}}{dt} &= L_\varepsilon(t, \mathbf{v})\hat{I} + BQ^{-1}B^*\hat{p}, \\ \hat{I}(x, y, t_0) &= \bar{I}_0 + B_0Q_0B_0^*\hat{p}(x, y, t_0), \quad N_\Gamma\hat{I} = 0, \\ -\frac{d\hat{p}}{dt} &= L_\varepsilon^*(t, \mathbf{v})\hat{p} + \sum_{s=1}^N \sum_{k,l=1}^M g_s^{kl} (R_s^{kl})^{-1} (Y_s^{kl} - \int_{\Omega_T} g_s^{kl} \hat{I} dx dy dt), \\ \hat{p}(x, y, T) &= 0, \quad N_\Gamma\hat{p} = 0. \end{aligned} \quad (46)$$

Where $L_\varepsilon(t, \mathbf{v}) := -u(t, x, y)\partial_x - v(t, x, y)\partial_y + \varepsilon^2\Delta$, $\varepsilon > 0$. $L_\varepsilon(t, \mathbf{v})$ is a linear differential operator; $\bar{I}_0 \in L^2(\Omega)$ is an initial state (initial image of time-series); B_0 and B – linear limited operators in $L^2(\Omega)$, which are the additional constrains to uncertain parameters; e^o , e^b – realizations of independent random processes:

$$\begin{aligned} m_0(x, y) &:= Ee^b(x, y), \quad m_0 = L^2(\Omega), \\ m(x, y, t) &:= Ee^o(x, y, t), \quad m \in L^2(\Omega_T). \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} Q_0(x, y, x', y') &:= Ee^b(x, y)e^b(x', y') \in L^2(\Omega \times \Omega), \\ Q(x, y, t, x', y', t') &:= Ee^o(x, y, t)e^o(x', y', t') \in L^2(\Omega_T \times \Omega_T). \end{aligned} \quad (48)$$

Solutions of this system of equations are the following:

$$\hat{I} = \bar{I} + \sum_{s=1}^N \sum_{k,l=1}^M (R_s^{kl})^{-1} (Y_s^{kl} - \beta_s^{kl}) I_s^{kl}, \quad (49)$$

$$\hat{p} = \sum_{s=1}^N \sum_{k,l=1}^M (R_s^{kl})^{-1} (Y_s^{kl} - \beta_s^{kl}) p_s^{kl}, \quad (50)$$

where β_s^{kl} ($k = \overline{1, N_x}$, $l = \overline{1, N_y}$, $s = \overline{1, S}$) is a solution of:

$$\begin{aligned} \beta_s^{kl} + \sum_{s'=1}^N \sum_{k',l'=1}^M [\int_{\Omega_T} g_s^{kl} (R_s^{k'l'})^{-1} I_s^{k'l'} dx dy dt] \beta_s^{k'l'} \\ = \int_{\Omega_T} g_s^{kl} \bar{I} dx dy dt + \sum_{s'=1}^N \sum_{k',l'=1}^M [\int_{\Omega_T} g_s^{kl} (R_s^{k'l'})^{-1} I_s^{k'l'} dx dy dt] Y_s^{k'l'} \end{aligned} \quad (51)$$

As a result we obtain distribution \hat{I} , which is a minimax assessment of intensity function, and minimax assessment of image gradient ∇I^i can be calculated on this base.

In the field of security management and control the distribution of extremums is important. In this class of tasks, the linear minimax assessment \hat{I} of function I , which allows to determine extremes of distribution of spectral reflectance is an optimal solution of presented system of equations.

Therefore, transfer of pollutants can be assessed by the sampling of intensity distribution in separate spectral ranges.

Model of spectral reflectance toward water quality

As an experience of satellite observations shows [15, 27, 28], spectral reflectance indices can be used for as indicators of ecological state of water ecosystems. In particular, Normalized Difference Vegetation Index $NDVI$ can serves as indicator of water quality of inland and offshore marine water ($NDVI_W$). Distributions of $NDVI$ have good correlations with concentrations of chlorophyll- α , mineral suspension, with water clarity and other quality characteristics.

General model of signal formation of water surface can be presented as superposition of luminances (fig6) [29, 30]:

$$L_t(\lambda) = \sum_{\lambda} (L_R^{(\lambda)} + L_A^{(\lambda)} + T_{\omega}^{(\lambda)} L_G^{(\lambda)} + T_v^{(\lambda)} L_C^{(\lambda)} + T_v^{(\lambda)} L_W^{(\lambda)}), \quad (52)$$

where $L_t(\lambda)$ is the luminance on the sensor, $L_W^{(\lambda)}$ is the signal on water surface, $L_R^{(\lambda)}$ is the luminance corresponding to atmospheric Rayleigh scattering, $L_A^{(\lambda)}$ is the luminance corresponding to atmospheric aerosol scattering, $L_G^{(\lambda)}$ and $L_C^{(\lambda)}$ are luminance connected with surface glaring and foaming, $T_{\omega}^{(\lambda)}$ is the spectral directional transmittance, $T_v^{(\lambda)}$ is the spectral diffuse transmittance. Luminance L is connected with intensity I through the projection of source area by the simple relation $L = dI/dA \cos \theta$, where A is the square of observed source area, and θ is the angle between line of observation and the surface normal.

In framework of this model the $NDVI_W$ index can be presented as:

$$NDVI_W = \frac{L_W^{\lambda_1} - L_W^{\lambda_2} + L_A^{\lambda_1} - L_A^{\lambda_2}}{L_W^{\lambda_1} + L_W^{\lambda_2} + L_A^{\lambda_1} + L_A^{\lambda_2}}, \quad (53)$$

where $L_{W,A}$ is a luminance of radiance from water surface with the wavelength λ and luminance of molecular and aerosol scattering, λ_1 corresponds wavelength range [0,84-0,88] mkm, λ_2 - to range [0,63-0,68] mkm.

Taking into account a molecular scattering:

$$\text{NDVI}_w = \frac{L_A^{\lambda_1} - L_A^{\lambda_2}}{L_A^{\lambda_1} + L_A^{\lambda_2}} = \frac{L_{AZ}^{\lambda_1} + L_M^{\lambda_1} - L_{AZ}^{\lambda_2} - L_M^{\lambda_2}}{L_{AZ}^{\lambda_1} + L_M^{\lambda_1} + L_{AZ}^{\lambda_2} + L_M^{\lambda_2}}, \quad (54)$$

here L_{AZ} – luminance of aerosol scattering, L_M - luminance of molecular scattering, according to: $L_M(\lambda) = \tau_R(\lambda)F_0'(\lambda)R(\alpha_S, \alpha_V, \varphi_S, \varphi_V) / 4\pi$, where $\tau_R(\lambda)$ is optic thickness of molecular scattering layer; τ_{OZ} is optic thickness of ozone layer; $F_0^* = F_0 \exp[-\tau_{OZ}(1/\cos\alpha_S + 1/\cos\alpha_V)]$ – irradiance on the water level; F_0 – irradiance on the level of upper atmosphere; $\alpha_S, \alpha_V, \varphi_S, \varphi_V$ are the zenith and azimuth angles of Sun and sensor.

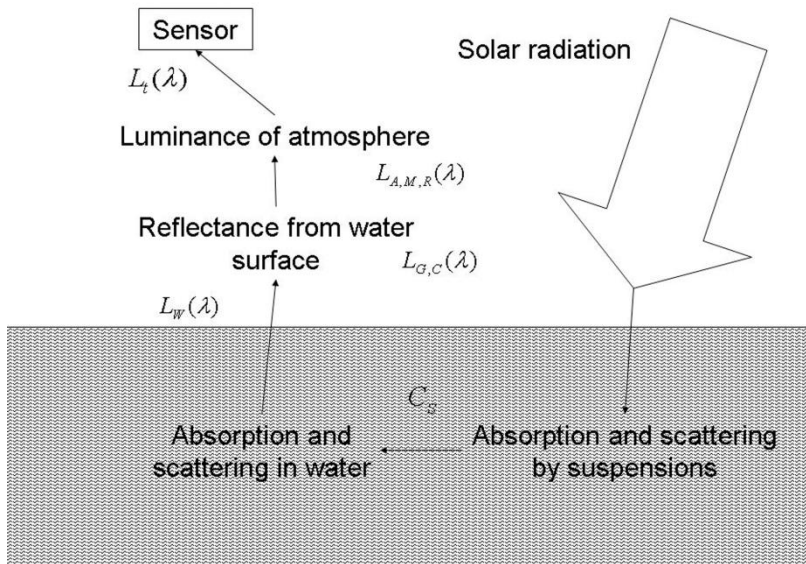


Fig. 6. Signal model of water surface ($L(\lambda)$ is a luminance, C_s - concentration of water suspensions)

Calculated values of $L_M^{\lambda_{1,2}}$, measured with zenith and azimuth angles of sensor and Sun in diapason $[0^0; 50^0]$, are in interval of $L_M^{\lambda_1} \in [0,4; 0,48]$, $L_M^{\lambda_2} \in [1,81; 2,15]$ ($\text{Wt/m}^2\text{mkm}\cdot\text{sr}$), which is less of 10% of average

atmospheric scattering ($L^{\lambda_{1,2}} \in [2,6;25,1]$). So, we can assume, that in our model $L_M \rightarrow 0$ and is omissible.

Component of aerosol scattering can be calculated as: $L_{AZ}(\lambda) = F_0'(\lambda) \cdot C_{AZ} \cdot \lambda^{-\alpha}$. So, taking into account previous equation and assuming $L_M \rightarrow 0$, we can propose:

$$NDVI_w = \frac{F_0'^{\lambda_1} \cdot C_{AZ} \cdot (\lambda_1)^{-\alpha} - F_0'^{\lambda_2} \cdot C_{AZ} \cdot (\lambda_2)^{-\alpha}}{F_0'^{\lambda_1} \cdot C_{AZ} \cdot (\lambda_1)^{-\alpha} + F_0'^{\lambda_2} \cdot C_{AZ} \cdot (\lambda_2)^{-\alpha}}. \quad (55)$$

$$\text{Therefore: } \alpha = -1,56 - 3,5 \ln \frac{1 + NDVI_w}{1 - NDVI_w}.$$

Value of $NDVI_w$ for clear water varied in interval [-0,41; -0,6]; and Angstrom exponent varied in [1,8; 3,28]. Variation of α is probably connected with diversity of particles: higher values of α correspond to bigger particles [31].

In the inland and marine water there are two types of particles, which can scatter a light and to form a distribution of intensity and spectral pattern of reflected radiance. These are mineral and organic suspensions. Interrelation of energy reflected by two particles with different refractive indices n_1 i n_2 :

$$\frac{E_1}{E_2} \propto \frac{\left(\frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 2}\right)^2}{\left(\frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2}\right)^2}. \quad (56)$$

Mean value for mineral suspension is $n_1=1,15$, and for organic – $n_2=1,02$. So, scattered energy on mineral particles is in 50-70 times more than on organic particles.

Backscattering in the water with varied size particles can be described as [32]: $b_b(\lambda) = 0,5b_w(\lambda) + B_s b_{ps}(\lambda)P_s + B_l b_{pl}(\lambda)P_l$, where indices w, s, l , correspond clear water, small and large particles; probabilities of scattering by small and large particles are: $B_s=0,039$ and $B_l=0,00064$; P_s and P_l are the concentrations of mineral and organic particles (g/m^3); scattering coefficients for clear water $b_w(\lambda) = 5,826 \cdot 10^{-3} (400/\lambda)^{4,322}$, small particles $b_{ps}(\lambda) = 1,1513(400/\lambda)^{1,7}$, and large particles $b_{pl}(\lambda) = 0,3411(400/\lambda)^{0,3}$; λ is the wavelength, nm.

Usual way to obtain a relation between particles concentration and distribution of spectral indices is analysis of empiric data in framework of described model assumptions (fig 7, 8).

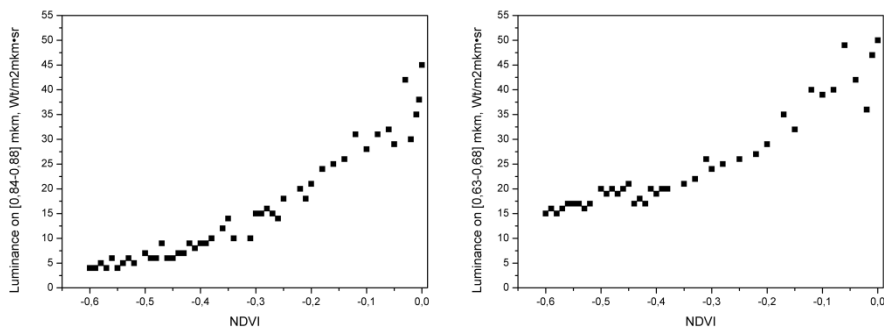


Fig.7. Luminance of water surface with NDVI for different wavelengths.

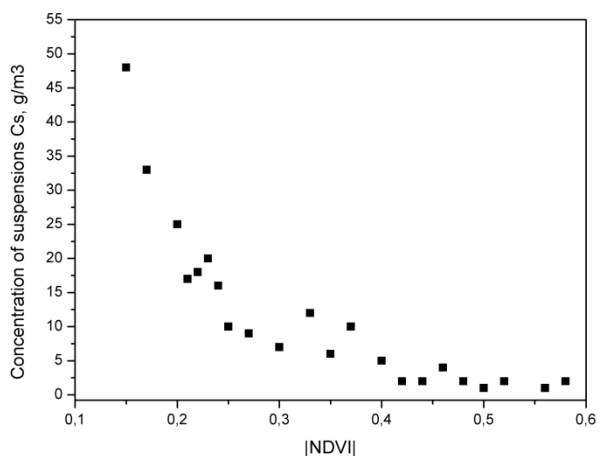


Fig.8. Total concentration of suspensions in water environment toward spectral index $NDVI_w$ (empirical relation according to satellite data calibrated by ground data verified by lab measurements)

For calibration of obtained regressive relationships were used data of ground spectrometric measurements on test-sites with FieldSpec spectroradiometer [33]. In period 2010-2015 on 6 test-sites have been collected 263 spectral signatures of water objects, which were used for calibration of models and satellite data. For verification of regressions were used lab measurements provided by Institutes of Hydrobiology, Hydrometeorology and Colloid Chemistry of National Academy of Sciences of Ukraine [34, 35] on selected test-sites in 2009-2014.

Distributions $L_A^{\lambda_1}$ and $L_A^{\lambda_2}$ can be analyzed as a minimum of function $L_t(\lambda)$, and so determined as $L_A^{\lambda_1} \approx 4,5$, $L_A^{\lambda_2} \approx 16,3$ (Wt/m²mkm·sr). Basing on empirical relations $L_t = f(NDVI)$ and $NDVI = -0,605(P_s + P_l)^{-0,326}$, we can propose:

$$P_s + 0,01P_l = 11,43(P_s + P_l)^{-0,652} - 21,46(P_s + P_l)^{-0,326} + 10,06. \quad (57)$$

Corresponding regressions for studied water bodies can be presented as follow:

$$L_t^{\lambda_1} = 113,4(NDVI)^2 + 133,5NDVI + 43,67; \quad (58)$$

$$R^2 = 0,91$$

$$L_t^{\lambda_2} = 96,85(NDVI)^2 + 109,9NDVI + 47,5; \quad (59)$$

$$R^2 = 0,86$$

Measurements demonstrate that empirical relation of chlorophyll- α for concentrations less than 3 mg/l may be presented as relation of particles in form:

$$P_s = 0,059P_l^{1,17}.$$

Satellite observations, calibrated on data of in-field spectrometry, verified by lab measurements, allow determine an empirical relation for sum suspension concentration:

$$C_s = 0,21 \cdot |NDVI_w|^{-3,05}. \quad (60)$$

Composition of suspensions is highly variable and depends of season and human impact. In the majority of studied cases about 80% of suspensions were composed from organic matters (plankton, detritus, other organic matters), and less than 20% is mineral matters. Large organic particles are statistically dominated both in freshwaters and marine environment.

So, we obtain a possibility to determine distributions of concentrations of separate components of suspensions by spectral reflectance. This is the methodical basement for assessment of ecological state of water environment and water quality by satellite derived spectral indices.

RISK MODEL

This section directed to development of formal model of integration of heterogeneous datasets for assessment of water quality in terms of risks, i.e. as a probability of water quality degradation with presence of pollutants.

According to regulatory documents, water quality estimating by classes (from I to IV) and categories (from I to VII) (fig9). For each class and

category water quality determined by non-identical sets of indices (see Fig10), which grouped to three clusters: salt composition (3 parameters), ecological and sanitarian criteria (20 parameters), and specific toxic contamination (up to 15 parameters). These indices interconnected and linked with quality classes more methodically, than genetically [36].

Class of water quality	I		II		III		IV	V
Water quality categories	1	2	3	4	5	6	7	
Name of classes and categories by state of water bodies	Excellent	Good		Satisfactory		Bad	Very bad	
	Excellent	Very good	Good	Satisfactory	Mean	Bad	Very bad	
Name of classes and categories by purity / contamination rate	Very clear	Clear		Polluted		Polluted	Very Polluted	
	Very clear	Clear	Quite clear	Mild contaminated	Moderate polluted	Polluted	Very Polluted	
Trophic types (preferential)	Oligotrophic	Mesotrophic		Eutrophic		Polytrophic	Hypertrophic	
	Oligotrophic - Oligomesotrophic	Mesotrophic	Mesoeutrophic	Eutrophic	Eupolytrophic	Polytrophic	Oligotrophic - Oligomesotrophic	
Saprophytes	Oligo- Saprobic		β-meso- Saprobic		α-meso- Saprobic		Poly- Saprobic	
	β- Oligo- Saprobic	α- Oligo- Saprobic	β'- meso- Saprobic	β"- meso- Saprobic	α'- meso- Saprobic	α"- meso- Saprobic	Poly- Saprobic	

Fig.9. Water quality classes and categories: freshwater ecological classification scheme.

In real situations in large territories on long time intervals we can control (measure, observe or calculate) only limited number of parameters, which non-directly connected with mentioned indices. For example, satellite derived water spectral indices may correspond to water quality.

It means that in the most common case, with limited sets of indirect data, the problem of complete and accurate assessment of water quality is methodically very difficult. However, we can estimate the probability of changes of the water quality class (or category) according to the changes of observed indicators that correlate with the quality indices [37].

Therefore, the problem is to create a formal algorithm to obtain dimensionless interval estimates using the sets of ranging criteria. [38].

Assessment of risk connected with water pollution, using a limited set of data with specified criteria and classification schemes, can be formulated as a complex fuzzy problem. The appropriate approach in the simplest case can be built basing on the fuzzy sets theory [39].

Risk assessment algorithm may be divided to few stages, and it can be presented in relatively simple form.

Set of indices for risk assessment will be defined as:

$$M = (x_1, x_2, \dots, x_n) = \{x_i\}, i = 1, 2, \dots, n, \quad (61)$$

where n is number of selected assessed parameters, x_i - parameter from set of i^{th} parameters of risk/pollutions (in main part of real cases this is limited number of known pollutants, for example, measurable or observable parameters: clarity, suspension concentrations, phytoplankton biomass, trophicity, surfactants, i.e. $n = 6$).

Indexes	Salt composition index	Ecological and sanitarian criteria index					Specific toxic contaminants content index
Groups and types of parameters	Pollutants content	Hydro-physical	Hydro-chemical	Hydro-biological	Bacteriological	Bio-indicators	Pollutants content
Parameters, units	Ions sum, mg/dm ³	Clarity, m	pH	Phytoplankton Biomass, mg/dm ³	Bacterial plankton, bln. cl/cm ³	P-B Index	Hg, mg/dm ³
	Chlorides, mg/dm ³	Suspended matters, mg/dm ³	Nitrogen of Ammonium, mgN/dm ³	Self-purification /Contamination Index	Saprophytic Bacteria, bln. cl/cm ³	G-W Index	Ka, mg/dm ³
	Sulfates, mg/dm ³		Nitrogen of Nitrites, mgN/dm ³				Saprophytes
			Nitrogen of Nitrates, mgN/dm ³			Trophic types (preferential)	Zn, mg/dm ³
			Phosphorus of Phosphates, mgP/dm ³				Pb, mg/dm ³
			Oxygen dissolved, mgO ₂ /dm ³				Cr (general), mg/dm ³
			Oxygen saturation, %				Ni, mg/dm ³
			Permanganate oxidation, mgO/dm ³				Ar, mg/dm ³
			Bio-chromatic oxidation, mgO/dm ³				Fe (general), mg/dm ³
			Biochemical Oxygen Demand BOD ₅ , mgO ₂ /dm ³				Mn, mg/dm ³
							Fluorides, mg/dm ³
							Cyanides, mg/dm ³
							Oils, mg/dm ³
							Phenols, mg/dm ³
							Synthetic surfactants, mg/dm ³
Types of indicators:		Directly observable parameters	Calculated and indirectly observable parameters	Measurable parameters			

Fig.10. Water quality criteria and indicators

Following the water quality criteria introduced in European Water Directive and national regulation, set of risk assessment criteria D should correspond to number of introduced classes (or categories):

$$D = (d_1, d_2, \dots, d_m) = \{d_i\}, j = 1, 2, \dots, m, \quad (62)$$

where m is the number of water quality classes or categories d_j , which correspond to assessed pollutions i^{th} , usually $m = 5$ (number of classes).

Let divide water contamination risks into finite number of intervals: small risk, acceptable risk, unacceptable risk, high risk and catastrophic risk.

The membership matrix Z will connect indices of risk M and water quality criteria D as:

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} \cdots W \cdots z_{1m} \\ A \cdots C \cdots T \\ z_{n1} \cdots E \cdots z_{nm} \end{bmatrix}, \quad (63)$$

where z_{ij} is risk assessment degree of separate parameter i^{th} on the water quality criteria j^{th} .

To determine the weight of indexes V_i the coefficient of variation may be used [40]:

$$V_i = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i)^2}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i}, \quad (64)$$

where $0 \leq V_i \leq 1$.

In this case, the risk evaluation matrix F may be presented as:

$$F = V \bullet Z = (f_1 \dots f_2 \dots \dots f_m). \quad (65)$$

And the risk assessment quantitative indices RI can be calculated according to relatively simple algorithm [41]:

$$RI = \frac{\sum_{j=1}^n f_i \times j}{\sum_{j=1}^n f_i}. \quad (66)$$

Therefore the relatively simple algorithm for calculating of interval assessments of water contamination risk in accordance with water quality criteria and using sets of observed and measured data may be constructed. Proposed method requires further calibration on wide range of basins using ground spectrometry.

Using proposed algorithm a distribution of water quality degradation risk in terms of most probable classes of quality resulted by the impact of uncertain pollutions may be calculated (fig11).

There are two questions, which are important from viewpoint of water quality impact to socio-ecological security: inter-annual and intra-annual dynamics of risk parameters. Because no average values determine the impacts, but variations and diversity.

Basing on point spatially distributed data, proposed approach allows to calculate the risk parameters with temporal resolution close to temporal resolution of observations. At the same time, taking into account a possibility of land-cover classification, risk parameters may be calculated for different types of water bodies during the selected period (fig12).

On the criteria of a multidimensional distribution-free multivariate Kolmogorov–Smirnov test [42], calculated distributions of risk parameters

are corresponds to distributions of point measurements on network of hydrological and hydro-chemical sites [36, 43] with level α better 5%.

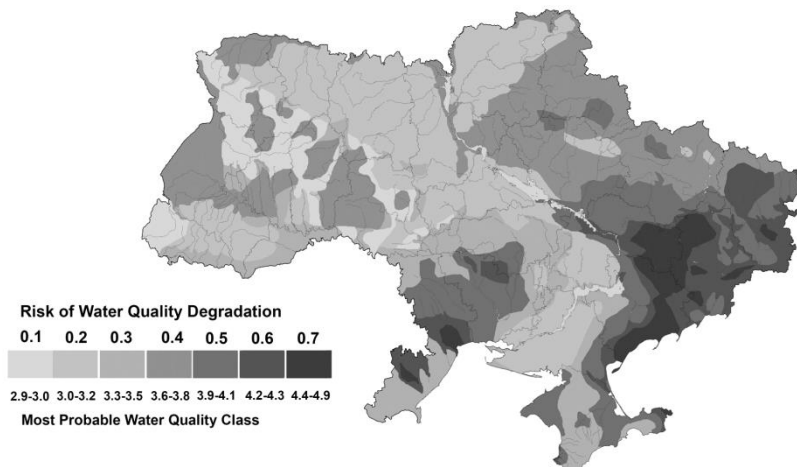


Fig.11. Risk of water quality degradation

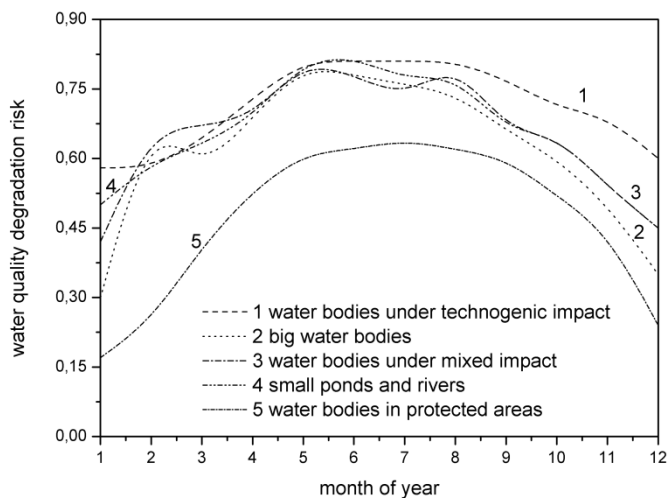


Fig.12. Annual dynamics of water contamination risk

The comparing test was provided according to [44]. If parameter $\rho(x) \leq \alpha$ (where α is the level of statistical significance) we will assume

that these distributions ($F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x)$) are the same relative to the average regional distribution, presented by the reference sample $F(x)$. $F_n(x)$ is the empirical distribution functions of measured parameter ξ on sample $X = (X_1, \dots, X_n)$. Target parameter can be found as:

$$\rho(x) = \sup_x |F_n(x) - F(x)|, \text{ and calculated as } \rho(x) = \frac{\sqrt{2\pi}}{x} \sum_{k=1}^{\infty} e^{-(2k-1)^2 \pi^2 / (8x^2)}.$$

Connected with water quality degradation the socio-ecological risks may be assessed separately. Let define a probability of water quality degradation in point (x, y) as P^{deg} . This probability may be calculated in every point of surface using set of calculated values using a Bayes rule:

$$P_{x,y}^{deg}(\Omega_{x,y} | Q_{deg}) = \frac{P_s(x, y) \cdot \prod_N P_N(\Omega_{x,y} | Q_{deg})}{\int_{x,y} P_N(\Omega_{x,y} | Q) dP_s(x, y)} = \frac{P_s(x, y) \cdot P_N(\Omega_{x,y} | Q_{deg})}{P_N(\Omega_{x,y} | Q_{deg})P_s(x, y) + P_N(\Omega_{x,y} | Q_0)P_0(x, y)} \quad (67)$$

Where $\Omega_{x,y}$ is the distribution of detected water pollution reduced on observation period, Q_{deg} is the sites with degraded quality of water, verified by ground and lab measurements, Q_0 is the sites with no water quality degradation.

Distribution of $\Omega_{x,y}$ calculating using the data $h(x, y)$ regularization procedure:

$$\Omega_{x,y} = \sum_{m=1}^n w_{x,y}(\tilde{h}_m(x, y))h_m(x, y), \quad (68)$$

where $w_{x,y}(\tilde{h}_m)$ is weighting coefficient, calculated according:

$\min\{\sum_{m=1}^n \sum_{f_m \in F} w_{x,y}(\tilde{h}_m)(1 - \frac{h_m}{\tilde{h}_m})^2\}$, where m is the observation points number; n is the observation series number; h_m is the distribution of measurements; F general set of measurements; \tilde{h}_m is the mean distribution of measured parameters.

Probability $P_s(x, y)$ is calculating semi-empirically. Relation between $P_s(x, y)$ and $P_0(x, y)$ determining as $\lim_{x,y,\tau} (P_s(x, y)_\tau + P_0(x, y)_\tau) = 1$ (on

the long observation periods $P_S(x, y) = 1 - P_0(x, y)$). Probability $P_S(x, y)$ may be defined using Gauss weighing function:

$$P_S(x, y) = P_{\min} + (P_{\max} - P_{\min}) \cdot e^{-d_s^2/2\sigma_p^2}, \quad (69)$$

where $P_S(x, y)$ is the probability of pollution during the observation period calculated by proposed approach; P_{\max} is the maximal possible probability of pollution calculated by core models and regional statistics (Bernardo and Smith, 2001) (P_{\max} for used sensors might be assessed on the level 0,75-0,78); P_{\min} is the minimal probability of pollution calculated using regional statistics (P_{\min} might be defined about 0,02-0,04); $d_s(x, y)$ is the distance from pollution source to assessed point; σ_p is the empirical parameter, depending of sensor and local features (σ_p may be assessed on the level about 0,6 km).

To estimate impact to socio-ecological security, according to [45], a robustness coefficient β may be proposed, through probability density function, as a Gaussian measure of possible damage:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_{x,y}^{sub}) \cdot k = \left(\frac{0 - \tilde{P}^{sub}}{\sigma_{x,y}(P_{x,y}^{sub})} \right) \cdot k, \quad (70)$$

where k is the population structural coefficient, empirically describing a vulnerability of different population groups toward the water quality changes. Average values of the coefficient β for study region lie in the interval [0,5; 3,5], which is correspond to pollutions of mean intensity (average water pollution risk parameters 0,35 - 0,45). This parameter has a sense of integrated influence of water quality change on population and may be used as impact factor to the population distribution and structure. With the increasing of the calculated risk level, the value of robustness coefficient β is decreasing.

It is a method of determination of regional water quality degradation risks and socio-ecological impact using the data of satellite observations and ground calibration. This method allows obtain regularized spatial-temporal distributions of risks parameters with smoothed reliability.

Such kind of spatial and temporal distributions of risk parameters is more adequate base for decision making in field of socio-ecological security than a set of point measurement.

CONCLUSIONS

Idea of this research is establish a hypothesis of applicability and utility of soft computing in security management: if there is an a priori information about initial state of the system, and researcher is able to model key processes in this system, which forming the key interlinked parameters of socio-ecological security, it is possible to select and control a limited set of indicators, and basing of which to calculate a most probable evolution of system. So it is possible to reduce a number of controlled variables, obtain a possibility to harness a multi-source data, simplify a problem of uncertainty control, and receive spatially and temporally distributed assessments with a scale close to the observation resolution.

In situation of limited access to data the soft computing techniques becomes especially useful: not so many parameters are directly measurable with required spatial, temporal, spectral and radiometric resolutions, at the same time many parameters are observable, and almost everything we can simulate. So, soft computing techniques are especially important in the field of socio-ecological security.

Complex security management requires an integrated approach to socio-ecological risk assessment, including modeling of water, land and air environment. Whole set of existing data, methods and instruments should be used for solution of this complicated task. Proposed methodology aimed to expanding the set of accessible for analysis data among the volume of available data.

It was demonstrated, that basing on point spatially distributed measurement data, proposed approach allows to calculate the risk parameters with temporal resolution close to temporal resolution of observations. Besides, using existing land-cover classification, risk parameters may be calculated for different types of water bodies during the selected intra-annual and interannual periods. This model of spatial and temporal distributions of risk parameters is more useful and adequate base for decision making in field of socio-ecological security than a heterogeneous set of point measurement. Therefore, proposed approach is a useful applied instrument.

The proposed approach and the results obtained can be applied in aerospace industry for development of sensors and systems for Earth's aerospace monitoring, as well as for the development of automatic design systems of integrated control systems in civil engineering.

At the same time the main problem, which should be decided at the next stage of the study, is the analysis of uncertainties, connected with land-cover classification, as well as the development of problem-oriented land-cover

classification approach, adapted for the algorithm proposed. Besides, further research should be directed to analysis of water quality on local scale.

REFERENCES

1. European Commission, 2005. Common implementation strategy for the water framework directive (2000-60-EC). Groundwater summary report. Technical report on groundwater body characterization, monitoring and risk assessment issues as discussed at the WG C workshop in 2003-2004
2. European Environment Agency), 2003. Europe's Water: An Indicator-based Assessment. Topic Rep. 1, Copenhagen, Denmark
3. Martínez, Y. and J. Albiac, 2006. Nitrate pollution control under soil heterogeneity. *Land Use Policy* 23 (4), 521–532.
4. Polasky, S., Carpenter, S. R., Folke, C., & Keeler, B. (2011). Decision-making under great uncertainty: environmental management in an era of global change. *Trends in ecology & evolution*, 26(8), 398-404.
5. Ermoliev, Y., Makowski, M., & Marti, K. (2012). Robust management of heterogeneous systems under uncertainties. In *Managing Safety of Heterogeneous Systems* (pp. 1-16). Springer Berlin Heidelberg.
6. Kostyuchenko, Y. V., Movchan, D., Kopachevsky, I., & Bilous, Y. (2015, November). Robust algorithm of multi-source data analysis for evaluation of social vulnerability in risk assessment tasks. In *SAI Intelligent Systems Conference (IntelliSys)*, 2015 (pp. 944-949). IEEE, doi 978-1-4673-7606-8/15
7. Kostyuchenko, Y. V., (2018). On the Methodology of Satellite Data Utilization in Multi-Modeling Approach for Socio-Ecological Risks Assessment Tasks: A Problem Formulation // *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*, Vol. 3, No. 1, pp. 1–8
8. Campbell, J. B., & Wynne, R. H. (2011). *Introduction to remote sensing*. Guilford Press.
9. Engle, R. F., & Russell, J. R. (1998). Autoregressive conditional duration: a new model for irregularly spaced transaction data. *Econometrica*, 1127-1162.
10. Kostyuchenko, Y. V., Bilous, Y., Kopachevsky, I., & Solovyov, D. (2013). Coherent risk measures assessment based on the coupled analysis of multivariate distributions of multisource observation data. In *Proceedings of 11-th International Probabilistic Workshop*, pp.183-192.
11. Kostyuchenko, Y. V., Yuschenko, M., Movchan, D., Zagorodny, A. G., & Yermoliev, Y. M. (2013). Regional risk analysis based on multisource data statistics of natural disasters. In *Integrated modeling of food, energy and water security management for sustainable social, economic and environmental developments*, 229-238.
12. Kostyuchenko, Y. V. (2015). Geostatistics and remote sensing for extremes forecasting and disaster risk multiscale analysis. In *Numerical Methods for*

- Reliability and Safety Assessment* (pp. 439-458). Springer International Publishing. DOI 10.1007/978-3-319-07167-1_16
13. Schlaifer, R., & Raiffa, H. (1961). *Applied statistical decision theory*.
 14. Kopachevsky, I., Kostyuchenko, Y. V., & Stoyka, O. (2016). Land Use Drivers of Population Dynamics in Tasks of Security Management and Risk Assessment // *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*, v.1, pp. 18-24
 15. Kostyuchenko, Y. V., Kopachevsky, I., Yuschenko, M., Solovyov, D., Marton, Laszlo, & Levynsky, S. (2012). Spectral reflectance indices as indirect indicators of ecological threats. In *Sustainable Civil Infrastructures–Hazards, Risk, Uncertainty*, Phoon, KK, Beer, M., Quek, ST & Pang, SD (editors), Research Publishing, Singapore, p. 557-562.
 16. Kostyuchenko, Y. V., Movchan, D., Artemenko, I., & Kopachevsky, I. (2016). Stochastic Approach to Uncertainty Control in Multiphysics Systems: Modeling of Carbon Balance and Analysis of GHG Emissions Using Satellite Tools // in: *Mathematical Concepts and Applications in Mechanical Engineering and Mechatronics*, ed. by Mangey Ram and J. Paulo Davim, IGI Global, USA, 2017, pp. 350-378, DOI: 10.4018/978-1-5225-1639-2.ch017
 17. Kostyuchenko Yuriy V., Sztoyka Yu., Kopachevsky I., Artemenko I., Yuschenko M., Multisensor satellite data for water quality analysis and water pollution risk assessment: decision making under deep uncertainty with fuzzy algorithm in framework of multimodel approach // SPIE Remote Sensing conference papers, Paper 10421-5
 18. Ermoliev, Y., & von Winterfeldt, D. (2012). Systemic risk and security management. In *Managing safety of heterogeneous systems* (pp. 19-49). Springer Berlin Heidelberg.
 19. Baird, A. J., & Wilby, R. L. (1999). *Eco-hydrology: plants and water in terrestrial and aquatic environments*. Psychology Press.
 20. Koch, H., & Grünewald, U. (2009). A comparison of modelling systems for the development and revision of water resources management plans. *Water resources management*, 23(7), 1403.
 21. Moussiopoulos, N., Berge, E., Bohler, T., Leeuw, F., Gronskei, K. E., Mylona, S., & Tombrou, M. (1997). Ambient Air Quality, Pollutant Dispersion and Transport Models, European Topic Centre on Air Quality, Topic Report 19. *European Environment Agency, EU Publications*, Copenhagen.
 22. Zannetti, P. (1970). Numerical simulation modeling of air pollution: an overview. *WIT Transactions on Ecology and the Environment*, 1.
 23. Zheng, C., & Bennett, G. D. (2002). *Applied contaminant transport modeling* (Vol. 2). New York: Wiley-Interscience.
 24. Canter, L. W. (1996). *Nitrates in groundwater*. CRC press.
 25. Herlin, I., Nakonechnyi, O., & Zhuk, S. (2012, September). Minimax optical flow estimation from a sequence of 2D images. In *XX International*

Conference on Problems of Decision Making under Uncertainties (PDMU).

26. Horn, B. K., & Schunck, B. G. (1981). Determining optical flow. *Artificial intelligence*, 17(1-3), 185-203.
27. Zilioli, E., & Brivio, P. A. (1997). The satellite derived optical information for the comparative assessment of lacustrine water quality. *Science of the Total Environment*, 196(3), 229-245.
28. McFeeters, S. K. (1996). The use of the Normalized Difference Water Index (NDWI) in the delineation of open water features. *International journal of remote sensing*, 17(7), 1425-1432.
29. Kogan, F., Stark, R., Gitelson, A., Jargalsaikhan, L., Dugrajav, C., & Tsooj, S. (2004). Derivation of pasture biomass in Mongolia from AVHRR-based vegetation health indices. *International Journal of Remote Sensing*, 25(14), 2889-2896.
30. Gordon, H. R., Brown, J. W., & Evans, R. H. (1988). Exact Rayleigh scattering calculations for use with the Nimbus-7 coastal zone color scanner. *Applied optics*, 27(5), 862-871.
31. Kaufman, Y. J., & Tanre, D. (1992). Atmospherically resistant vegetation index (ARVI) for EOS-MODIS. *IEEE transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 30(2), 261-270.
32. Mueller, J., Mueller, J. L., Pietras, C., Hooker, S. B., Clark, D. K., Frouin, A. M. R., & Fargion, G. S. (2002). Ocean Optics Protocols For Satellite Ocean Color Sensor Validation, Revision 3, volumes 1 and 2. *NASA tech. memo*, 210004.
33. Lyalko V.I., Kostyuchenko Yu.V., Elistratova L., Artemenko I., et al. (2015) *The greenhouse effect and climate change in Ukraine: assessment and effect*. Kiev, "Naukova Dumka", 283 p. (in Ukrainian)
34. Romanenko O.V., Arsan O.M., Kipnis L.S., Sytnyk Yu.M. (2015) *Ecological problems of the Kiev reservoirs and adjoining territories*. Kiev., Naukova Dumka, 190 p. ISBN 978-966-00-1506-7 (in Ukrainian)
35. Osadchy V.I., Nabyvanets B.I., Osadcha N.M., Nabyvanets Yu. B. (2008) *Hydrochemical guide. Surface water of Ukraine. Hydrochemical calculations. Methods of analysis*. Kiev, "Naukova Dumka", 656 p. (in Ukrainian)
36. Liu, Y. G., Wang, N. L., Wang, L. G., Zhao, Y. Q., & BoWu, X. (2013). Application of GIS in regional ecological risk assessment of water resources. *Environmental Engineering & Management Journal (EEMJ)*, 12(7).
37. Landis, W. G., & Thomas, J. F. (2009). Regional risk assessment as a part of the long-term receiving water study. *Integrated environmental assessment and management*, 5(2), 234-247.
38. Jason, R. E., & Shepard, C. N. (2006). Water Suppliers.
39. Li, J., Huang, G. H., Zeng, G., Maqsood, I., & Huang, Y. (2007). An integrated fuzzy-stochastic modeling approach for risk assessment of

- groundwater contamination. *Journal of Environmental Management*, 82(2), 173-188.
40. Wang, T. R., Sun, G. N., & Liu, S. Y. (2011). Relationship between Spatiotemporal Variation of Water Pollution and Runoff Volume of Mainstream Section of the Weihe River in Shaanxi Province. *Arid Zone Research*, 28(4), 599-615.
 41. Geng, Y., Zhang, J., Zhou, Q., Xu, C., & Zhao, Y. Q. (2011). Fuzzy synthetic evaluation of Weihe water quality.
 42. Justel, A.; Peña, D.; Zamar, R. (1997). A multivariate Kolmogorov–Smirnov test of goodness of fit. *Statistics & Probability Letters*. **35** (3): 251–259. doi:10.1016/S0167-7152(97)00020-5
 43. Nabyvanets B.I., Osadchy V.I., Osadcha N.M., Nabyvanets Yu. B. (2007) *Analytical chemistry of surface water*. Kiev, “Naukova Dumka”, 456 p. (in Ukrainian)
 44. Marsaglia G, Tsang W.W, Wang J (2003). Evaluating Kolmogorov's Distribution. *Journal of Statistical Software*. **8** (18): 1–4
 45. Straub, D. (2009). Stochastic modeling of deterioration processes through dynamic Bayesian networks. *Journal of Engineering Mechanics*, 135(10), 1089-1099.

MULTI-DISASTER VULNERABILITY ANALYSIS USING MULTISOURCE DATA

Yu.V. Kostyuchenko, V. Lyalko, M. Yuschenko, D. Movchan, I.
Kopachevsky

Scientific Centre for Aerospace Research of the Earth, Institute of
Geological Sciences, National Academy of Sciences of Ukraine

Keywords: risk perception, land-use, agro-ecological conditions, social vulnerability, risk analysis

INTRODUCTION

Human issues are the main components of modern security concept [1, 2]. Modern understanding of complex security and complex risk management requires analysis of all natural and social phenomena, the involvement of all available data, the construction of advanced analytical tools, and the transformation of our understanding about vulnerability, perception of risk and security [2]. In some sense the risk management moves from subject of engineering protection to a subject area of social construction [3, 4].

Traditionally used deterministic models applied usually for risk analysis are difficult to apply to the analysis of social issues, and also in an analysis of multi-scale multi-drivers phenomena. They are difficult to quantify because the multidimensional distributions of studied parameters generate high uncertainties, and the system is not ergodic in rigorous sense [5, 6]. Therefore, stochastic models of risk analysis are preferable for quantitative analysis of social issues such as human behaviour, social vulnerability and risk perception. The influence of social drivers and factors on disaster damage should be quantitatively estimated in security and vulnerability analysis.

Therefore the issues of risk and threat perception should be described in a framework of risk analysis models, using appropriate tools and approaches related to the human dimension of vulnerability [7].

RISK PERCEPTION: BEHAVIORAL BASIS OF DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTIES

To include human dimension into risk analysis we should define risk through social, cultural and behavioral terms. For risk perception studies let's determine a culture as a system of values, dominating in particular group of people at a particular time, and determining a certain social behavior type. Different cultures produce different types of communicative tools, social life, and group division, according to the theory of Douglas [8]. Motivation of every group of people in framework of these cultures is varied, and based on a set of values. According to the Schwartz's theory the motivation goals expressed by values [9]: Interaction of these values determines intension of development, behavior, and perception of threats.

We also will recognize, stable sets of communication tools, inherent to particular group of people at a particular time as key social factors, which influence risk perception. Thus, socio-cultural factors – are the parameters describing the stable type of human relationships, implemented in the form of a specific set of communication tools.

Influence of socio-cultural factors in the perception of risk could be described by a generalized model of risk premium increase as a readiness "to pay for the risk". In this case, an increased willingness to pay for risk, increasing insurance premiums will be expressed in the maximization of the insurance premium by avoiding uncertainty, maximizing returning values, and minimization of damage.

Such formalized risk perception in most general case might be presented as [10]:

$$F_t(X_i) \rightarrow f(V(\mathbf{X}), R(\mathbf{X})) \quad (1)$$

Where $F_t(X_i)$ - is the "function of willingness to pay for risk" – expected return of interest, risk premium, which can be interpreted as the risk perception rate; $V(\mathbf{X})$ - return of risky values $\mathbf{X}=(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$, i - assets; $R(\mathbf{X})$ - risk function, t - time. In the simplest case of market behavior the presented equation might be presented in form:

$$F_t(X_i) \propto \sum_{i,t=0}^T [V_t(\mathbf{X}_i) - b_i R_t(\mathbf{X}_i)], \quad (2)$$

where b – is coefficient of sensitivity known as "expected asset returns to the excess market returns".

So the role of socio-cultural and cognitive heuristic filters are to maximize expected return of interest (find $Arg \max_{i,t} \{V_t(X_i)\}$), avoid uncertainty, maximize (find $Arg \max_i \{V_t(X_i)\}$), and minimize losses (find $Arg \min_i \{X'_i\}$).

This task was formally proposed and solved for separated cases by [11] as "increasing returns" model.

Surveys and calculations show that for majority of communities some important hypotheses are true, such as: i) social equity and, in particular, equitable distribution of income increases stability of society [12]; ii) individualistic groups are more stable and have higher risk premiums because of overconfidence and self-attribution biases [13]; iii) higher masculinity leads to increase of vulnerability [14]; iv) uncertainty avoidance usually, but not always lead to sustainability increasing, because seeks for safe investment [15].

Both component of right side of equation (2) has a significant behaviorist load. "Market" component $V(\mathbf{X})$ is more dependent on culture, social behavior and communications, "Risk" component – on cognitive heuristics and personal behavior during a disaster. Structure of influences to our decision making is complex and complicated, and might be presented as distribution of personal and collective biases (Fig. 1).

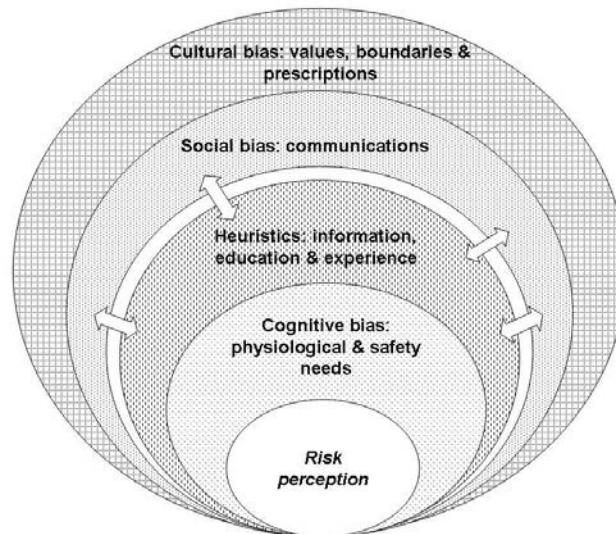


Fig. 1. Component of risk perception

In this study we focused on formalization of cognitive heuristic component (“Risk” component on Fig. 1 and Eq. 2) of risk perception, considering socio-cultural component (“Market” component on Fig. 1 and Eq. 2) as the perception filter [16] – complex of stable communicative tools, which are attributes of certain social group [2, 8].

In a situation where the data of sociological surveys of values in Ukrainian society is substantially scattered, and only selectively processed in the framework of techniques, oriented to risk assessment, we will focus on the separate components of the perception of threats.

The construction of proposed approaches to assessment of risk perception is based on the cognitive heuristics theory [21, 22].

METHODOLOGY: MULTI-SOURCE DATA ANALYSIS TOOL FOR RISK AND VULNERABILITY ASSESSMENT

Problem of correct statistics is the usual problem of risk and vulnerability analysis. In framework of most common and most comprehensive case the risk can be presented as the superposition of interrelated distribution function ($f(x, y)$) and damage function ($p(x, y)$):

$$R \propto \sum_{x,y} f(x, y)p(x, y) \quad \square \quad (3)$$

Distribution function $f(x, y)$ describes an impact of expanded disaster; damage function $p(x, y)$ describes distribution of damaged assets: infrastructure, people, natural features, etc. To analyse a role of social factors in risk measure variation a huge number of disasters were studied.

For the risk analysis 894 natural disasters in Ukraine in the interval 1960 – 2012 were selected and analysed. General trends have been detected; the period 1991 – 2010 was selected for detailed analysis, as it is the time interval with the most reliable statistics [17] validated by satellite observations [18]. Socio-economical data has been analysed on the sample of 42 disasters, including 11 most affecting events. List of major disasters includes 6 floods, 3 storms, 1 cold wave, and 1 epidemic. Total losses of major disasters is about 1,67 billions of Euro, 2.721.918 persons were affected, and 1.173 people were killed (Table 1). Analysis of most affecting events (Table 2) was aimed to evaluate the influence of risk perception on the damage function.

Analysis and mapping of spatial and temporal distributions of heterogeneous disasters and its parameters is very complicated problem, as well as the direct comparison of distributions is not correct way to analyze

multi-source catastrophe drivers. First, the different types of disasters has different long-term trend. Second, drivers of different disasters have different spatial and temporal scales and variability.

Table. 1. Major disasters in Ukraine in 1991 – 2010

Disaster type	Disaster	N of events	N of killed	N of affected	Estimated losses (USD, 2001)
Epidemics	Infectious diseases	3	275	6771	n/a
	<i>Average per event</i>		91,7	2257	<i>n/a</i>
Temperature extremes	Cold waves	1	--	21	850.000
	Hot waves	2	--	34	1.860.000
	<i>Average per event</i>		--	18,3	903.333,3
	Winter temperature extremes	1	801	59.600	78.750
	Summer temperature extremes	3	11	416	120.500.000
	<i>Average per event</i>		203	15.004	30.144.687,5
Floods	River flood	12	76	2.589.895	1.296.114.000
	<i>Average per event</i>		6,3	215.824,58	108.009.500
Storms	Indeterminate type	5	10	64.184	120.000.000
	<i>Average per event</i>		2	12836,4	24.000.000
	Extra-tropical cyclone	2	--	--	190.000.000
	<i>Average per event</i>		--	--	95.000.000
	Tropical cyclone	2	11	1.000	35.600.000
	<i>Average per event</i>		5,5	500	17.800.000
	All types	9	21	65.184	345.600.000
	<i>Average per event</i>		2,3	7242,7	38.400.000
	All disasters	31	1.173	2.721.918	1.675.002.750
	<i>Average per event</i>		37,52	87.803,8	54.032.346,78

Problem of construction of correct techniques of complex regional risk assessment requires to estimate all drivers and parameters of all disasters in the area studied. It requires the determination of measure of statistical distributions of observations, which would be invariant toward data properties.

Problem of data analysis in the context of disaster-induced socio-ecological risks, is often connected with the lack of reliable long-term series of observations of catastrophic events, reliable socio-economic and ecological data. According to the general estimations [19] based on satellite observations and statistical assessment, the official data reliability in separate fields is about 65-88% (on the sub-regional and local scale 88 – 92%). These levels, and especially the variations of reliability, are not sufficient for correct integrated security assessment. So, correct and regular

statistics is important for a construction of adequate risk function and also for risk management strategies development [19].

To estimate a regional risk measure we need an approach to understand the complex systemic interrelations between distributions of social parameters and disasters frequency and intensity. Therefore development of alternative ways of analysis of multivariate distributions is the core element of regional disaster risk analysis and management [19].

The method proposed is based on non-linear kernel-based principal component algorithm (KPCA) modified according to specificity of data: socio-economic, disaster statistics, climatic, ecological, infrastructure distribution [19]. Using this method the set of long-term regional statistics of disasters distributions and variations of economic activity has been analyzed.

Table 2. Most affecting events in Ukraine in 1990 – 2010 – major disasters included in the analysis

Disaster	Date	N of killed	N of affected
Cold wave	January 2006	801	59.600
Epidemics	January 1995	204	1.380
Flood	June 1995	2	1.700.000
Flood	July 2008	38	224.725
Flood	November 1998	18	24.570
Flood	June 1997	11	12.870
Flood	March 2001	9	342.000
Flood	December 1993	5	25.000
Flood	July 1993	4	300.000
Hurricane	July 2000	4	39.010
Hurricane	November 2000	4	7.552

Using KPCA algorithm it is possible to obtain regularized spatial-temporal distribution of investigated parameters over whole observation period with rectified reliability and controlled uncertainty [19, 20], such it presented on the Figures 2, 3.

Quantitative analysis of observations [6] demonstrates that number of all types of disasters is increasing. Besides, the distribution presented is demonstrates essential increasing of the losses, which is connected with registered increasing of frequency and intensity of disasters, as well as with increasing of the damaged infrastructure cost.

The distribution presented demonstrates that relative natural disasters damage during 1990 is slightly increasing, which is probably connected

with impact of climate change. Common trend in world and Europe demonstrates decreasing of *IoD*, which connected with economic grows (increasing of economic sustainability toward catastrophic events) and successful implementation of risk management strategies. At the same time on the territory of Ukraine since 1980's and especially since 1990's *IoD* is increasing dramatically. It connected with economical degradation and absence of adequate systemic strategies of risk management.

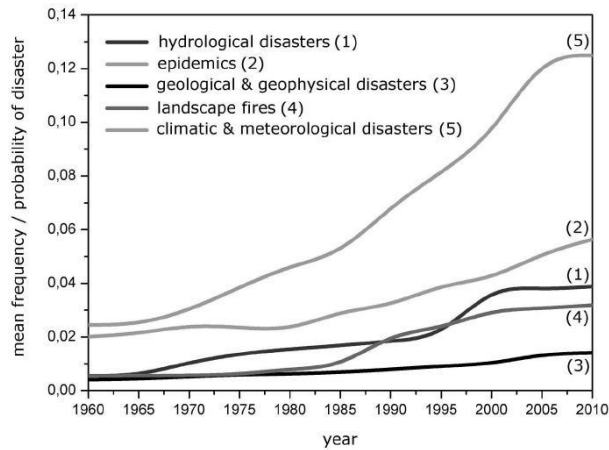


Fig. 2. Distribution of frequency of disasters in Ukraine 1960-2010 [18] & [2]

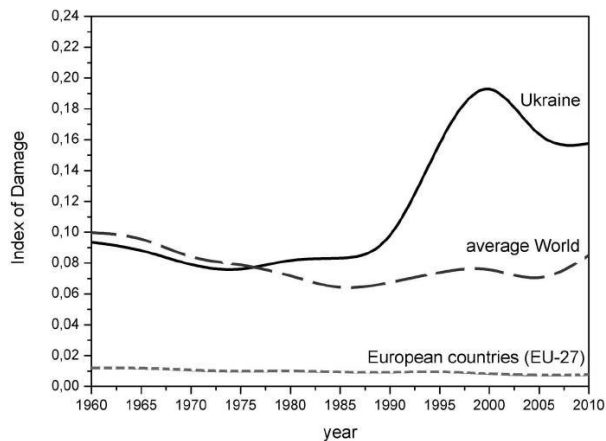


Fig. 3. IoD (Index of Damage – related disaster losses to annual GDP) distribution in Ukraine 1960-2010 [18] & [2]

The distributions presented is more evidently reflect the fact that sustainable economic growth and implementation of adequate risk assessment and management strategies allow decrease vulnerability of society toward natural catastrophes even with increasing of its frequency, intensity and direct losses. Presented disaster distributions for Ukraine demonstrate the necessity of implementation of systemic strategies of risk assessment and management, including huge socio-cultural component.

RISK PERCEPTION FUNCTION AS THE WAY TO ANALYZE THE FACTORS AND DRIVERS OF RISK AND LOSSES DISTRIBUTION

Basing on the prospect theory and decision making under uncertainty on cognitive bias and handling of risk [21], we propose to modify a damage function as: $p(x, y | \alpha(t))$. Modified damage function includes an awareness function $\alpha(t)$, which is the superposition of risk perception function (r_p) and function of education and log-term experience (c) as: $\alpha(t) \rightarrow (c + r_p)$ following to [22].

Education function $c(t)$ describes the trend of education and experience. Risk perception function r_p reflects security concept of human behaviour, is the basis for prediction of socio-economic and socio-ecological processes. Also there is an important positive feedback of risk perception function to distribution function. Risk perception depends essentially on recent events.

The awareness function might be presented in a generalized form as follows [2]:

$$\alpha(t) = \sum_i (c_i + (r_p)_i)$$

(4)□

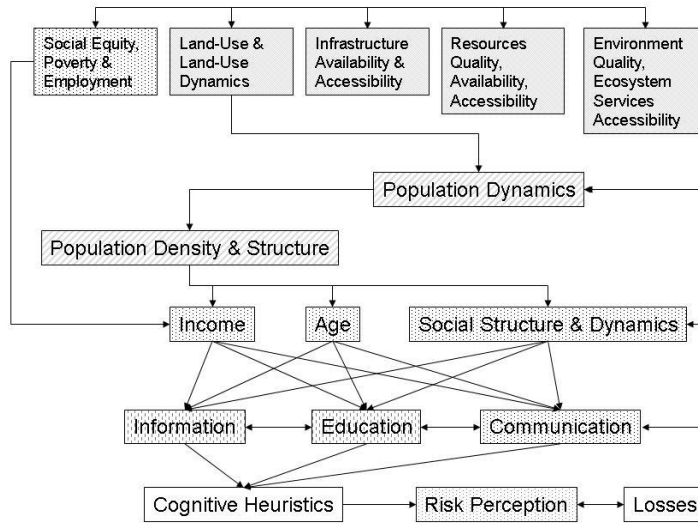


Fig. 4. Risk perception drivers

So two components of this function could be analysed: drivers, which form the long-term response; and parameters, which form mid- and short-term conditions of risk perception (Figure 4).

These are different components, which can be considered separately.

EDUCATION AND AGE STRUCTURE AS THE WIDE-SCALE SOCIO-CULTURAL DRIVERS OF RISK DISTRIBUTION

Using this form (8) we can represent separate parameter distributions. For the assessment of losses related to basic education level of affected people, the regression proposed is [2, 23]:

$$p(\alpha)_c = a_0 + p_o(x, y) \sum_{i,t} (E_{i,t}^{(x,y)} + A_{i,t}^{(x,y)}) + \sum_{i,t} (r_p)_{i,t}^{(x,y)} \quad (5)$$

Here a_0 – constant coefficient; p_0 – basic level of physical losses on the site (x,y) ; $E_{i,t}$ – education level of people group i in time t on the site (x,y) ; $A_{i,t}$ – age of people group i in time t on the site (x,y) .

Using algorithm (5) with available statistics we have no instruments to measure risk perception function directly. So we need to apply indirect algorithms to estimate it.

In this form the component $\sum_{i,t} (r_p)^{(x,y)}$ might be interpreted as an uncertainty coefficient [24]. So if few quite reliable intervals τ within the long period t are available for observations of M sites (x,y) from 2 sources/records, we may propose the following uncertainty estimation [2]:

$$(r_p)_{i,t}^{(x,y)} = \delta p(\alpha) = \left| p_1(\alpha)_{i,t}^{(x,y)} - p_2(\alpha)_{i,t}^{(x,y)} \right| /$$

$$\left(\frac{\sigma_\tau \sum_{\tau,m} \left(\frac{|p_1(\alpha)_{m,\tau \in t}^{(x,y) \in M} - p_2(\alpha)_{m,\tau \in t}^{(x,y) \in M}|}{2} - \sum_{\tau} p_1(\alpha)_{m,\tau \in t}^{(x,y) \in M} \right)}{CoVar_m} \right)$$

□(6)□

This equation can be used [2] as a simple form for estimation of risk perception function of a group of population i with education level E and age range A on site (x,y) during time interval τ within the geographic region M and an observation period t .

Combination of equations (5)-(6) describes the education function distribution among the studied groups of population during time interval τ within the geographic region M and an observation period t (Figures 5, 6). The distributions presented are demonstrate that with all types of disaster impacts less educated people suffer more (injuring, missing and killing).

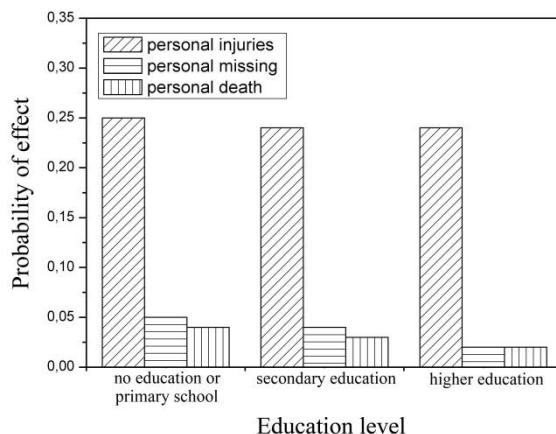


Fig. 5. Distribution of the probability of the effect on the individual (death, injured or missing) depending on education [2]

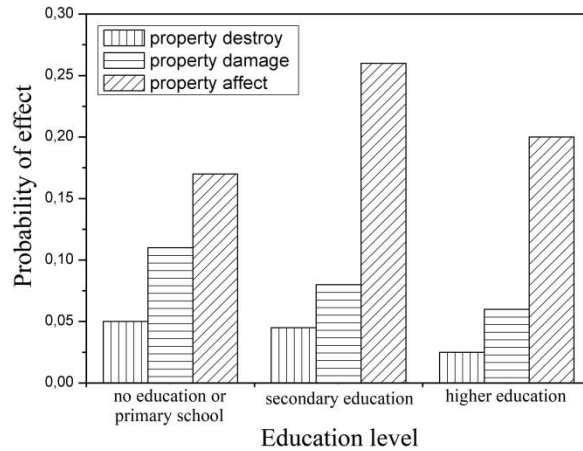


Fig. 6. Distribution of the probability of property damage (homes and business destroyed, damaged and affected) depending on education [2]

SOCIO-ECONOMIC DRIVERS OF RISK AND LOSSES DISTRIBUTION ON SHORT AND MIDTERM SCALES

Disaster data [17] were analysed using modified kernel-based nonlinear principal component analysis (KPCA) algorithm. As the result the spatially and temporally regularized distributions with normalized reliability were obtained.

Figures 5 and 6 present distributions of probability of a proportion of people affected by property damage that depend on education, for the most valuable natural disasters in Ukraine 1991 – 2012 [17, 25]. This corresponds to the average world trends [25]. Moreover, the distribution reflects the disparity on property distribution in Ukraine, and an important connection with social fairness patterns.

Risk component caused by the education (and indirectly by the age) is closely connected with economic parameters, such as per capita income. Surveys show that these interrelations are varied and they are significantly heterogeneous spatially and temporally.

Figures 7 and 8 present the distributions of probability of a proportion of people affected by property damage depending respectively on personal income are presented. These distributions look predictable because correspond to average world trends [25]: in particular, increasing income leads to increase of protection.

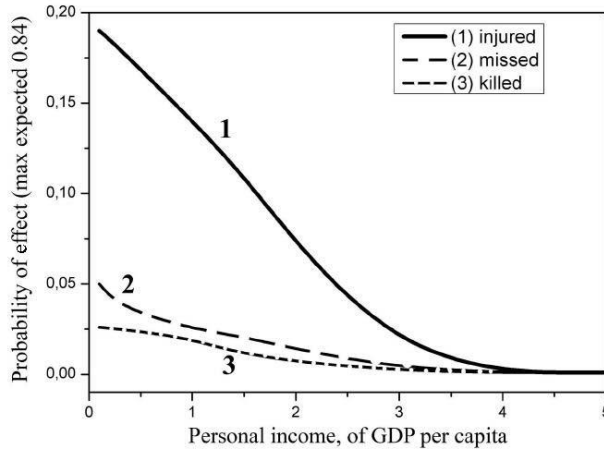


Fig. 7. Distribution of the probability of the effect on the individual depending on personal income. GDP: gross domestic product [2]

Peaks of probability of individual damage and property damage with low income and increasing the probability of affect and destruction of property with high income, shown in Figure 8, demonstrates interesting characteristics in Ukrainian society: most poor and most rich people are most vulnerable toward catastrophes. Poorest are vulnerable because of the lack of infrastructure and resources accessibility; and richest because of the neglecting of security regulations. These are the different aspects of social groups behaviour, and could be described as decision making problem under uncertainty [26].

In general case the linearised form might be proposed as follows [19, 27]:

$$\ln(p_{i,t}(x,y))_r = a_1 P_{i,t} + a_2 F_{i,t}^d + a_3 \ln I_{i,t} + a_4 (\ln I_{i,t})^2 + a_5 P_{i,t}^{UR} + a_6 (\ln I_{i,t} P_{i,t}^{UR}) + \xi_{i,t}^{(x,y)} \quad (7)$$

Here a_n – regression empirical coefficients; $F_{i,t}^d$ – frequency of disasters on the site (x,y) ; $I_{i,t}$ – per capita income of people group i in time t on the site (x,y) ; $P_{i,t}$ – population in time t on the site (x,y) ; $P_{i,t}^{UR}$ – urban population/social density in time t on the site (x,y) ; and ξ – uncertainty coefficient.

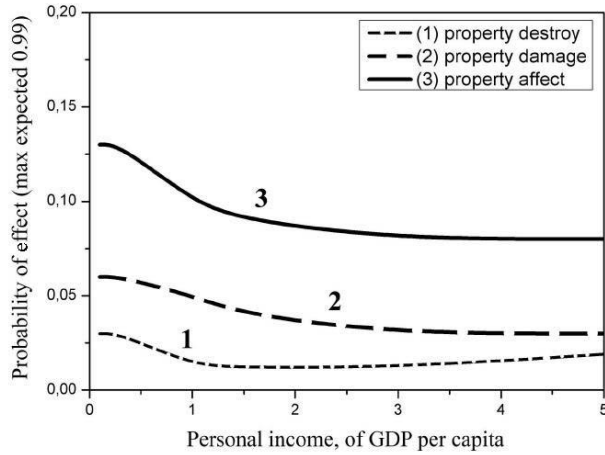


Fig. 8. Distribution of the probability of property damage depending on personal income. GDP: gross domestic product [2]

Proposed equation, which describes natural disasters losses, requires detailed data on used parameter such as distribution of population density, or income.

STOCHASTIC MODELING OF POPULATION DISTRIBUTION

Usually we have not enough accurate data on population distribution and dynamics, so population statistics is an object of statistical estimations. We can evaluate a value $P_{i,t}$ – population in time t on the site (x,y) as the stochastic value.

If site (x,y) is the part of mixed area with urbanized and rural districts, population in the site investigated could be presented as:

$$P_{i,t}^{(x,y)} = \frac{\mu_i^{RUR} P_i^{RUR}}{\sum_{x,y} \mu^{RUR}} + \frac{\mu_i^{UR} P_i^{UR}}{\sum_{x,y} \mu^{UR}}, \quad (8)$$

Where P_i^{RUR} - rural population, P_i^{UR} - urban population, μ^{RUR} - rural probability density coefficient, μ^{UR} - urban probability density coefficient for the certain site.

Rural population: the function of land-use and crop productivity

The rural population will be determined by the rural population probability density coefficient μ_i^{RUR} , which could be defined as:

$$\mu_{i(x,y)}^{RUR} = \sum_{n,(x,y)} u_{n,(x,y)} S_{(x,y)}, \quad (9)$$

Where $u_{n,(x,y)}$ - agro-ecological zoning coefficient for land-use type n in site (x,y) ; $S_{(x,y)}$ - square of land-use type in site (x,y) . Agro-ecological zoning coefficient include number of parameters [28]:

$$u_n \rightarrow h_n(A_n; \delta) \bar{y}_n(x_n), \quad (10)$$

Where h_n - land index, calculated for each region taking into account pollutions and soil degradation, A_n - type of land-use, δ - scaling parameter, \bar{y}_n - maximum attainable yield, depends of x_n - agro-ecological condition, which includes parameters of terrain, soil, water: moisture and precipitation, climate and temperature. Maximum attainable yield may be assessed as the functional of annual statistical yield maximum:

$$\bar{y}_n \rightarrow y \cdot (1 - u) \cdot f(k) \cdot S(T, W, R) + \Delta \quad (11)$$

Where u –crop degradation index; $f(k)$ – function of crop density; $S(T, W, R)$ – productivity functional depends of distributions of temperature, water load and radiation; Δ – uncertainty coefficient [29].

Rural population vulnerability is determined by natural conditions, quality of lands, effectiveness of land use, intensity of pollutions, crop productivity variations during the period of crop rotation [30, 31] and market conjuncture.

Additionally, there is a local parameter, which connects population and income distribution through variations of consumer prices of agricultural production. In the framework of general stochastic socio-economic regional model (Fischer et al, 1996) a production function of “aggregate farmer” should include output index with available provincial prices p_{rc} for yield y_{rc} , the national prices p_c , including weighting coefficient w_l [32]:

$$p_r^i = w_l \frac{\sum_c p_{rc} y_{rc}}{\sum_c p_c y_{rc}} \quad (12)$$

Where w_l is a coefficient of infrastructure availability, reflecting the road quality β , distance l' between the given county and all other cities and county towns, and density of urban population P_i^{UR} as:

$$w_l = \sum_{l'} \frac{P_i^{UR}}{\exp(0.01 \cdot \beta_l \cdot \text{distance}_{l,l'})}. \quad (13)$$

This type of stochastic approach with necessary constrains and measurable variables is discussed in [31]. The methods of control of current productivity y_{rc} as well as its variations are also proposed [30]. Therefore, as it is following from (12)-(13), a rural population vulnerability will depend also on distribution of urban population, in particular, on distance to city centres l , and on national distribution of crops output.

Urban population: the function of infrastructure availability and socio-economics

Population on urbanized areas is distributed by other low, and it vulnerability should be described with other relations. General model of urban population density p_n in region n can be presented, according to [33, 34] as:

$$p_n(r) \propto \sum_{n(x,y)} p_{n(o)} \cdot \exp\left(-\frac{r_n}{r_{n(o)}}\right)^\sigma, \quad (14)$$

Where $p_{n(o)}$ is the population density in the urban centre, r_n - distance of area n with localization (x,y) to centre of urbanized area, $r_{n(o)}$ - functional radius of urbanized area, σ - parameter of stage of town development.

To reduce a difference between land-use types and urban landscapes inside towns and urbanized zones, will use a fracture coefficient, according to [35, 36]:

$$\lambda_i = \sum_m \left(r_{im} - \frac{d_{im}}{D_{im}} \right). \quad (15)$$

Where d_{im} - size of land-use type i in district or town m , D_{im} - size of urban fracture or town m , included different types of land-use types d_{im} , r_{im} - distance from town m to the urban centre.

$$\mu_{i(x,y)}^{UR} = \sum_{n(x,y)} \frac{r_n}{\lambda_i} A_n \ln A_{(x,y)} \exp\left(-\frac{r_n}{(A_{(x,y)}/\pi)^{1/2}}\right)^\sigma \quad (16)$$

Where A_n - urbanized area, $A_{(x,y)}$ - square of town, r_n - distance to urban centre, σ - parameter of stage of town development. Parameter of stage of urban development could be presented in a form:

$$\sigma_{n(x,y)} = \sum_{n(x,y)} \left(\frac{A_{b(x,y)} + A_{i(x,y)}^{q_m}}{A_{(x,y)}} + \beta_l \frac{l_{im}}{r_n} \right), \quad (17)$$

Where $A_{b(x,y)}$ is a built-up area of town, $A_{i(x,y)}$ - industrial area, l_{im} - density of roads, β - coefficient of infrastructure availability (reflecting the road quality), q_m - local employment rate.

So we can conclude that vulnerability of urban population depends of distribution of urban fractures and quality urban environment: density, quality and availability of infrastructure, balance between industrial, residential and recreational zones, effectiveness of urban land use and landscape management, and social policy, particularly, employment.

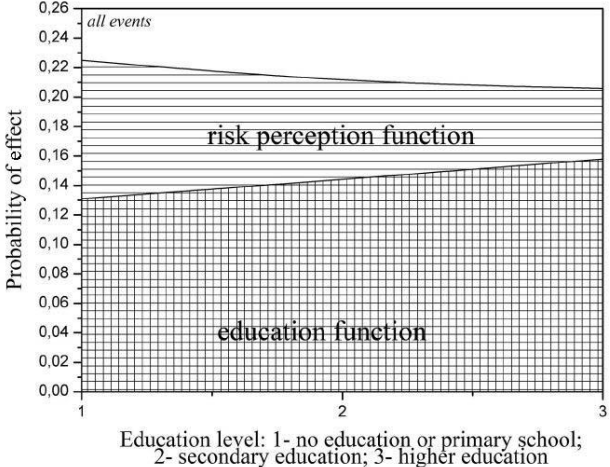


Fig. 9. Estimated distribution of risk perception and the education component of the awareness function for all studied events [2]

Proposed equation (7) with additional components (8)-(17), which describes fatalities from natural disasters, corresponds to observed distributions. This regression is good correlating with results of other studies [37].

Available disaster statistics was analysed using proposed approach (8) – (10) and KPCA algorithm. Result demonstrates interconnected influence of education function and risk perception function to the damage function as the measure of vulnerability toward disasters (Figure 9-10). So we can separately analyse impact of education, long-term experience and short-term information to the losses dynamics as the function of social behaviour.

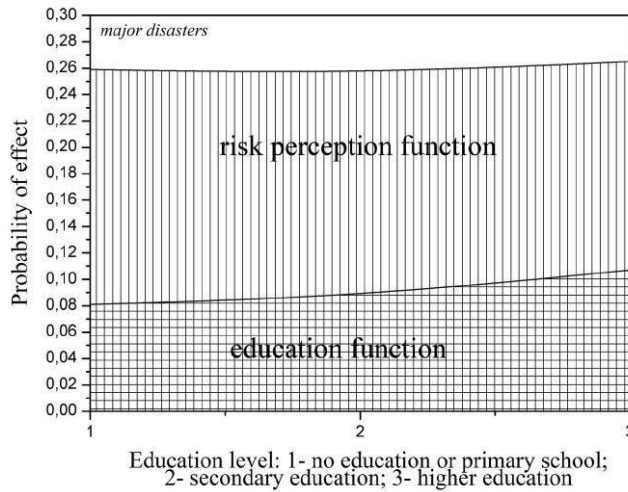


Fig. 10. Estimated distribution of risk perception and the education component of the awareness function for “fast catastrophes” (11 major disasters) [2]

Data show that no less than 7-11% of direct losses depend of short-term behaviour of “information agents”: social activity of experts, scientists, correct discussions in media etc. Other 8-10% of losses are connected with level of public and professional education. So, cost of systemic education and long-term preparedness work is no less than 10-15 % of total catastrophic losses, and cost of responsible information, social behaviour, and policy making is 8-20% (in case of major disasters) [2].

CONCLUDING REMARKS

Modern world is based on relationships rather than on causalities, so communicative, socio-economic, and socio-cultural issues are important to understand nature of risks and to make correct decisions. Today major part of risk analysts declared new nature of modern risks [38]. We faced coherent or systemic risks, realization of which leads to domino effect [39], unexpected growing of losses and fatalities [40]. This type of risks originated from complicated nature of heterogeneous environment, close interconnection of engineering networks, and changing structure of society. Heterogeneous multi-agent environment generates systemic risks, which requires analyzing multi-source data with sophisticated tools. Formal basis for analysis of this type of risks is developed during the last 5-7 years [40]. But issues of social fairness, ethics, and education require further development. One aspect of analysis of social issues of risk management is studied in this paper.

The result of disaster data analysis demonstrates that about half of direct disaster damage might be induced by social factors: education, experience and social behaviour. Using data presented is possible to estimate quantitative parameters of the losses distributions. Equations (5) and (7) determine a relation between education, age, experience, and losses. Equation (7) with components (8) – (17) allows estimate vulnerability (in terms of probable damage) toward financial status in current social density depends of environment, land-use and infrastructure state. So on wide-scale range an education determines risk perception and so vulnerability of communities.

But at the local level there are important heterogeneities. Land-use and urbanization structure influence vulnerability at the temporal scale smaller than 3 years (regional crop rotation period) and with spatial size smaller than 20 km (size of landscape diversity).

Model shows that rural community's vulnerability determines by water availability, quality of soils, effectiveness of land use (including climate change adaptation), intensity of pollutions, crop productivity variations during the period of crop rotation, annual national distribution of crops output, and distance to city centres. It should be noted here that “distance to city centres” is not comprehensive indicator of market accessibility in general case: quality and availability of transport infrastructure should be described more detailed on the next stages of analysis.

Urban population vulnerability is determined by distribution of urban fractures and quality urban environment: density, quality and availability of infrastructure, balance between industrial, residential and recreational zones, effectiveness of urban land use and landscape management, and social policy, particularly, employment.

Basing on the approach proposed, in particular using the equations (5), (7), (8) and (14), it is possible to calculate distribution of vulnerability in terms of most probable losses (risk of personal impact and property damage caused by multi-disaster impact) for different communities, using data of [17], [41] and [42]. In Fig. 11 such kind of distribution is presented. As we can see, calculated vulnerability corresponds to disaster distribution, population density and socio-economic parameters. Analysis of this data requires more detailed calculations with better grid, as well as interpretation with more comprehensive data is necessary.

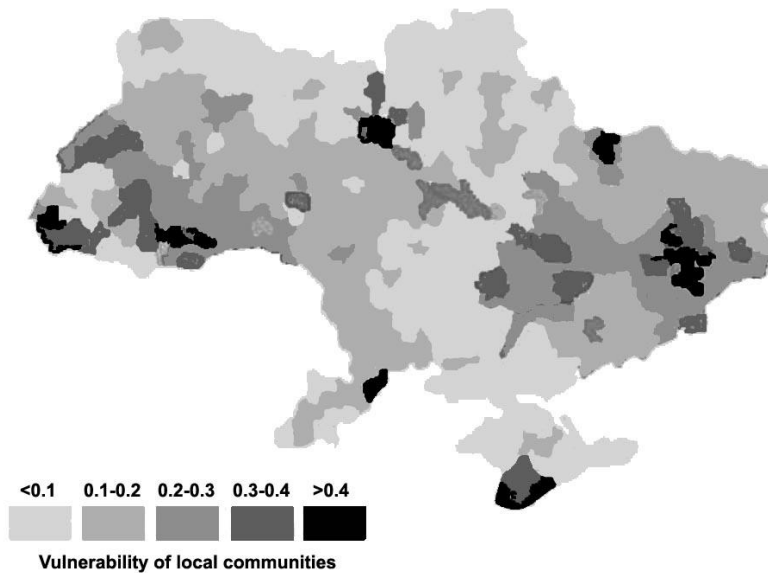


Fig. 11. Calculated distribution of vulnerability of local communities in terms of most probable personal impact and property damage caused by multi-disaster impact

Population density is closely connected with social density, with communications and decision making [43]. Social learning, as the function of social communications, is the way to increase sustainability.

It is possible to say that social sustainability is a function of intensity and efficiency of communications between interlinked and interacted networks in the heterogeneous environment.

Therefore the results of study demonstrated that risk management should include issues of risk and threats perception, which should be described in a framework of appropriate tools and approaches connected with human dimension of vulnerability. For instance, problems of accessibility and availability of resources in view of social fairness and socio-economic dynamics should be included into future studies in the field of risk analysis.

REFERENCES

1. Lutz, W., and Samir K.C. (2011) "Global human capital: integrating education and population" in *Science* **333**:587–592
2. Kostyuchenko Yuriy V., Movchan D. (2015) "Quantitative parameter of risk perception: can we measure a geoethic and socio-economic component in disaster vulnerability?" in: Peppoloni, S. & Di Capua, G. (eds)

- Geoethics: the Role and Responsibility of Geoscientists. Geological Society, London, Special Publications, 419. – 2015, First published online Feb 16, 2015, <http://dx.doi.org/10.1144/SP419.10>
3. Nelkin D. (1989) “Communicating Technological Risk: The Social Construction of Risk Perception” in *Annual Review of Public Health*, Vol. 10: 95-113 (Volume publication date May 1989), DOI: 10.1146/annurev.pu.10.050189.000523
 4. Spink M.J.P., Menegon V.M., Bernardes J. de Souza, Coêlho A.E.L. (2007) “The language of risk in psychology: a social constructionist analysis of a psychological database” in *Interam. j. psychol.* v.41, n.2, - 2007, ISSN 0034-9690
 5. Ermoliev Y. and Winterfeldt D. (2012) “Systemic Risk and Security Management” in: Y. Ermoliev et al. (eds.), *Managing Safety of Heterogeneous Systems*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 658, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp.19-49, DOI: 10.1007/978-3-642-22884-12
 6. Kostyuchenko Yu.V. (2014) “Geostatistics and remote sensing for extremes forecasting and disaster risk multiscale analysis” in: S. Kadry and A. El Hami (eds.), *Numerical Methods for Reliability and Safety Assessment: Multiscale and Multiphysics Systems*, Springer International Publishing Switzerland, 2014, XII, 805 p. 328 il., 404-423, DOI 10.1007/978-3-319-07167-1_16, ISBN 978-3-319-07166-4
 7. Linnerooth-Bayer J., Mechler R., and Pflug G. (2005). „Refocusing disaster aid” in *Science*, **309** (5737): 1044–1046
 8. Douglas Mary and Wildavsky Aaron (1982) *Risk and Culture: An Essay on the Selection of Technical and Environmental Dangers*. Berkeley, CA: University of California Press, 224 p.
 9. Schwartz S. H. (1992). “Universals in the Content and Structure of Values: Theoretical Advances and Empirical Tests in 20 Countries,” In M. Zanna, eds., *Advances in Experimental Social Psychology* 25. Orlando, FL: Academic. 251-65
 10. Weber E.U., Hsee C. (1998) Cross-Cultural differences in risk perception, but cross-cultural similarities in attitudes toward perceived risk // *Management science*, v.44, #9, Sept, 1998, pp. 1205-1217
 11. Gritsevsky A., Ermoliev Yu. (2012) Modeling technological change under increasing return and uncertainty // in “*Managing Safety of Heterogeneous Systems: Decisions under Uncertainties and risks*”. Eds by Yuri Ermoliev, Marek Makowski, Kurt Marti, pp. 109 – 136, Springer, 2012
 12. Hofstede G. (1995). Multilevel Research of Human Systems: Flowers, Bouquets, and Gardens. *Human System Management*, 14, 201-217
 13. Glaser Markus and Weber Martin. (2009) Which past returns affect trading volume? *Journal of Financial Markets*, 12, 1–31

14. Borghans, L., Heckman, J. J., Golsteyn, B. H., & Meijers, H. (2009). Gender Differences in Risk Aversion and Ambiguity Aversion. *Journal Of The European Economic Association*, 7, 2, 649-658
15. De Mooji, M. (2000). The future is predictable for international marketers: converging incomes lead to diverging consumer behavior. *International Marketing Review*, 17, 3, 103-113
16. Alexander D.E. (2014) Celebrity culture, entertainment values and... disasters // in: Krueger F., Bankoff G., Cannon T., Schipper L. (eds.), Cultures and Disasters: Understanding cultural framings in disaster risk reduction, London, Routledge, 2014, pp. 179-192
17. National report “On Technogenic and Natural Security in Ukraine in 2009” (2010). Kiev, 252 p.
18. Kostyuchenko Yu.V., Yuschenko M., Movchan D. (2013) “Regional risk analysis based on multisource data statistics of natural disasters” in: Integrated modeling of food, energy and water security management for sustainable social, economic and environmental developments. ed. by Zagorodny A.G., Yermoliev Yu.M. – Kyiv, –pp.229-238, ISBN 978-966-02-6824-1
19. Kostyuchenko Yu.V., Movchan D., Kopachevsky I., Bilous Yu. (2015) Robust Algorithm of Multi-Source Data Analysis for Evaluation of Social Vulnerability in Risk Assessment Tasks // Proc. of SAI IntelSys 2015, Nov 10-11, IEEEXplore, 2015, pp. 944- 949, London, UK, doi 978-1-4673-7606-8/15
20. Mudelsee M., Börngen M., Tetzlaff G. (2001) “On the estimation of trends in the frequency of extreme weather and climate events” in: Raabe A., Arnold K., Eds., Wissenschaftliche Mitteilungen, Institut für Meteorologie der Universität Leipzig, Institut für Troposphärenforschung e. V. Leipzig, Leipzig, v. 22, p. 78 – 88
21. Kahneman D. and Tversky A eds.. (2000). Choices, Values, and Frames. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press
22. Tversky, A. and Kahneman, D. 1974. “Judgment under uncertainty: Heuristics and biases” in Science, **185**: 251-284
23. Frankenberg E., Sikoki B., Sumantri C., Suriastini W., and Thomas D. (2013). ”Education, vulnerability, and resilience after a natural disaster” in *Ecology and Society* **18**(2): 16, doi: 10.5751/ES-05377-180216
24. Huber P. (1981). *Robust statistics*. Wiley, New York, New York, USA
25. FAO/ADPC (2006). “The Role of Local Institutions in Reducing Vulnerability to Recurrent Natural Disasters and in Sustainable Livelihoods Development”; Rome
26. Yudkowsky E. (2006). “Cognitive biases potentially affecting judgment of global risks” in Global Catastrophic Risks, eds. Nick Bostrom and Milan Cirkovic, pp. 91-120, ISBN 978-0-19-857050-9

27. Kellenberg D.K., Mobarak A.M. (2008). “Does rising income increase or decrease damage risk from natural disasters?” in *Journal of Urban Economics*, **63**, 788–802, doi:10.1016/j.jue.2007.05.003
28. Fischer G., Velthuizen H., Shah M., Nachtergaele F. (2002) *Global Agro-ecological Assessment for Agriculture in the 21st Century: Methodology and Results*. IIASA Report RR-02-02, March 2002, IIASA-FAO, 119 p., ISBN 3-7045-0141-7
29. Gommers R., Das H. P., Mariani L., Challinor A., Tychon B., Balaghi R., Dawod M.A.A. (2007). “WMO Guide to Agrometeorological Practices, Chapter 5, Agrometeorological Forecasting”. 70 pp. Current version downloadable from http://www.agrometeorology.org/fileadmin/insam/repository/gamp_chapt5.pdf
30. Kostyuchenko Yu., Bilous Yu., Movchan D., Márton L., Kopachevsky I. (2013) Toward methodology of satellite observation utilization for agricultural production risk assessment // *IERI Procedia*, **5**, 2013, pp. 21-27, doi: 10.1016/j.ieri.2013.11.065
31. Movchan D., Kostyuchenko Y., Marton L., Frayer O., and Kyryzyuk S. (2013) Uncertainty Analysis in Crop Productivity and Remote Estimation for Agricultural Risk Assessment // in: *Vulnerability, Uncertainty, and Risk: Quantification, Mitigation, and Management*, Edited by Michael Beer; Siu-Kui Au; and Jim W. Hall: pp. 1008-1015, ASCE, Liverpool, UK, 2014, doi: 10.1061/9780784413609.102
32. Albersen P., Fischer G., Keyzer M., Sun L. (2002) Estimation of Agricultural Production Relations in the LUC Model for China. IIASA Report RR-02-03, April 2002, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria, 51 p., ISBN 3-7045-0142-5
33. Clark, C., (1951). Urban population densities. *Journal of royal statistical society*, 114, 490–496
34. Chen, Y.G., (2008). A wave-spectrum analysis of urban population density: entropy, fractal, and spatial localization. *Discrete dynamics in nature and society*, 2008, 22, article ID 728420
35. White, R. and Engelen, G., (1994). Urban systems dynamics and cellular automata: fractal structures between order and chaos. *Chaos, solitons & fractals*, 4 (4), 563–583
36. Chen, Y.G. and Zhou, Y.X., (2008). Scaling laws and indications of self-organized criticality in urban systems. *Chaos, soliton & fractals*, 35 (1), 85–98
37. Kahn M.E. (2005). “The death toll from natural disasters: The role of income, geography, and institutions” in *Review of Economics and Statistics* **87** (2), 271–284

38. *Marti K, Ermoliev Y, Makowski M.* (2010) *Coping with Uncertainty: Robust Solutions.* Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Volume 633/2010, 2010, 286 p.
39. *Kostyuchenko Yuriy V., Kopachevsky I., Zlateva P., Stoyka Yu., and Akymenko P.* (2012) "Role of systemic risk in regional ecological long-term threats analysis" in: *Sustainable Civil Infrastructures – Hazards, Risk, Uncertainty*, Phoon, K. K., Beer, M., Quek, S. T. & Pang, S. D. (editors), Research Publishing, Singapore, - 2012, p.551 – 556, ISBN: 978-981-07-2219-7:: doi:10.3850/978-981-07-2219-7 P226
40. *Ermoliev Y., Makowski M., Marti K.* (eds), (2012) *Robust Management of Heterogeneous Systems under Uncertainties.* Springer, Heidelberg, Germany, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 658/2012, 2012, XXIII, 378 p., ISBN 978-3-642-22883-4
41. *Databank of Population census of Ukraine*
http://database.ukrcensus.gov.ua/MULT/Database/Census/databasetree_en.asp
42. *Population of Ukraine: demographic components of human development* (2015). edited by O. Gladun. – Uman: "Sochnsky" Publishing, 180 p., ISBN 978-966-304-127-8 (in Ukrainian)
43. *Human development in Ukraine. Modernization of social policy: regional aspect* (2015). edited by E. Libanova, Kiev, 356 p., ISBN 978-966-02-7871-4 (in Ukrainian)

Наукове видання

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Комітет із Системного аналізу при Президії НАН України –
Національна членська організація України в Міжнародному інституті
прикладного системного аналізу (IIASA)

Державна установа "Центр оцінювання діяльності наукових установ
та наукового забезпечення розвитку регіонів України НАН України"

**ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКИ В СИСТЕМІ
ПРОДОВОЛЬСТВО, ЕНЕРГІЯ ТА ВОДА
ДЛЯ СТАЛОГО РОЗВИТКУ:
ІНТЕГРОВАНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
ТА НАДІЙНЕ УПРАВЛІННЯ**

Видається в авторській редакції

Художнє оформлення *Є.О. Льницького*

Комп'ютерна верстка *Ю.В. Костюченка*

Підп. до друку 27.07.2020. Формат 70 × 100/16.

Ум. друк. арк. 36,24. Обл.-вид. арк. 32,00.

Тираж 100 прим. Зам. № 6028.

Друкарня Видавничого дому "Академперіодика" НАН України
01004, Київ-4, вул. Терещенківська, 4

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 544 від 27.07.2001 р.

