

## САМОЙЛЕНКО

Анатолій Михайлович –  
академік НАН України,  
академік-секретар Відділення  
математики НАН України,  
директор Інституту математики  
НАН України

## ЖИТТЄВИЙ І ТВОРЧИЙ ШЛЯХ ВИДАТНОГО МАТЕМАТИКА ТА МЕХАНІКА

До 100-річчя від дня народження  
академіка НАН України Ю.О. Митропольського

*Матеріал присвячено сторіччю від дня народження всесвітньо відомого українського вченого, фахівця в галузі математичної фізики, теорії нелінійних коливань та диференціальних рівнянь, Героя України, академіка НАН України Юрія Олексійовича Митропольського.*

Життєвий шлях Юрія Олексійовича розпочався 3 січня 1917 р. в родовому маєтку Чарнишів Миргородського повіту Полтавської губернії (нині Шишацький р-н Полтавської обл.). Мати, Віра Василівна Чарниш, належала до відомого в Полтавській губернії дворянського роду. Батько, Олексій Савич, закінчив у 1906 р. юридичний факультет Петербурзького університету; з 1914 р. – кадровий військовий, закінчив Першу світову війну в чині полковника, згодом до 1926 р. служив у лавах Червоної армії.

У 1919 р. сім'я Митропольських переїхала до Києва. Свій трудовий шлях Юрій Митропольський розпочав на одному з київських заводів, коли йому виповнилося лише п'ятнадцять. Закінчивши у 1938 р. з відмінними оцінками повну середню школу, Ю.О. Митропольський вступив до Київського університету на фізико-математичний факультет і водночас учителював в одній із середніх шкіл Києва. У ці роки на фізико-математичному факультеті викладали відомі математики Б.Я. Букреев, Г.В. Пфейффер, В.Є. Дяченко, починали свою педагогічну діяльність М.М. Боголюбов та М.О. Лаврентьев.

Навчання перервала війна. 7 липня 1941 р. студента Митропольського було мобілізовано до лав Червоної армії. Однак у листопаді 1941 р. він, відповідно до наказу Міністра оборони СРСР, отримав відпустку для завершення навчання, і його було зараховано на п'ятий курс Казахського університету. Тут він прослухав спецкурси, які читали відомі вчені К.П. Персидський, С.Г. Міхлін. Далі його направили до Рязанського



Юрій Олексійович Митропольський  
(1917–2008)

артилерійського училища, евакуйованого до м. Талгар. З квітня 1943 р. Юрій Олексійович спочатку як командир взводу окремого розвідувального артилерійського дивізіону, а потім як ад'ютант командира 137-ї артилерійської бригади 1-ї ударної армії брав участь у боях на Брянському, I, II і III Прибалтійському, Ленінградському фронтах. Нагороджений двома орденами Червоної Зірки.

Після демобілізації в березні 1946 р. Юрій Олексійович працює в Інституті будівельної механіки АН УРСР (нині — Інститут механіки НАН України). Тут розпочалася його плідна наукова діяльність під керівництвом видатного вченого академіка М.М. Боголюбова.

Перша зустріч із М.М. Боголюбовим сталася, за спогадами Ю.О. Митропольського, в Київському університеті, коли він прийшов до Миколи Миколайовича як до декана факультету, щоб дізнатися про можливість вступу до аспірантури. «Зустрівся я з Миколою Миколайовичем, — згадував Ю.О. Митропольський, — у приміщенні школи на вул. Леніна (нині — вул. Богдана Хмельницького), де в другу зміну навчалися студенти Університету, оскільки головну будівлю після пожежі ще не було відремонтовано. Микола Миколайович протягом години ходив по коридору і розмовляв зі мною. Він детально розпитав мене про мою сім'ю і про те, які математичні курси я слухав у Алма-Аті. Підсумовуючи нашу розмову, Микола Миколайович сказав мені: «Юрію Олексійовичу, я згоден взяти Вас до аспірантури, але мені здається, що для Вас буде краще поступити на роботу на посаду молодшого наукового співробітника в мій відділ в Інституті будівельної механіки АН УРСР. Для Вас це вигідно з усіх боків — зарплата вища за аспірантську стипендію, а дисертацію Ви зможете написати і подати раніше».

Роки навчання і роботи з М.М. Боголюбовим стали для Ю.О. Митропольського великою школою науки та життя. Працюючи у відділі нелінійної механіки, Юрій Олексійович зайнявся проблемою дослідження резонансних явищ у нелінійних коливних системах з повільно змінними параметрами, спираючись

на відповідно адаптовані асимптотичні методи Крилова — Боголюбова. За короткий час він написав і в 1948 р. захистив кандидатську, а в 1951 р. — докторську дисертацію на тему «Повільні процеси в нелінійних коливних системах з багатьма ступенями вільності».

З 1950 р. Юрій Олексійович працює в Інституті математики АН УРСР. Одночасно з 1949 по 1989 р. він викладав на механіко-математичному факультеті Київського університету, де в 1951—1953 рр. завідував кафедрою диференціальних рівнянь. У 1954 р. йому було присвоєно звання професора. Після захисту докторської дисертації впродовж року працював у Москві в лабораторії вимірювальних приладів АН СРСР (нині — Національний дослідницький центр «Курчатовський інститут») у відділі М.М. Боголюбова.

З 1953 по 2001 р. Юрій Олексійович керував відділом математичної фізики Інституту математики АН УРСР, у 1956—1958 рр. був заступником директора, а в 1958—1987 рр. — директором цього Інституту. У 1958 р. Ю.О. Митропольського було обрано членом-кореспондентом АН УРСР, у 1961 р. — дійсним членом АН УРСР, а в 1984 р. — дійсним членом АН СРСР. У 1967 р. йому було присвоєно звання заслуженого діяча науки УРСР, а в 1994 р. — заслуженого соросівського професора.

За роки своєї 60-річної наукової діяльності Ю.О. Митропольський отримав фундаментальні результати, що стосуються асимптотичних методів нелінійної механіки, якісних методів теорії диференціальних рівнянь і дослідження коливних процесів у нелінійних системах.

Починаючи з 1953 р. Ю.О. Митропольський керував семінаром з математичної фізики, диференціальних рівнянь і нелінійної механіки, на якому заслуховувалися, зокрема, дисертаційні роботи вчених, що працювали в наукових центрах не лише України, а й інших союзних республік. Одне з найбільших досягнень Юрія Олексійовича як організатора науки полягало у формуванні потужного колективу Інституту математики. Організація нових відділів стимулювала розвиток досліджень з алгебри, теорії

ймовірностей, теорії функцій, функціонального аналізу, механіки спеціальних систем, низки напрямів прикладної математики. Для розвитку таких нових для Інституту напрямів, як топологія і теоретична фізика, він запросив талановитих учених — математиків С.М. Чернікова, В.К. Дзядика, Ю.Ю. Трохимчука, П.М. Тамразова, А.В. Скорохода, М.П. Корнейчука; механіка В.М. Кошлякова, історика математичного природознавства О.М. Боголюбова.

Юрій Олексійович багато сил віддавав розширенню наукових зв'язків з математичними центрами зарубіжжя, розвитку нових напрямів математичної науки, вдосконаленню структури Інституту, розв'язанню прикладних задач, важливих для економічного зростання країни. Починаючи з 1958 р. в Інституті було збільшено прийом до аспірантури, завдяки чому протягом 30 років підготовлено близько 500 кандидатів і 80 докторів наук. Діяльність Ю.О. Митропольського на посаді директора сприяла тому, що Інститут став провідним математичним центром не лише в Україні, а й у світі.

У 1961—1963 рр. Ю.О. Митропольський очолював бюро Відділення фізико-математичних наук АН УРСР, з 1963 по 1992 р. був академіком-секретарем Відділення математики і кібернетики (до 1982 р. — Відділення математики, механіки і кібернетики АН УРСР), членом Президії АН УРСР, а з 1992 р. — радником Президії НАН України. Обіймаючи ці посади, він усіляко сприяв організації Інституту прикладної математики і механіки в Донецьку, Інституту прикладних проблем механіки і математики у Львові, Інституту геотехнічної механіки у Дніпропетровську, а також Обчислювального центру АН УРСР у Києві (перетвореного згодом в Інститут кібернетики НАН України).

Педагогічна діяльність Юрія Олексійовича у вищій школі розпочалася в 1949 р. на механіко-математичному факультеті Київського університету і тривала до 1989 р. За цей час він прочитав велику кількість загальних і спеціальних курсів, таких як теорія коливальних, нелінійна механіка, коливання систем з розподіленими па-

раметрами, механіка тіла змінної маси, теорія поля, інтегральні многовиди, теорія стійкості руху за Ляпуновим. У цих курсах відобразилася педагогічна майстерність ученого, його лекції завжди були насичені новими ідеями, включали останні досягнення науки. Визнанням заслуг перед альма-матер стало присвоєння Ю.О. Митропольському в 1999 р. звання почесного доктора Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Велика ерудиція, вміння пов'язати важливу практичну проблему із задачами математики і механіки, посприяти її ефективному розв'язанню приваблювали до нього обдаровану молодь, яка шукала застосування своїх творчих сил. Ю.О. Митропольський підготував 100 кандидатів і 25 докторів фізико-математичних наук (у тому числі 12 кандидатів наук для В'єтнаму, Узбекистану, Грузії, Болгарії та Югославії і 7 докторів і професорів для В'єтнаму, Узбекистану та Югославії).

Учні та послідовники Юрія Олексійовича використовують і розвивають його ідеї, застосовують отримані ним результати на практиці. Серед його вихованців — академіки НАН України А.М. Самойленко, О.М. Шарковський, А.А. Мартинюк, член-кореспондент НАН України О.А. Бойчук, професори В.П. Рубаник, В.О. Гробов, П.М. Сеник, В.І. Фодчук, А.А. Березовський, Г.П. Хома, А.Ф. Шестопал, К.Я. Кухта, З.Ю. Філер, Д.І. Мартинюк, В.Г. Самойленко, О.К. Лопатін, О.Б. Ликова, Т.Г. Стрижак, а також Е. Файзібаєв, Ф. Насіров (Узбекистан), К. Стефанович (Югославія), Нгуєн Донг Ань, Нгуєн Тієн Кхієм, Ле Суан Кан (В'єтнам).

Юрію Олексійовичу належить ідея проведення літніх математичних наукових шкіл з метою ширшого залучення молоді до активного наукового пошуку та підвищення її ерудиції. За його ініціативою в 1963 р. Інститут математики АН УРСР спільно з Математичним інститутом ім. В.А. Стеклова АН СРСР провели першу в Радянському Союзі літню математичну школу в Каневі.

Багато енергії Юрій Олексійович віддавав редакційно-видавничій діяльності. Він був

одним з ініціаторів і відповідальним редактором видання в Києві повного зібрання праць академіка М.М. Крилова, вибраних праць у трьох томах академіка М.М. Боголюбова; за його активної участі протягом 25 років (1961–1986) видавалися збірники праць семінарів і препринти. За редакцією Юрія Олексійовича систематично виходили збірки праць усіх математичних конференцій (у тому числі міжнародних), які проводив Інститут. Починаючи з 1952 р. він був членом редколегії, з 1958 р. — заступником відповідального редактора, а з 1967 по 2008 р. — головним редактором «Українського математичного журналу». Під його керівництвом журнал став одним із найавторитетніших наукових видань у галузі математики: зараз він перевидається англійською мовою в США. Ю.О. Митропольський був одним із засновників журналу «Нелінійні коливання», який нині також перевидається англійською мовою у видавництві Springer. Юрій Олексійович був членом редколегій міжнародних журналів *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, *Nonlinear Analysis*, *Nonlinear Dynamics*, *International Journal of Nonlinear Mechanics*. Він також входив до складу редколегій низки історико-наукових праць — «Історія Академії наук Української РСР», 4-томної «Історії вітчизняної математики», «Нариси розвитку математики в СРСР».

Наукова, науково-організаційна і громадська діяльність Юрія Олексійовича була надзвичайно багатогранною. Він був членом експертної комісії з математики ВАК СРСР (1953–1963), членом комісії з математики і механіки комітету з присудження Ленінських премій (1959–1964), членом комітету з Державних премій України (1969–2007), входив до складу комісій із присудження премій АН СРСР ім. О.М. Ляпунова та ім. М.О. Лаврентьєва. Багато років очолював комісію з диференціальних рівнянь при Відділенні математики АН СРСР. З 1961 по 1991 р. Юрій Олексійович — член президії Національного комітету СРСР з теоретичної і прикладної механіки, з 1961 по 1991 р. — член Національного коміте-

ту радянських математиків, з 1991 по 2008 р. — член Національного комітету Росії з теоретичної та прикладної механіки.

Великою повагою і авторитетом користувався Ю.О. Митропольський також і за межами України. Його було обрано іноземним членом однієї з найстаріших академій Європи — Болонської академії наук (Італія), заснованої в 1711 р. Слід зазначити, що іноземних членів обирають до Болонської академії в результаті ретельної селекції. Так, її іноземними членами були М.В. Ломоносов, П.Л. Чебишов, Д.І. Менделєєв, І.І. Мечников, Фелікс Клейн, Альберт Ейнштейн, Чарльз Дарвін, Нільс Бор, Марія Кюрі, Давид Гільберт, Анрі Пуанкаре, Соломон Лефшец та інші учені «високого рангу». Юрія Олексійовича нагороджено срібною медаллю Чехословацької АН «За заслуги перед наукою і людством».

Ю.О. Митропольський багаторазово брав участь у престижних міжнародних наукових форумах. Перший його виїзд за кордон був до Румунії на IV з'їзд румунських математиків у Бухаресті (1956) у складі молодіжної делегації математиків Москви і Києва. Згодом він виступав з доповідями на восьми міжнародних математичних конгресах — в Единбурзі (1958), Стокгольмі (1962), Москві (1966), Ніцці (1970), Ванкувері (1974), Варшаві (1983), Берклі (1986), Кіото (1990). При цьому на конгресах у Берклі і Кіото він був керівником радянської делегації.

У 1960 р. Ю.О. Митропольський виступив на пленарному засіданні з годинною оглядовою доповіддю на X Міжнародному конгресі з теоретичної та прикладної механіки в м. Стреча (Італія). У 1961 р. його було запрошено на Міжнародну конференцію з диференціальних рівнянь, організовану С.О. Лефшецем у Колорадо Спрінгс (США). На цій конференції Ю.О. Митропольський виступив на пленарному засіданні з доповіддю «Метод інтегральних многовидів у нелінійній механіці».

У зв'язку з тим, що в Радянському Союзі активно розвивалися дослідження з теорії нелінійних коливань і основні роботи таких учених, як Л.І. Мандельштам, М.Д. Папалек-

сі, М.М. Крилов, М.М. Боголюбов, О.О. Андронов, мали широку популярність і загальне визнання, Міжнародний союз з теоретичної та прикладної механіки (IUTAM) вирішив провести Міжнародний симпозиум із нелінійних коливань 1961 р. у Києві. Місце проведення симпозиуму було вибрано з огляду на той факт, що Київ є колыскою всесвітньо відомої школи з нелінійної механіки академіків М.М. Крилова і М.М. Боголюбова. Для організації симпозиуму бюро IUTAM затвердив науковий комітет у складі: професор М.М. Боголюбов (СРСР, голова), професор М. Картрайт (Велика Британія), професор Т. Хаясі (Японія), професор К. Клоттер (Німеччина), професор С. Лефшец (США), професор Т. Вожел (Франція), професор Ю.О. Митропольський (СРСР, науковий секретар). Усю підготовчу роботу з проведення форуму було покладено на Ю.О. Митропольського. У роботі Симпозиуму взяли участь ціла плеяда видатних математиків світу.

Після успішного проведення симпозиуму за ініціативою Ю.О. Митропольського було прийнято рішення про систематичне (раз на три роки) проведення аналогічних міжнародних конференцій з нелінійних коливань і нелінійних диференціальних рівнянь. На всіх цих конференціях Юрій Олександрович був членом наукового комітету і одним з основних доповідачів, а на трьох найбільш представницьких, які проходили в Києві у 1961, 1969 і 1982 рр., — очолював оргкомітет.

Участь у роботі престижних міжнародних конференцій дала змогу Ю.О. Митропольському встановити особисті контакти з багатьма видатними вченими, зокрема з членом багатьох академій механіком С.П. Тимошенко, американськими математиками Р. Курантом, С. Лефшецем, французькими математиками Ж.С. Адамаром, Л. Жаном, Ж.Л. Ліонсом, японськими математиками М. Хукухара, Т. Хаясі, М. Урабе.

Слід також відзначити численні доповіді, прочитані Ю.О. Митропольським починаючи з 1980 р. у В'єтнамі, і його тісну співпрацю з в'єтнамськими колегами. За результатами цієї співпраці було видано кілька монографій

спільно з професорами Нгуєн Ван Дао і Нгуєн Донг Анем. Під керівництвом Нгуєн Ван Дао в Ханой була створена серйозна школа з нелінійної механіки, свідченням визнання якої стало проведення чергової міжнародної конференції IUTAM з нелінійних коливань в Ханой у 1999 р. Допомогу Ю.О. Митропольського вченим В'єтнаму і його тісну співпрацю з ними протягом 20 років було відзначено урядом В'єтнаму: Юрій Олександрович двічі (1987, 2001) нагороджений орденом Дружби.

Наукова, науково-організаційна, педагогічна і громадська діяльність Ю.О. Митропольського була високо оцінена й на батьківщині. Йому присвоєно звання Героя Соціалістичної Праці та Героя України. Він — заслужений діяч науки УРСР, лауреат Ленінської премії, Державної премії УРСР, Державної премії України. Його нагороджено Золотою медаллю ім. О.М. Ляпунова АН СРСР, Золотою медаллю НАН України ім. В.І. Вернадського, Почесною грамотою Президії Верховної Ради УРСР, орденом Леніна, двома орденами Червоної Зірки, орденами Жовтневої революції, Трудового Червоного Прапора, Вітчизняної війни II ступеня, Ярослава Мудрого V та IV ступенів, Богдана Хмельницького і низкою медалей. Він є лауреатом премій ім. М.М. Крилова, М.М. Боголюбова та М.О. Лаврентьєва НАН України.

Ю.О. Митропольський збагатив світову науку фундаментальними працями першорядного наукового значення, а отримані ним результати широко застосовують при розв'язанні багатьох практичних задач. Найвагоміші здобутки Ю.О. Митропольського за роки наукової діяльності можна впорядкувати так:

- створення та математичне обґрунтування алгоритмів побудови асимптотичних розкладів нелінійних диференціальних рівнянь, що описують нестационарні коливні процеси;
- розвиток методу дослідження одночастотних процесів у коливних системах;
- дослідження систем нелінійних диференціальних рівнянь, що описують коливні процеси в гіроскопічних системах і сильно нелінійних системах;

- розвиток теорії інтегральних многовидів систем нелінійної механіки і вивчення питань стійкості руху, які при цьому виникають;
- розроблення методу усереднення для рівнянь з повільно змінними параметрами, а також для рівнянь з недиференційовними і розривними правими частинами, рівнянь з запізненням аргумента, рівнянь з випадковими збуреннями, рівнянь з частинними похідними і рівнянь у функціональних просторах;
- розвиток методу прискореної збіжності в задачах нелінійної механіки;
- розвиток теорії звідності для диференціальних рівнянь з квазіперіодичними коефіцієнтами.

Ю.О. Митропольський за допомогою розвинутих ним методів дав строге обґрунтування ряду раніше мало вивчених явищ у нелінійних коливних системах. Так, він докладно вивчив і проаналізував коливання маятника змінної довжини в нелінійній постановці; для нелінійного вібратора, що перебуває під впливом зовнішньої періодичної сили зі змінною частотою, відкрив і пояснив специфічні зміни амплітуди і фази при різних режимах проходження через резонанс; виявив і пояснив цікаві явища зтягування амплітуди в резонансну область під впливом зовнішньої періодичної сили з вібруючою частотою.

Значну увагу Ю.О. Митропольський приділяв проблемам дослідження нестационарних коливних процесів. Ідеться про дослідження нелінійних диференціальних рівнянь, які описують перехідні процеси при проходженні через резонанс, коливання в системах зі змінною масою і жорсткістю. Такі рівняння виникають у задачах, пов'язаних із коливаннями мостів, підйомних кранів, ракет-носіїв на активній ділянці запуску. Незважаючи на принципове значення цих проблем, до досліджень Ю.О. Митропольського не було достатньо загального методу розв'язання таких задач, розглядалися лише окремі випадки, переважно лінійного типу. Методи ж нелінійної механіки стосовно дослідження систем, близьких до лінійних, розвивалися лише для тих випадків, коли параметри відповідної лінійної системи

були сталими. За допомогою розробленого Ю.О. Митропольським методу з вичерпною повнотою було вивчено явище проходження через резонанс у коливній системі, що перебуває під впливом зовнішньої періодичної сили, частота якої змінюється, а також проходження через різні демультіплікаційні резонанси.

Важливо зауважити, що до робіт Ю.О. Митропольського розрахунок коливань при проходженні через резонанс можна було довести до числа і графіка лише у випадку лінійної системи з одним ступенем вільності. Однак для багатьох завдань сучасної техніки потрібно розраховувати коливну систему з одним або багатьма ступенями вільності з урахуванням нелінійності, зміни у процесі коливань ряду параметрів і з урахуванням можливого проходження через резонанс. Виконання таких розрахунків стало можливим завдяки методу, розробленому Ю.О. Митропольським. При цьому на багатьох прикладах він вивчив складні явища, які спостерігаються в нелінійних випадках при проходженні через резонанс (наприклад, явище зтягування амплітуди, зриви і стрибки амплітуди, биття тощо). Так, уже одна з перших його робіт дала змогу розрахувати резонансне і шумове розгойдування синхронних коливань при проектуванні споруди синхрофазотрона на 10 GeV, запущеного в 1957 р. в Об'єднаному інституті ядерних досліджень. За допомогою методу Митропольського здійснювалися розрахунки коливань при проходженні через резонанс у роторах турбомашин, центрифугах.

Важливим напрямом наукової діяльності Ю.О. Митропольського було вивчення коливань у системах з багатьма ступенями вільності. Починаючи з 1949 р. він отримав ряд фундаментальних результатів з розвитку та обґрунтування одночастотного методу, розроблення та побудови алгоритмів, зручних для розв'язання різних типів систем диференціальних рівнянь, які часто трапляються при вивченні коливних систем з багатьма ступенями вільності.

Як відомо, звичайні методи нелінійної механіки для свого застосування до систем з багатьма ступенями вільності потребують по-

переднього розв'язання сукупності диференціальних рівнянь з числом невідомих, пропорційним числу ступенів вільності, що створює значні труднощі для практичного застосування. Оскільки коливні системи з багатьма ступенями вільності, а також із нескінченним їх числом постійно трапляються в різних актуальних проблемах сучасної фізики і техніки, усунення цих труднощів становить великий практичний інтерес.

У багатьох випадках наявність у коливній системі з багатьма ступенями вільності різного виду тертя, а також зовнішніх сил зазвичай приводить до встановлення основного тону коливань. Тому при дослідженні таких систем зручно розглядати одночастотний режим, тобто такі коливання, при яких усі точки системи здійснюють коливання з однією і тією ж частотою. У 1948 р. М.М. Боголюбов запропонував для автономних систем з багатьма ступенями вільності схему побудови частинного розв'язку рівнянь, що описують одночастотні коливання. Для полегшення застосування цього методу в інженерній практиці він розробив прості способи безпосередньої побудови системи рівнянь. Зокрема, великим і перспективним досягненням став запропонований ним метод енергетичної інтерпретації, згідно з яким, розглядаючи віртуальну роботу, що здійснюється силами збурення на віртуальних переміщеннях відповідних варіацій амплітуди і фази «нормального коливання», можна, виходячи з виразів для цієї віртуальної роботи, а також кінетичної і потенціальної енергій, одразу скласти рівняння (у першому і другому наближеннях), не записуючи вихідних рівнянь руху.

Розроблений Ю.О. Митропольським метод енергетичної інтерпретації дав йому можливість перенести одночастотний метод на системи з розподіленими параметрами, що дозволило розглянути ряд практично важливих задач (нестационарні коливання стрижнів, пластинок, лопаток турбін, балок).

Ю.О. Митропольський розвинув також метод дослідження нестационарних одночастотних коливань у системах, що описуються рівняннями в символічній формі, який виявився

зручним при розгляді задач, пов'язаних з дослідженням нестационарних коливних процесів у механічних системах типу колінчастих валів, систем передач у системах регулювання, при вивченні електричних ланцюгів тощо.

Одночастотний метод дістав строге математичне обґрунтування у великому циклі досліджень Ю.О. Митропольського. Тут доречно процитувати фрагменти з передмови академіка М.М. Боголюбова до монографії Ю.О. Митропольського «Проблеми асимптотичної теорії нестационарних коливань», що вийшла в 1964 р. і була перевидана у США і Франції: «... Головною метою цієї монографії є систематичний виклад методу дослідження нестационарних коливань у нелінійних системах як з одним, так і з багатьма ступенями вільності. ... У книзі, поряд з розробкою ефективного алгоритму, що дозволяє будувати наближені розв'язки, зручні для практичного застосування при розв'язанні найрізноманітніших завдань, автор розглядає також ряд питань, які належать до теорії диференціальних рівнянь, що містять малий параметр. Ним розглянуто питання асимптотичної збіжності наближених розв'язків. Особливу увагу приділено доведенню ряду тонких теорем про існування і стійкість одно- і дво-параметричних сімей розв'язків, які слугують обґрунтуванням розвинутого Ю.О. Митропольським одночастотного методу дослідження коливних систем. Тому слід вітати появу книги Ю.О. Митропольського, яка стане цінним внеском у важливу, але недостатньо вивчену сферу досліджень нестационарних коливань і пов'язаних з ними нелінійних диференціальних рівнянь, що містять малий параметр».

Результати, отримані Ю.О. Митропольським за вказаними вище двома основними напрямками його діяльності, увійшли до відзначеної Ленінською премією монографії «Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань», написаної у співавторстві з М.М. Боголюбовим. Ця монографія стала, по суті, основним посібником із нелінійної механіки (теорії нелінійних коливних систем, що описуються диференціальними рівняннями з малим параметром), а викладений у ній метод, за по-

чином американських учених, зараз називають методом КБМ (Крилова — Боголюбова — Митропольського).

Великий цикл робіт Ю.О. Митропольського стосується розвитку методу інтегральних многовидів у нелінійній механіці. Як відомо, цей метод, ідея й основні теореми якого були сформульовані в 1945 р. М.М. Боголюбовим, є новим підходом до якісної теорії диференціальних рівнянь.

Індивідуальні розв'язки диференціальних рівнянь, як правило, дуже чутливі до малих змін у правих частинах розглядуваних рівнянь. У теорії інтегральних многовидів останні виявляються більш стабільними щодо таких малих змін. Отже, розглядаючи інтегральні многовиди, можна довести ряд теорем, які для індивідуальних розв'язків вдається встановити лише за досить жорстких умов, накладених на праві частини рівнянь.

Питання існування та стійкості інтегральних многовидів мають важливе значення і для дослідження індивідуальних розв'язків, оскільки наявність стійкого інтегрального многовиду дає можливість замість розгляду всього фазового простору сконцентрувати увагу на розв'язках, які лежать на інтегральному многовиді. Фундаментальні результати з теорії інтегральних многовидів були отримані Ю.О. Митропольським ще на початку 1950-х років. До цих результатів насамперед належать запропонований ним і строго обґрунтований метод побудови двопараметричної сім'ї частинних розв'язків систем з багатьма ступенями вільності і повільно змінними параметрами, доведення теорем про сильну стійкість таких сімей розв'язків.

Серед найважливіших результатів, отриманих Ю.О. Митропольським у напрямі подальшого розвитку теорії інтегральних многовидів, слід відзначити роботи, присвячені доведенню існування і дослідженню властивостей інтегральних многовидів у системах нелінійних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами, а також у релаксаційних системах.

За допомогою розгляду інтегральних многовидів у релаксаційній системі Ю.О. Митропольському вдалося вивести критерій існуван-

ня зон параметричного резонансу і виявити явище квазісинхронізації, а також уточнити у другому наближенні частоту асинхронного коливання. Метод інтегральних многовидів був поширений Юрієм Олексійовичем також на нескінченновимірні системи, системи з розподіленими параметрами, сингулярно збуджені системи з відхиленнями аргумента та ін.

Тут доречно зауважити, що після публікації статей і монографій Ю.О. Митропольського з інтегральних многовидів результати його досліджень одразу ж набули широкого застосування і подальшого розвитку не лише в Радянському Союзі, а й за його межами, насамперед у США.

Інший важливий напрям досліджень Ю.О. Митропольського стосується розроблення методу прискореної збіжності в задачах нелінійної механіки. Як відомо, серед численних варіантів асимптотичних методів нелінійної механіки, розроблених М.М. Криловим і М.М. Боголюбовим, у багатьох випадках зручним виявляється спеціальний метод послідовних заміन змінних. У середині 60-х років у зв'язку з появою робіт А.М. Колмогорова і В.І. Арнольда М.М. Боголюбов розробив новий варіант методу послідовних замін змінних, який поєднує метод прискореної збіжності, типовий для ньютонівського методу дотичних, з методом інтегральних многовидів. За допомогою методу послідовних замін змінних з прискореною збіжністю було досліджено поведінку розв'язків нелінійної системи в околі деякого квазіперіодичного розв'язку, вивчено проблему звідності нелінійної системи рівнянь до лінійної зі сталими коефіцієнтами. Особливий інтерес становлять результати дослідження звідності лінійних систем з квазіперіодичними коефіцієнтами і побудови фундаментальної матриці таких лінійних систем.

Ю.О. Митропольському належать численні результати, присвячені поширенню методу усереднення на нові класи диференціальних рівнянь, що описують коливні процеси в нелінійних системах.

Ряд досліджень Ю.О. Митропольського, підсумованих у кількох його монографіях,



присвячено подальшому розвитку методу усереднення у формі, запропонованій М.М. Боголюбовим, і поширенню цього методу на найрізноманітніші класи диференціальних рівнянь, що містять «малий» і «великий» параметри, на рівняння у функціональних просторах, рівняння з відхиленнями аргумента, інтегродиференціальні рівняння, стохастичні диференціальні рівняння, системи рівнянь, що описують багаточастотні коливні процеси за різного співвідношення власних і зовнішніх частот збурення.

Істотним розвитком Ю.О. Митропольським методу усереднення М.М. Боголюбова є новий підхід до дослідження диференціальних рівнянь із малим параметром. Ідея нового підходу закладена в самому методі усереднення, проте її реалізація вимагала залучення істотно нового апарату — теорії неперервних груп перетворень. Відповідно до цього підходу метод усереднення слід інтерпретувати в такий спосіб: метод усереднення перетворює систему вихідних рівнянь (збурених) з невідокремленими змінними на систему з відокремленими повільними і швидкими змінними. Така властивість асимптотичного поділу рухів у методі усереднення має яскраво виражений теоретико-груповий характер і потребує залучення рядів і перетворень Лі. Отримані Ю.О. Митропольським результати частково ґрунтуються на запропонованому О.Я. Повзнером своєрідному підході до узагальнення асимптотичних методів нелінійної механіки, який використовує ряди Лі як перетворення.

Важливі результати отримано Ю.О. Митропольським у галузі розвитку асимптотичних методів нелінійної механіки стосовно дослідження коливних явищ у системах з розподіленими параметрами. На ефективність такого поширення асимптотичного методу вперше звернули увагу М.М. Крилов і М.М. Боголюбов при вивченні задач про коливання валів і стрижневих систем. Перше систематичне і строге застосування асимптотичних методів до дослідження систем з розподіленими параметрами дано Ю.О. Митропольським, який створив метод, що враховує специфіку розподілених систем і дозволяє будувати на-

ближені розв'язки для систем з розподіленими параметрами за наявності нелінійності, випадкових збурень, нелінійності у крайових умовах, запізнення, повільно змінних параметрів. При цьому особливу увагу він приділяв розвитку енергетичного методу, який дає змогу побудувати рівняння першого і другого наближень для амплітуди і фази одночастотного коливного процесу без попереднього складання точного рівняння в частинних похідних, близького до гіперболічного, а виходячи безпосередньо з виразів потенціальної та кінетичної енергій. У цьому напрямі Ю.О. Митропольський розв'язав задачу про спільний вплив на стрижень (або балку) поздовжньої сили зі змінною частотою і поперечним рухомим навантаженням з пульсуючою силою, задачу про коливання пластини, що перебуває під впливом періодичних збурень, та ін. При цьому побудовано графіки проходження через резонанс, спільний резонанс, основний і демультіплікаційний.

Тут доречно зазначити, що ряд цікавих робіт Ю.О. Митропольського стосується дослідження хвильових рівнянь за допомогою асимптотичних методів. Так, ним було розглянуто рівняння Клейна—Гордона, що перебуває під впливом малих збурюючих сил з повільно змінними параметрами, а також модельне рівняння Брезертонна за наявності повільно змінних параметрів.

Як відомо, розв'язання багатьох важливих задач небесної механіки, фізики, теорії регулювання, біології, економіки приводить до необхідності розгляду коливних процесів, що описуються диференціальними рівняннями з відхиленнями аргумента. При цьому поряд зі звичайними диференціальними рівняннями із запізненням розглядаються рівняння в частинних похідних, інтегродиференціальні, різницево-й еволюційні рівняння. У багатьох важливих випадках ці рівняння містять малий параметр, що полегшує завдання побудови розв'язків.

Великий внесок у розвиток асимптотичних методів нелінійної механіки зробив Ю.О. Митропольський у роботах, присвячених дослідженню впливу випадкових збурень на колив-

ні процеси в нелінійних системах. Відповідні явища описуються, як відомо, стохастичними диференціальними рівняннями, розв'язками яких є певні марковські процеси. Використовуючи асимптотичні методи нелінійної механіки та методи теорії марковських процесів, Юрій Олексійович досліджував вплив «білого шуму» на автономні та неавтономні квазілінійні коливні системи, що описуються найрізноманітнішими рівняннями, визначив ряд характеристик випадкових коливних процесів.

Навіть побіжний огляд основних досягнень Ю.О. Митропольського дозволяє зауважити,

що характерною особливістю всіх його робіт було всебічне дослідження проблеми: він виводив зручні алгоритми побудови наближених розв'язків, а потім давав глибоке теоретичне обґрунтування, що дозволяє отримати оцінки наближень у загальних випадках, а також проводити глибокі якісні дослідження.

Пам'ять про Юрія Олексійовича Митропольського — чуйну людину, видатного науковця, талановитого організатора науки — назавжди збережеться у всіх, хто його знав, працював разом з ним, у тих, хто сьогодні продовжує розвивати його численні наукові ідеї.