В.Л. Богданов, В.М. Назаренко, Я.Я. Рущицький

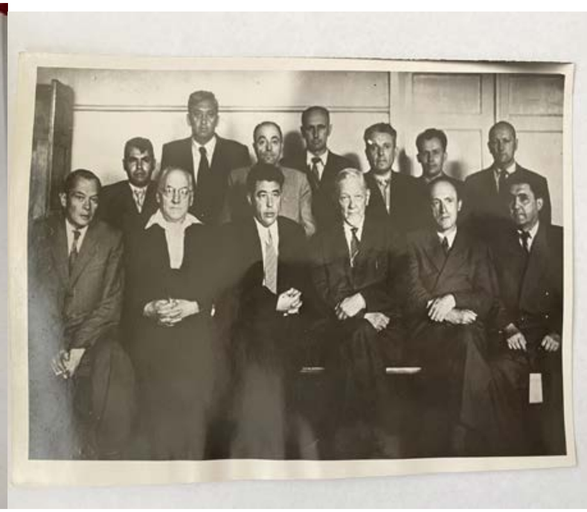
УКРАЇНЦІ В СВІТОВІЙ МЕХАНІЦІ. О.М. ГУЗЬ – ОСНОВОПОЛОЖНИК ЛІНЕАРИЗОВАНОЇ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

V.L. Bogdanov, V.M. Nazarenko, J.J. Rushchitsky

UKRAINIANS IN THE WORLD MECHANICS.
O.M. GUZ – THE FOUNDER OF LINEARIZED THEORY OF ELASTICITY

Оскільки конференція присвячена С.П. Тимошенку, то почнемо з його постаті як найбільш відомого українця в світовій механіці.

Покажемо тут дві менш знані фотографії С.П. Тимошенка.



На першій зображений С.П. Тимошенко з братами Сергієм та Володимиром в США. На другій – з провідними вченими Інституту механіки під час візиту до Києва в 1958 році. Всі вчені, показані на другому фото, невідомі С.П. Тимошенку.

Можливо, він знав академіка Г.М. Савіна як провідного фахівця в області концентрації напружень. На той час Г.М. Савін уже отримав (1951) Сталінську премію за книгу про концентрацію напружень біля отворів і ця книга вже була перекладена на англійську мову.

Зате при відвіданні КПІ С.П. Тимошенко зустрівся з деякими своїми колишніми колегами та побачив установки, прилади і верстати, які він придбав для кафедри опору матеріалів ще в бутність професором КПІ до 1-ї світової війни.

ВИЗНАНИЙ ЗАСНОВНИКОМ ІНЖЕНЕРНОЇ МЕХАНІКИ У США

є **загальновизнаним авторитетом** у світовій механіці, йому належать результати в теорії пружності, опорі матеріалів, статиці споруд, теорії пластин і оболонок, стійкості пружних систем, теорії коливань та інших напрямках інженерної механіки.Широко відомі його дослідження з історії опору матеріалів і з формування інженерної освіти.

Першими вченими, які працювали на теренах сучасної України

і відомі у світі своїми науковими результатами в галузі механіки, були

професор Харківського університету М.В.Остроградський (середина XIX століття), ректор Львівської політехніки М.Т.Губер (перша половина XX століття) та професор Київського і Донського політехнічних інститутів О.М. Динник (перша половина XX століття).

Ще однією вагомою постаттю в світовій механіці є

Микола Миколайович Боголюбов (21.08.1909 – 13.02.1992).

Він разом з М.М.Криловим створив відому в світовій механіці наукову школу з нелінійної механіки. Починаючи з 1932 р., Боголюбов і Крилов почали розвивати новий напрямок – теорію нелінійних коливань, яку вони назвали нелінійною механікою. Їхні ідеї і фундаментальні результати в галузі нелінійної механіки склали основу багатьох сучасних напрямків механіки.

Оскільки найбільш потужною державою в галузі механіки вже довгий час є США, то слід згадати хоча б двох вчених світового рівня в галузі механіки, які народилися і працювали в США,

АЛЕ МАЮТЬ УКРАЇНСЬКІ КОРЕНІ.

Професор **Peter Stepanishen (Петро Михайлович Степанішен 7.12. 1914 – 31.7. 2007) працював в Department of Ocean Engineering, Rod Island University і відомий своїми науковими працями з дослідження пружних і вязкопружних сейсмічних хвиль.**

Професор - Walter P. Murphy Professor and McCormick Professor - Ted Bohdan Belitshko (Тед Богдан Белічко, 13.1. 1943 – 15.9. 2014) працював в Department of Computational Mechanics, Northwestern University і відомий своїми науковими працями в галузі механіки твердого деформівного тіла.

ВСІ ЗГАДАНІ ВИЩЕ ВЧЕНІ АБО ЗДОБУЛИ ВИЗНАННЯ В ІНШИХ КРАЇНАХ, АБО НАРОДИЛИСЯ І ЖИЛИ ЗА МЕЖАМИ УКРАЇНИ.

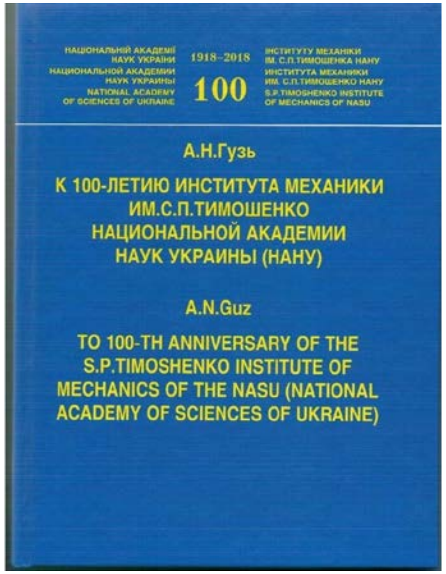
Один з сучасних українських письменників назвав свою книгу про С.П.Тимошенка

«Глибока рілля на чужому полі».

Ця алегорія стосується всіх згаданих вище закордонних вчених.

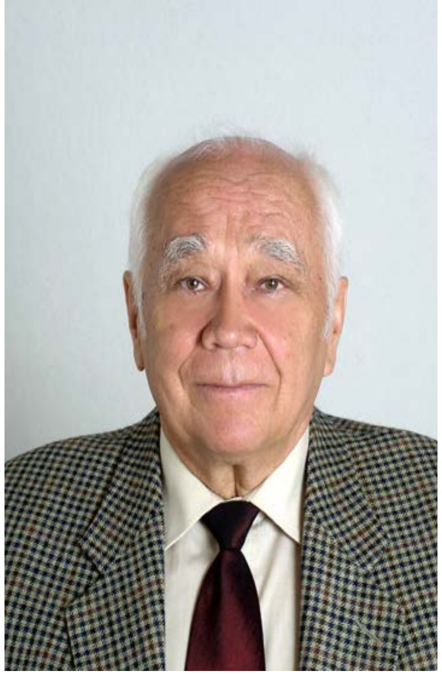
найбільш відомим у світовій механіці українцем, який народився і все життя працює в Україні, можна вважати основоположника лінеаризованої теорії пружності Гузя Олександра Миколайовича	**На цій постаті і зосередимо увагу в доповіді.**

Основними джерелами при підготовці доповіді були дві книги



а також основні публікації двох основоположників лінеаризованої теорії пружності –

бельгійця Моріса Біо (Maurice A. Biot, 1905 – 1985) та українця Олександра Гузя (народився у 1939 році)



При підготовці доповіді було враховано такі публікації:

The earlier papers of Biot MA on the linearized theory of elasticity

1. Biot, MA **1934**, Sur la stabilite de l'equilibre elastique. Equations de l'elasticite d'un milieu soumis a tension initiale. *Annales de la Societe Scientifique de Bruxelles*, 54, Ser. B, part I, 18-21.	2. Biot, MA **1938,1939,** Theory of Elasticity with Large Displacements and Rotations. Proc. of the 5th Int. Congress for Applied Mechanics (Cambridge, Mass., Sept. 1938), pp. 117-122, John Wiley & Sons, Inc., New York, Chapman & Hall Ltd., London 1939.	3. Biot, MA **1939**, Theorie de l'elasticite du second ordre avec application a la theorie du flambage. *Annales de la Societe Scientifique de Bruxelles,* 59, Ser. I, 104-112.	4. Biot, MA **1939**, Nonlinear Theory of Elasticity and the Linearized Case for a Body under Initial Stress. *Philosolosophical Magazine*, 27, Ser. 7, 468-489.
5. Biot, MA **1939**, Increase of Torsional Stiffness of a Prismatical Bar due to Axial Tension. *J. Appl. Physics*, 10, N12, 860-864.	6. Biot, MA **1940**, Elastizitatstheorie zweiter Ordnung mit Anwendungen. *ZAMM*, 20, N2, 89-99.	7. Biot, MA **1940**, The Influence of Initial Stress on Elastic Waves. *J Applied Physics*, 11, N8, 522-530.	Biot, MA **1965,** Mechanics of Incremental Deformations. Theory of Elasticity and Visco elasticity of Initially Stressed Solids and Fluids, Includ ing Thermodynamic Foundations and Applica tions to Finite Strain. Willey, New York. (Scanned book 2008). **The main book of Biot MA on the linearized theory of elasticity**

Mechanics of Incremental Deformations

Theory of Elasticity and Viscoelasticity
of Initially Stressed Solids and Fluids,
Including Thermodynamic Foundations and
Applications to Finite Strain

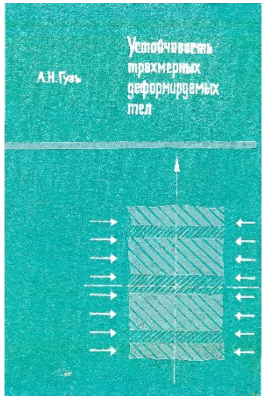
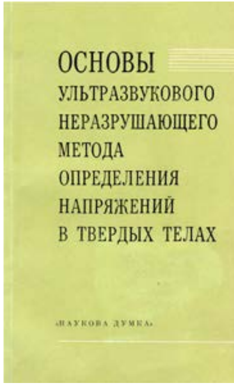
MAURICE A. BIOT
New York, New York

John Wiley & Sons, Inc., New York · London · Sydney

The earlier papers of Guz AN on the linearized theory of elasticity

1. Guz, AN **1967**, General solutions of three-dime nsional linearized equations of theory of elastic stability. *DAN UkrRSR*, N1, 42-46.	2. Guz, AN **1967**, Study of stability of elastic syste ms by use of three-dimensional linearized equa tions of theory of elasticity. *Sowiet Appl. Mech*., 2, N2, 22-33.	3. Guz, AN **1967**, Stability of orthotropic bodies. *Sowiet Appl. Mech*., 2, N6, 40-51.	4. Guz, AN **1968**, General solutions of three-dimensional linearized equations of stability of elasto-plastic bodies. *DAN UkrRSR*, N4, 34-37.
5. Guz, AN **1968**, On solving the three-dimensi onal problems of stability of transversally isotro pic bodies. *DAN UkrRSR*, N9, 32-36.	6. Guz, AN **1968**, On stability of three-dimensio nal elastic bodies. *PMM*, N5, 100-110.	7. Guz, AN **1969**, On constructing the theory of stability of uni-directed fibrous materials. *Sowiet Appl. Mech*., 5, N2, 34-44.	8. Guz, AN, Babich, IYu **1969**, On instability of de formed layered materials. *Sowiet Appl. Mech*., 5, N5, 64-74.
9. Guz, AN **1969**, Stability of elasto-plastic bodies. *Sowiet Appl. Mech*., 5, N11, 11-19	10. Guz, AN **1969**, On stability of deformation of nonlinear viscoelastic three-dimensional body. *DAN UkrRSR*, N11, 1003-1006.	11. Guz, AN **1970**, On three-dimensional theory of stability of deformation of materials with rheological properties. *Izvestiya AN SSSR. Mech. Tverd. Tela*., N6, 104-107.	12. Guz, AN **1970**, On condition of application of Euler's method of studying the deformation of nonlinearly elastic bodies under finite subcritical deformations. *DAN SSSR*, 194, N3, 38-40.

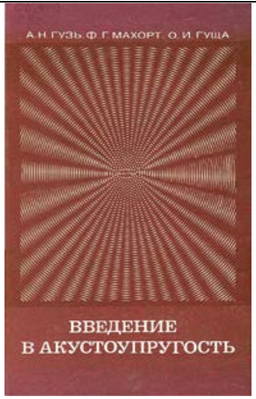
The main books of Guz AN on the linearized theory of elasticity

 N 1 A.N.Guz. **Stability of three-dimensional deformed bodies.** Naukova Dumka, Kiev, **1971**, 276p.		N 2 A.N.Guz. **Stability of elastic bodies under finite deformations.** Naukova Dumka, Kiev, **1973**, 272p.		N 3 A.N.Guz, O.I.Guscha, F.G.Makhort, V.K.Lebedev. **Foundations of ultrasonic nonde-structive method of stresses determina tion in solid bodies.** Naukova Dumka, Kiev, 1974, 108p.		N 4 A.N.Guz, A.P.Zhuk, F.G.Makhort. **Waves in layer with initial stresses.** Naukova Dumka, Kiev, 1976, 104p.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>N 5

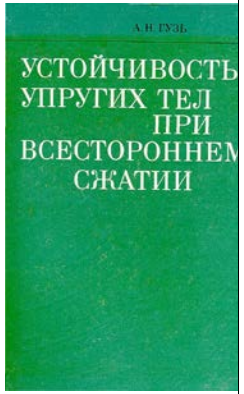
A.N.Guz.

Foundations of stability theory of mine workings.

Naukova Dumka, Kiev, 1977, 204p.</td>
<td></td>
<td>N 6

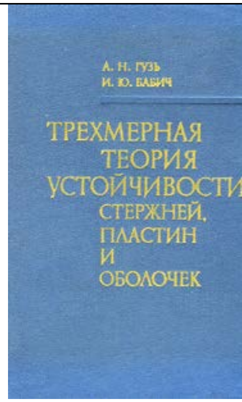
A.N.Guz, F.G.Makhort, O.I.Guscha.

Introduction in acoustoelasticity.

Naukova Dumka, Kiev, 1977, 152p.</td>
<td></td>
<td>N 7

A.N.Guz.

Stability of elastic bodies under omni-directional compression.

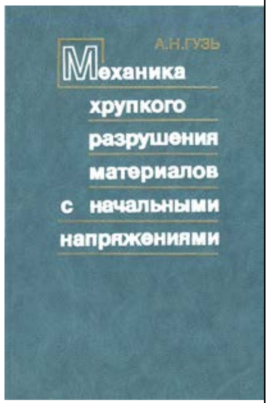
Naukova Dumka, Kiev, 1979, 144p.</td>
<td></td>
<td>N 8

A.N.Guz, I.Yu.Babich.

Three-dimensional stability theory of rods, plates and shells.

Vyshcha Shkola, Kiev, 1980, 168p.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>N 9

A.N.Guz, M.Sh. Dyshel', G.G.Kuliev, O.B.Milovanova.

Failure and stability of thin bodies with cracks. Naukova Dumka, Kiev, 1981, 184p.</td>
<td></td>
<td>N 10

A.N.Guz.

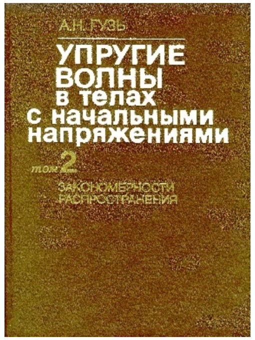
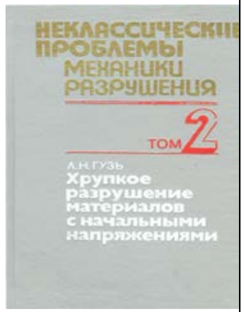
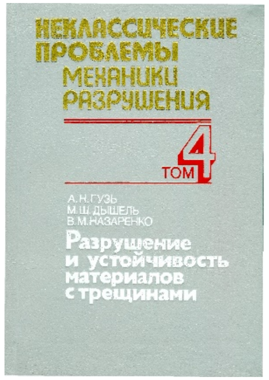
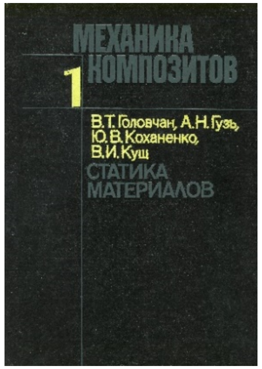
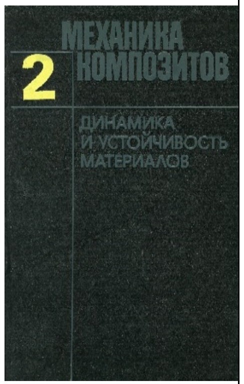
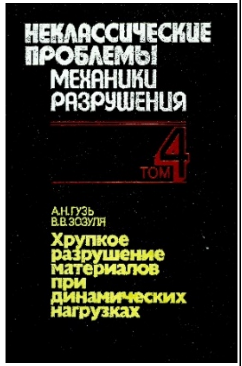
Mechanics of brittle fracture of materials with initial stresses.

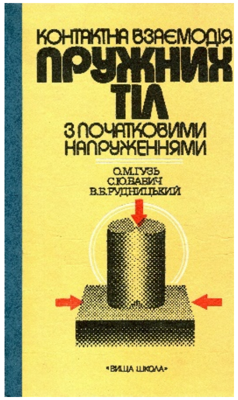
Naukova Dumka, Kiev, 1983, 296p.</td>
<td></td>
<td>N 11A.N.Guz, I.Yu.Babich. Spatial problems of elasticity and plasticity theory. In 6 vols. V.4. Three-dimensional stability theory of deformed bodies. Naukova Dumka, Kiev, 1985, 280p.</td>
<td></td>
<td>N 12

A.N.Guz.

Foundations of three-dimensional stability theory of deformed bodies.

Vyshcha Shkola, Kiev, 1986, 512p.</td>
</tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

	N 13 A.N.Guz. **Elastic waves in bodies with initi al stresses.** In 2 vols. **V.1. General problems.** Nauko va Dumka, Kiev, 1986, 374p.		N 14 A.N.Guz. **Elastic waves in bodies with initial stresses.** In 2 vols. **V.2. Propagation regularities.** Nauko va Dumka, Kiev, 1986, 536p.		N 15 A.N.Guz. **Failure mechanics of composite materials under compression.** Naukova Dumka, Kiev, 1990, 630p.		N 16A.N.Guz. **Non-classical pro-blems of fracture mechanics.** In 4 vols. **V.2. Brittle fracture of materi als with initial stresses.**Naukova Dumka, Kiev, 1991, 288p.
	N 17 A.N.Guz, M.Sh.Dyshel', V.M.Nazarenko. **Non-classical problems of fracture mechanics.** In 4 vols. **V.4, B.1. Fracture and stability of mate rials with cracks.** Naukova Dumka, Kiev, 1992, 454p.		N 18 A.N.Guz, V.T.Golovchan, Yu.V.Kohanenko, V.N.Kusch. **Mechanics of com posites.** In 12 vols. **V.1. Statics of mate rials.**Naukova Dum ka, Kiev,1993, 454p.		N 19 A.N.Guz,I.Yu. Babich,N.A.Shulga,A. S.KosmodamianskY **Mechanics of com-posites.** In 12 vols. **V.2. Dynamics and stability of materi als.** Naukova Dumka Kiev, 1993, 430p.	 c	N 20 A.N.Guz, V.V. ZZozulya.**Non-cclass i ical problems of fracture mechanics.** In 4 vols. **V.4, B.2. Britt le fracture of ma terials under dy namical loading.** Naukova Dumka, Kiev,1994, 240p.

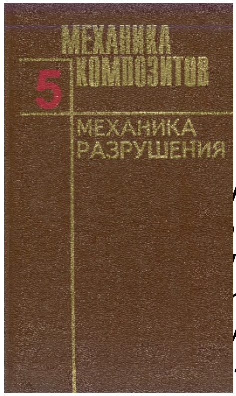


N 21

A.N.Guz, S.Yu.Babich, V.B.Rudnitsky.

Contact problems for elastic bodies with initial stresses.

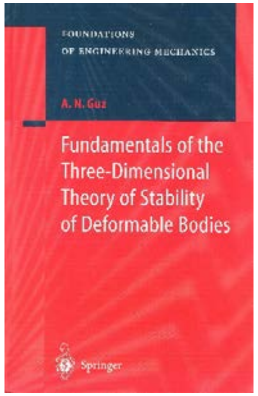
Vyshcha Shkola, Kiev, 1995, 304p.



N 22 A.N.Guz, A.A.Kaminsky, V.M.Nazarenko, I.A.Guz and oth.

echanics of com-osites. In 12 vols. **.5. Fracture echa nics.**

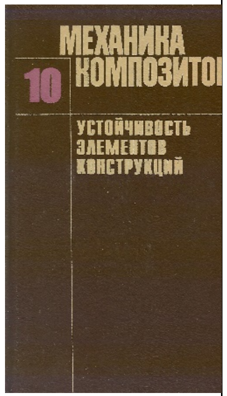
A.C.K.", Kiev, 1996, 40p.



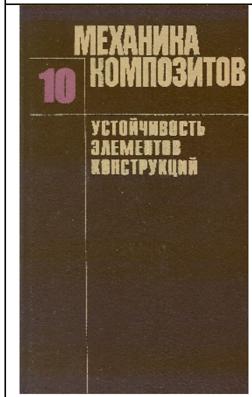
N 23 A.N.Guz.

Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies.

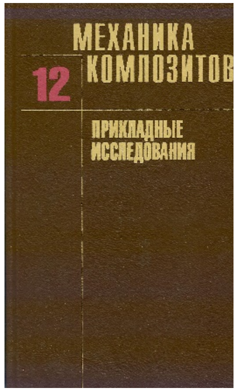
Springer-Verlag, 1999, 555p.



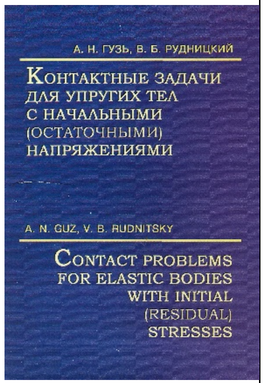
N 24 A.N.Guz, I.Ju.Babich, D.V. Babich, I.A.Guz and others.**Mechanics of composites.** In 12 vols. **V.10. Sta bility of members of structures.** "A.C.K.", Kiev, 2001, 376 p.



N 25 A.N.Guz, I.Ju. Babich,D.V.Babich, I.A.Guz and oth. **Mechanics of com posites.**In 12 vols. **V.10. Stability of members of structures.** "A.C.K.", Kiev, 2001, 376 p.

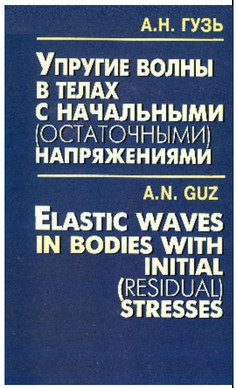


N 26 A.N.Guz, L.P.Khoroshun, M.I.Mikhailova, D.V.Babich and oth. **Mechanics of composites.** In 12 vols. **V.12. Appli ed investigations.** "A.C.K.", Kiev, 2004, 400p.



N 27

A.N.Guz, V.B.Rudnitsky. **Contact problems for elastic bodies with initial (residual) stresses.** “Melnik”, Khmelnitsky, 2004, 692p.

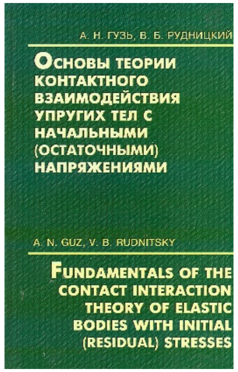
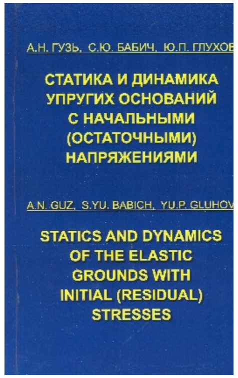
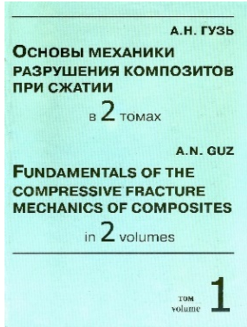
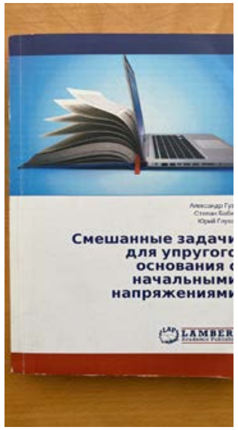


N 28

A.N.Guz.

Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses.

"A.C.K.", Kiev, 2004, 672p.

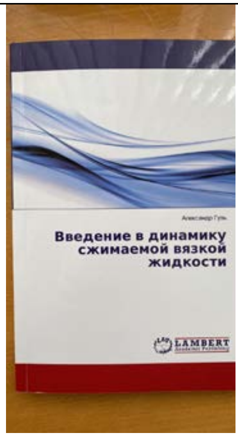
 N 29 A.N.Guz, V.B.Rudnitsky. **Fundamentals of the contact inter-action of elastic bodies with initial (residual) stresses.** “Melnik”, Khmelnitsky, 2006, 710p.	 N 30 A.N.Guz, S.Yu.Babich, Yu.P.Glukhov. **Statics and dynamics of the elastic grounds with initial (residual) stresses.** Kremenchug, "Press-line", 2007, 796 p.		N 32 A.N.Guz **Fundamentals of the compressive fracturemechanics ofcomposites.** In 2 vols. **V.1. Fracture instructure ofmaterials.**“Litera”, 2008592p.		N 31 A.N.Guz. **Fundamentals of the compressive fracture mechanics of composites.** In 2 vols. **V.2. Related mechanisms of fracture.** “Litera”, 2008, 736p.
 N 33 Guz A.N., Decret V.A.**Model of Short Fibers in the Theory of Stability of Composites**LAMBERT Academic Publishing, Saarbrucken. 2015, 315 p.	 N 34 Guz A., Babich S., Glukhov Yu. **Mixed Problems for the Elastic Foundation with Initial Stresses.** LAMBERT Academic Publishing, Saarbrucken. 2015, 468 p.		N 35 A.N.Guz. **Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses. Part 1** LAMBERT Academic Publishing, Saarbrucken. 2016, 501 p.		N 36 A.N.Guz. **Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses. Part 2** LAMBERT Academic Publishing, Saarbrucken. 2016, 505 p.

N 37

Guz A.N., Bogdanov V.L., Nazarenko V.N.

United Approach in Non-Classical Problems of Frac ture Mechanics

LAMBERT Academic Publishing, Saarbrucken. 2017, 528 p.

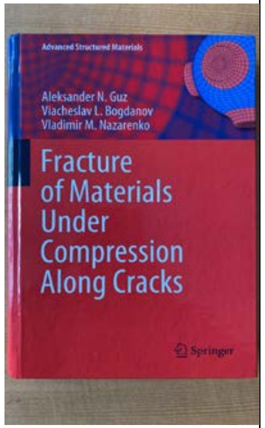


N 38

Guz A.N.

Introduction into Dynamics of Compressible Viscous Fluid

LAMBERTAcademic Publishing, Saarbrucken. 2017, 244 p.



N 39

Guz A.N., Bogdanov V.L., Nazarenko V.N.

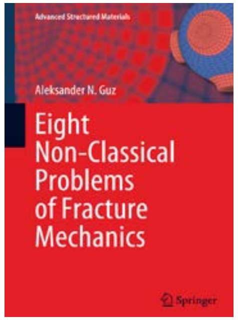
Fracture of Materials Under Compression Along Cracks

Springer, Cham, 2020, 490 p.

N 40

A.N.Guz **Eight Nonclassical Problems of Fracture Mechanics.**

Academperiodika, Kyiv, 2020, 400p.



N 41

Alexander Guz

Eight Non-Classical Problems of Fracture Mechanics.

Springer, Cham, 2022, 310p.

Отже, в області лінеаризованої теорії пружності

О.М.Гузь опублікував *41* монографію.

Це вражаюча цифра і дуже широкий спектр застосування розробленого О.М. Гузем загального підходу до лінеаризованої теорії пружності до окремих напрямків механіки матеріалів.

МОЖНП СКАЗАТИ, ЩО БІО ДЕЛІКАТНО ЗАПОЧАТКУВАВ ЛІНЕАРИЗОВАНУ ТЕОРІЮ, А ГУЗЬ ЇЇ ПОТУЖНО ЗАВЕРШИВ

Зупинимось далі на **засадничих структурних блоках теорії**

Блок 1. Лінеаризована теорія пружності побудована **на основі понять, підходів і моделей нелінійної теорії пружності.** Базовими поняттями тут є поняття початкового та актуального станів пружного тіла-середовища.

Спочатку вводиться поняття тіла $\mathcal{B}$ в евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$.

Далі потрібні **чотири означення**.

Рух є відображенням множини $\mathcal{B}$ на область $\chi(\mathcal{B},t)$ простору $\mathbb{R}^3$ в певний момент часу t $\quad x=\chi(X,t),\quad X\in\mathcal{B},\ t\in\mathbb{R}^1.$	**Конфігурація** $\chi\left(\mathcal{B},t\right)$ є зображенням функції χ в заданий момент t.
Актуальна конфігурація є конфігурацією тіла в момент часу t	**Початкова конфігурація** є конфігурацією в початковий момент часу

Початковий стан розглядається як базовий(незбурений) і, **за Гузем**, характерні величини стану позначається **індексом нуль**.

Актуальний стан розуміється як збурений і не позначається індексом. Всі пов'язані з цим станом величини записуються як

сума початкових (незбурених) величин та їх збурень.

Додатково до цих двох станів розглядається **природний (недеформований)** стан.

Блок 2. Характеристики процесу деформування тіла.

вектор зміщення

$$\vec{u} = \left\{ u^m \left(x^\alpha , t \right) \right\} \equiv \left\{ u^1 , u^2 , u^3 \right\} , \;\; u^m \left(X^\alpha , t \right) = x^m \left(X^\alpha , t \right) - X^m ,$$

тензори деформації

$$\varepsilon_{nm}(x^k,t)=(1/2)\left(u^{n,m}+u^{m,n}+u^{n,i}u^{i,m}\right)$$ **(Cauchy-Green)**

$$\tilde{\varepsilon}_{\beta\gamma}(X^{\alpha},t)=(1/2)\left(U^{\beta,\gamma}+U^{\gamma,\beta}-U^{\beta,\delta}U^{\delta,\gamma}\right)$$ **(Almansi)**

перші алгебраїчні інваріанти тензорів деформації

$$I_1\left(\varepsilon_{ik}\right)=\varepsilon_{ik}g^{ik},\quad I_2\left(\varepsilon_{ik}\right)=\varepsilon_{im}\varepsilon_{nk}g^{ik}g^{nm},\quad I_3\left(\varepsilon_{ik}\right)=\varepsilon_{pm}\varepsilon_{in}\varepsilon_{kq}g^{im}g^{pq}g^{kn}.$$

$$\tilde{I}_1\left(\tilde{\varepsilon}_{ik}\right)=\tilde{\varepsilon}_{ik}g^{ik},\quad \tilde{I}_2\left(\tilde{\varepsilon}_{ik}\right)=\tilde{\varepsilon}_{im}\tilde{\varepsilon}_{nk}g^{ik}g^{nm},\quad \tilde{I}_3\left(\varepsilon_{ik}\right)=\tilde{\varepsilon}_{pm}\tilde{\varepsilon}_{in}\tilde{\varepsilon}_{kq}g^{im}g^{pq}g^{kn}.\quad I_1=\mathrm{tr}\left(\varepsilon\right)\equiv\varepsilon_{11}+\varepsilon_{22}+\varepsilon_{33};$$

$$\tilde{I}_1=\mathrm{tr}\left(\tilde{\varepsilon}\right)\equiv\tilde{\varepsilon}_{11}+\tilde{\varepsilon}_{22}+\tilde{\varepsilon}_{33};\tilde{I}_2=\tilde{\varepsilon}_{ik}\tilde{\varepsilon}_{ki};I_3=\det\left(\varepsilon\right)\equiv\varepsilon_{ik}\varepsilon_{km}\varepsilon_{mi};\quad I_2=\varepsilon_{ik}\varepsilon_{ki};\tilde{I}_3=\det\left(\tilde{\varepsilon}\right)\equiv\tilde{\varepsilon}_{ik}\tilde{\varepsilon}_{km}\tilde{\varepsilon}_{mi}$$

тензори напружень **Piola-Kirchhoff stress tensor** $t^{nm}(x^k,t)$

Lagrange-Cauchy stress tensor $\sigma^{ik}\left(X^{\alpha},t\right)$,

питома внутрішня енергія (потенціал) $e=e\left(\varepsilon_{lm}\right)$,

Блок 3. **Процедура лінеаризації**

початковий (незбурений) стан описується в основному характеристиками

$$u_m^o\left(x_1,x_2,x_3,t\right),\varepsilon_{nm}^o\left(x_1,x_2,x_3,t\right),\sigma_{iik}^o\left(x_1,x_2,x_3,t\right),\ldots,e\left(\varepsilon_{nm}^o\right),\ldots$$

актуальний (збурений) стан описується в основному характеристиками

$u_m = u_m^o + u'_m, \varepsilon_{nm} = \varepsilon_{nm}^o + \varepsilon'_{nm}, \sigma_{ik} = \sigma_{ik}^o + \sigma'_{ik}, \ldots, e\left(\varepsilon_{nm}\right), \ldots$ **де** $u'_m, \varepsilon'_{nm}, \sigma'_{ik}, \ldots$ **є збуреннями**.

Вкажемо важливі **припущення.**

Значення збурень вважаються малими порівняно з відповідними значеннями незбуреного стану	**Основні функціональні зв'язки початкового і актуального станів описуються в рамках нелінійної теорії пружності.**

Кожне конкретне функціональне співвідношення $y = F(x)$ **є однаковим для початкового і актуального станів. Тобто справедливі такі співвідношення (як правило, нелінійні)** $y^o = F(x^o),\ y + y^o = F(x + x^o)$.	**Ці припущення характерні для лінеаризо ваної теорії і дуже важливі при подаль шій побудові цієї теорії.** **На основі останнього припущення формулюється** **ПРАВИЛО ЛІНЕАРИЗАЦІЇ**

Спочатку використовується представлення функції рядом Тейлора в околі початкового значення з врахуванням малості збурення x^o **і врахуванням малості збурення** x

$$y + y^o = F(x^o) + \left[F'(x)\right]_{x=x^o} x + (1/2)\left[F''(x)\right]_{x=x^o} x^2 + \cdots$$

Далі через малість збурень в ряді **зберігаються два перші доданки і враховується** $y^o = F\left(x^o\right),\ y + y^o = F\left(x + x^o\right)$**. Тоді формула спрощується до лінійного наближеного зв'язку між збуреннями** y **та** x **з коефіцієнтом** $\left[F'(x)\right]_{x=x^o}$**,**

який залежить від початкового стану і не залежить від збурень $y \approx \left[F'(x)\right]_{x=x^o} x$.

ТАКИМ ЧИНОМ, ПРОЦЕДУРА ЛІНЕАРИЗАЦІЇ ПОЛЯГАЄ У ЗАМІНІ НЕЛІНІЙНОГО СПІВВІДНОШЕННЯ ЩОДО ЗБУРЕНЬ НА ЛІНІЙНЕ.

Блок 4. Лінеаризовані характеристики

$\varepsilon_{nm} = (1/2)\left[\left(\delta_{nl} + u^o_{n,l}\right)u_{n,m} + \left(\delta_{lm} + u^o_{m,l}\right)u_{m,n}\right]$ $I_1 = \left(\delta_{nl} + u^o_{n,l}\right)u_{n,l}$ $I_2 = 2\varepsilon^o_{kl}\left(\delta_{nl} + u^o_{n,l}\right)u_{n,k}$

, $I_3 = 3\varepsilon^o_{kl}\varepsilon^o_{lm}\left(\delta_{nm} + u^o_{n,m}\right)u_{n,k}$ $G^o_{mk}\left(\delta_{nm} + u^o_{n,m}\right)u_{n,k} = 0$ $G^o_{mk} = \dfrac{\partial}{\partial\left(\delta_{mk} + 2\varepsilon^o_{mk}\right)}\det\left\|\delta_{ij} + 2\varepsilon^o_{ij}\right\|$.

$\rho\ddot{u}_i = t_{ik,k} + F_i$ $t_{ik} = \sigma_{ij}\left(\delta_{nj} + u^o_{n,j}\right) + \sigma^o_{ij}u_{n,j}$ **Піола-Кірхгофф - Лягранж**

Лінеаризовані рівняння рівноваги $\rho \ddot{u}_i = \left[\sigma_{ij} \left(\delta_{nj} + u^o_{n,j} \right) + \sigma^o_{ij} u_{n,j} \right]_{,k} + F_i$

Випадок однорідного початкового стану.

Тут головні розтяги постійні $\lambda_i = const$ $\quad u^o_k = x_i \left(\lambda_i - 1 \right) \delta_{ik}$

$$\varepsilon_{ik} = (1/2)\left(\lambda_i u_{i,k} + \lambda_k u_{k,i} \right), \quad \varepsilon^o_{ik} = (1/2)\left(\left(\lambda^o_i \right)^2 - 1 \right) \delta_{ik},$$

$$I_1 = \lambda_k u^o_{k,k}, \; I_2 = \left(\lambda^2_k - 1 \right) \lambda_k u^o_{k,k}, \; I_3 = (3/4)\left(\lambda^2_k - 1 \right)^2 \lambda_k u^o_{k,k},$$

$$I^o_1 = (1/2)\left(\left(\lambda^o_i \right)^2 - 3 \right), \; I^o_2 = (1/4)\left(\left(\lambda^o_i \right)^2 - 1 \right)^2, \; I^o_3 = (1/8)\left(\left(\lambda^o_i \right)^2 - 1 \right)^3.$$

Блок 5. ВЕЛИКІ І МАЛІ ПОЧАТКОВІ ДЕФОРМАЦІЇ.

1. Великі (скінченні) початкові деформації.

Тут використовуються

об'єми V^o **та граничні поверхні** S^o **пружного тіла в незбуреному стані**	**об'єми** V **та граничні поверхні** S **пружного тіла в збуреному стані**

Теж вводяться 4 нові характеристики:

об'ємні сили $F_m = F_m^o + F'_m,$ **поверхневі сили** $\Sigma_m = \Sigma_m^o + \Sigma'_m,$

відношення елементарних об'ємів тіла до і після деформації

$$\left(V^{after} / V^{before}\right) = \left(V^{after} / V^{before}\right)^o + \left(\widehat{V}^{after} / \widehat{V}^{before}\right)',$$

відношення елементарних прямокутників до і після деформації

$$\left(S_k^{after} / S_k^{before}\right) = \left(S_k^{after} / S_k^{before}\right)^o + \left(\widehat{S}_k^{after} / \widehat{S}_k^{before}\right)'.$$

рівняння рівноваги і граничні умови

$$\left[\sigma_{ij}\left(\delta_{nj}+u^{o}_{n,j}\right)+\sigma^{o}_{ij}u_{n,j}\right]_{,k}+F_i^{o}\left(V^{after}/V^{before}\right)+F_i\left(V^{after}/V^{before}\right)^{o}=0$$

$$\Sigma_i^{o}\left(V^{after}/V^{before}\right)+\Sigma_i\left(V^{after}/V^{before}\right)^{o}=n_i\left[\sigma_{ij}\left(\delta_{nj}+u^{o}_{n,j}\right)+\sigma^{o}_{ij}u_{n,j}\right],\quad \left(u_k\right)_{(x_1,x_2,x_3)\in S}=0.$$

Випадок малих деформацій. **Тут деформації описуються дещо простіше і відмінності між формою тіла до і після деформації немає.**

1-й варіант теорії малих початкових деформацій Деформації не великі, але і не лінійні . Рівняння рівноваги і граничні умови спрощуються

$$\left[\sigma_{ij}\left(\delta_{nj}+u^{o}_{n,j}\right)+\sigma^{o}_{ij}u_{n,j}\right]_{,k}+F_i^{o}+F_i=0,\quad \Sigma_i^{o}+\Sigma_i=n_i\left[\sigma_{ij}\left(\delta_{nj}+u^{o}_{n,j}\right)+\sigma^{o}_{ij}u_{n,j}\right]$$

.

2-й варіант теорії малих початкових деформацій

початкові деформації малі і лінійні.

3-й варіант теорії малих початкових деформацій

додатково вважаються малими повороти

Блок 6. Загальні розвязки. Покажемо випадок стисливого тіла. Лінеаризовані рівняння руху в координатах $x_n \equiv x^n$ $L_{m\alpha} u_\alpha = 0,\ x_n \in V;\ m,\alpha = 1,2,3\,.$

$$L_{m,\alpha} = \omega_{im\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_\beta} - \rho\delta_{m\alpha} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\,;\ \omega_{im\alpha\beta} = \mathrm{const}\,.$$

$$L_{11} = \omega_{1111}\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \omega_{2112}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \omega_{3113}\frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \rho\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\ ;$$

$$L_{12} \equiv L_{21} = \left(\omega_{1122} + \omega_{2121}\right)\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}\ ;\ L_{13} \equiv L_{31} = \left(\omega_{1133} + \omega_{3131}\right)\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_3}\ ;$$

$$L_{22} = \omega_{1221}\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \omega_{2222}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \omega_{3223} \quad L_{23} \equiv L_{32} = \left(\omega_{2233} + \omega_{3232}\right)\frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3}\ ;\frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \rho\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\ ;$$

$$L_{33} = \omega_{1331}\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \omega_{2332}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \omega_{3333}\frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \rho\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\ .$$

$$L_{11} = \omega_{1111} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \omega_{2112} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \omega_{3113} \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \rho \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} ;$$

$$L_{12} \equiv L_{21} = \left(\omega_{1122} + \omega_{2121}\right) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} ; \; L_{13} \equiv L_{31} = \left(\omega_{1133} + \omega_{3131}\right) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_3} ;$$

$$L_{22} = \omega_{1221} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \omega_{2222} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \omega_{3223} \quad L_{23} \equiv L_{32} = \left(\omega_{2233} + \omega_{3232}\right) \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3} ; \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \rho \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} ;$$

$$L_{33} = \omega_{1331} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \omega_{2332} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \omega_{3333} \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \rho \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} .$$

Тоді загальний розв‘язок через 3 потенціали має вигляд

$$u_\alpha^{(j)} = \left[\frac{\partial \left(\det \left\| L_{rs} \right\| \right)}{\partial \left(L_{j\alpha} \right)} \right] \Phi^j ; \; j, \alpha = 1, 2, 3 .$$

Рівняння руху і фундаментальні розв‘язки є найбільш вагомими і новаторськими елементами побудованої Гузем О.М. теорії

вкажемо галузі механіки, де лінеаризована теорія застосовувалась
О.М.Гузем і його учнями найбільш успішно

Стійкість матеріалів і конструкцій (зокрема, задачі внутрішньої нестійкості)
Поширення хвиль Контактні задачі Стійкість тунелів у гірничій механіці
Взаємодія рідини і пружного тіла Механіка руйнування

В кожній галузі Гузем О.М. опубліковано по дві-три або більше монографій.

Наведемо деякі факти, які засвідчують міжнародне визнання наукової діяльності Гузя О.М.

Він є повним членом чотирьох міжнародних академій наук,
в кожній з яких Україну представляють всього по декілька вчених.

the Academia Europaea (1992),
Fellow of the New York Academy of Sciences (1997),
Fellow of the World Innovation Foundation (2001),
the European Academy of Sciences (2002).

Гузь О.М. є єдиним українським вченим, нагородженим золотою медаллю Блеза Паскаля Європейської академії наук

Гузь О.М. створив одну з найбільших наукових шкіл України. Під його керівництвом захищено 40 докторських і більше 100 кандидатських дисертацій.

Серед його учнів 4 академіки (Богданов В.Л., Кубенко В.Д., Кулієв Г.Г., Назаренко В.М.) і 4 члени-кореспонденти (Акбаров С.Д., Неміш Ю.М., Чернишенко І.С., Шульга М.О.).

Академік НАН України О.М. Гузь є єдиним серед вчених-механіків лауреатом найвищої відзнаки НАН України – Золотої медалі імені В.І. Вернадського.

НА ЗАКІНЧЕННЯ ПОБАЖАЄМО АКАДЕМІКУ ГУЗЮ О.М.
НОВИХ ТВОРЧИХ УСПІХІВ І ДОБРОГО ЗДОРОВ'Я